FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS
Exercícios de Exames e Testes Intermédios

Fonte
www.iave.pt

1. Seja f uma função, de domínio IR, definida por

$$f(x) = \begin{cases} x - 2 + ln(3-2x) & se \quad x \leq 1 \\ \dfrac{sen(x-a)}{1-x^2} + k & se \quad x > 1 \end{cases} \qquad (k \text{ é um número real})$$

Determine k , sem recorrer à calculadora, sabendo que a função f é contínua em $x = 1$

Exame 2021, época especial

2. Seja g a função, de domínio $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$, definida por

$$g(x) = log_2(1 - cos\,x) + log_2(1 + cos\,x) + 2\,log_2(2\,cos\,x)$$

Mostre que $g(x) = 2\,log_2(sen(2x))$

Exame 2021, época especial

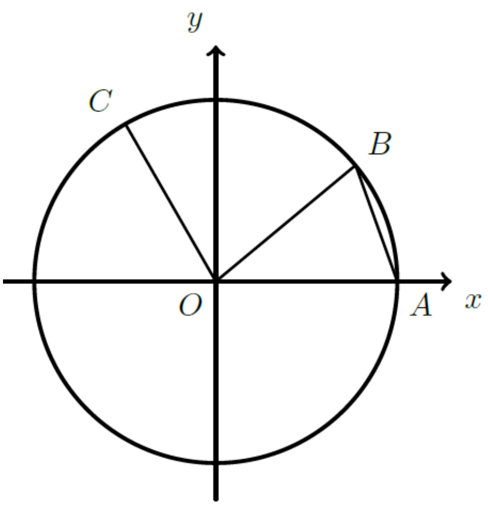
3. Seja h a função, de domínio $\left[0, \frac{\pi}{2}\right[$, definida por $h(x) = sen\,x + cos^2 x$

Estude, sem recorrer à calculadora, a função h quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos, e determine, esses extremos.

Na sua resposta, apresente o(s) intervalo(s) de monotonia.

Exame 2021, 2.ª fase

4. Na figura ao lado, está representada a circunferência trigonométrica.



Sabe-se que:

- os pontos A, B e C pertencem à circunferência;
- o ponto A pertence ao semieixo positivo Ox e o ponto B pertence ao semieixo ao primeiro quadrante;
- a amplitude do ângulo BOC é igual ao dobro da amplitude do ângulo AOB ;
- a área do triângulo $[AOB]$ é igual a $k\left(0 < k < \frac{1}{2}\right)$.

Mostre que a ordenada do ponto C é dada, em função de k, por $6k^2 - 32k^3$

Exame 2021, 2.ª fase

5. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Seja g a função, de domínio $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$, definida por $g(x) = x\cos x + sen\, x$

Mostre, recorrendo ao Teorema de Bozano-Cauchy, que existe pelo menos um ponto pertencente ao gráfico da função g tal que a reta tangente ao gráfico da função nesse ponto tem declive $-\frac{1}{2}$

Exame 2021, 1.ª fase

6. Considere, para um certo número real positivo k, as funções f e g , de domínio $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, definida por $f(x) = k\, sen(2x)$ e $g(x) = k\cos x$

Sejam, num referencial ortonormado do plano A, B e C os pontos de intersecção dos gráficos de f e g , sendo A o ponto de menor abcissa e C o ponto de maior abcissa.

Sabe-se que o triângulo $[ABC]$ é retângulo em B

Determine, sem recorrer à calculadora, o valor de k

Exame 2021, 1.ª fase

7. Seja f a função, de domínio $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$, definida por $f(x) = \dfrac{e^{2x} - 1}{\operatorname{tg} x}$

Mostre que o gráfico da função f não tem assíntotas.

Exame 2020, época especial

8. Considere a função h, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $h(x) = \dfrac{5}{4 + 3\cos(2x)}$

8.1. Qual é a taxa média de variação da função h entre $\frac{\pi}{6}$ e $\frac{7\pi}{6}$?

(A) 1 **(B)** $\frac{1}{2}$ **(C)** 0 **(D)** $-\frac{1}{2}$

8.2. Determine, sem recorrer à calculadora, as abcissas dos pontos do gráfico da função h, pertencentes ao intervalo $]-\pi, \pi[$, cuja ordenada é 2

Exame 2020, épcoa especial

9. Sejam f e g as funções, de domínio $\mathbb{R}$, definidas, respetivamente, por $f(x) = x^2$ e $g(x) = \cos x$

9.1. Qual é o declive da reta tangente ao gráfico da função $f \circ g$ no ponto de abcissa $\frac{\pi}{4}$?

(A) -2 **(B)** -1 **(C)** 1 **(D)** 2

9.2. Mostre, recorrendo ao teorema de Bolzano-Cauchy, que a equação $f(x) = g(x)$ tem, pelo menos, uma solução no intervalo $\left]0, \frac{\pi}{3}\right[$

Exame 2020, 2.ª fase

10. Seja h a função, de domínio $]-\infty,4[$, definida por

$$h(x) = \begin{cases} 1 + xe^{x-1} & \text{se } x \leq 1 \\ \\ \dfrac{\sqrt{x}-1}{\operatorname{sen}(x-1)} & \text{se } 1 < x < 4 \end{cases}$$

Averigue, sem recorrer à calculadora, se a função h é contínua em $x - 1$

Exame 2020, 2.ª fase

11. Seja g a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} 1 + \dfrac{\operatorname{sen} x}{1 - e^x} & \text{se } x < 0 \\ \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ \\ x^2 \ln x & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Resolva o item seguinte sem recorrer à calculadora.

Averigue se a função g é contínua em $x = 0$

Exame 2020, 1.ª fase

12. Considere a função f, definida em $]0,\pi[$ por $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen} x}{2 + \cos x}$

12.1. Determine $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(\pi - x)}{x}$

12.2. Estude a função f quanto à monotonia e determine, caso existam, os extremos relativos.

Exame 2019, época especial

13. Seja g a função definida em $]0,\pi[$, por $g(x) = \frac{1}{4}\cos(2x) - \cos x$

13.1. Estude a função g quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

Na sua resposta, apresente:
- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de g tem concavidade voltada para baixo;
- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de g tem concavidade voltada para cima;
- as coordenadas do(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de g, caso este(s) exista(m).

13.2. Seja f a função, de domínio $\left]-\frac{\pi}{2},0\right[$, definida por $f(x) = g(-x) + g\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

Qual das expressões seguintes também pode definir a função f ?

(A) $\operatorname{sen} x + \cos x$ **(B)** $-\operatorname{sen} x - \cos x$

(C) $\operatorname{sen} x - \cos x$ **(D)** $-\operatorname{sen} x + \cos x$

Exame 2019, 2.ª fase

14. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1-\cos x}{x} & \text{se } x < 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ \dfrac{x}{x - \ln x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Averigue se a função f é contínua no ponto 0

Justifique a sua resposta.

Exame 2019, 1.ª fase

15. Seja h a função, de domínio $\left[-\frac{\pi}{3}, +\infty\right[$, definida por

$$h(x) = \begin{cases} \dfrac{\operatorname{sen}^2 x}{\operatorname{sen}(x^2)} & \text{se } -\dfrac{\pi}{3} \leq x < 0 \\ \dfrac{e^x}{x+1} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

Mostre que a função h é contínua no ponto 0

Exame 2018, época especial

16. Seja g a função, de domínio $[0,\pi]$, definida por $g(x) = 2\,\text{sen}\,x + \text{sen}^2 x$
Seja r a reta tangente ao gráfico da função g que tem declive máximo.

Determine o declive da reta r

Apresente a sua resposta na forma $\dfrac{a\sqrt{b}}{c}$, com a, b e c números naturais.

Exame 2018, 2.ª fase

17. Seja g a função, de domínio $]-\infty,\pi]$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{2x}-1}{4x} & \text{se } x < 0 \\ \dfrac{1}{2-\text{sen}\,(2x)} & \text{se } 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

17.1. Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) A função g não tem zeros.

(B) A função g tem um único zero.

(C) A função g tem exatamente dois zeros.

(D) A função g tem exatamente três zeros.

17.2. Averigue se a função g é contínua no ponto 0

Justifique a sua resposta.

17.3. Estude a função g quanto à monotonia no intervalo $]0,\pi]$ e determine, caso existam, os extremos relativos.

Exame 2018, 1.ª fase

18. Considere a função f definida em $]0,\pi[$ por $f(x) = \dfrac{x}{\text{sen}\,x}$

Qual das equações seguintes define uma assíntota do gráfico da função f ?

(A) $x = 0$ **(B)** $x = \pi$ **(C)** $x = 1$ **(D)** $x = \dfrac{\pi}{2}$

Exame 2018, 1.ª fase

19. Seja f a função, de domínio $]1-\pi, +\infty[$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x-2}{\operatorname{sen}(x-1)} & \text{se } 1-\pi < x < 1 \\ 2 & \text{se } x = 1 \\ e^{-2x+4} + \ln(x-1) & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

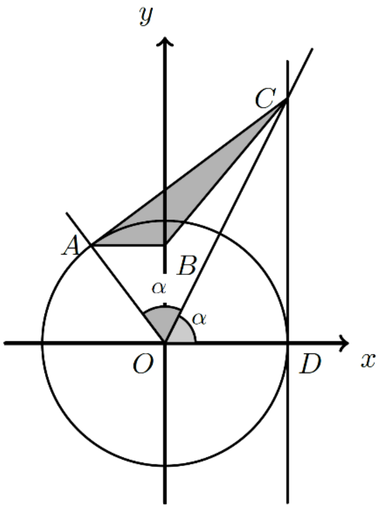
Resolva os dois itens seguintes recorrendo exclusivamente a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

19.1. Indique, justificando, se a seguinte afirmação é verdadeira ou é falsa.
«A função f é contínua à esquerda no ponto 1, mas não é contínua à direita nesse ponto.»

19.2. Escreva a equação reduzida da reta tangente ao gráfico da função f no ponto de abcissa $1-\dfrac{\pi}{2}$

Exame 2017, época especial

20. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n. xOy, a circunferência de centro na origem e raio 1



Sabe-se que:

- o ponto A está no segundo quadrante e pertence à circunferência;
- o ponto D tem coordenadas (1,0)
- o ponto C pertence ao primeiro quadrante e tem abcissa igual à do ponto D
- o ponto B pertence ao eixo Oy e é tal que o segmento de reta $[AB]$ é paralelo ao eixo Ox
- os ângulos AOC e COD são geometricamente iguais e cada um deles tem amplitude α, $\left(\alpha \in \left]\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{\pi}{2}\right[\right)$

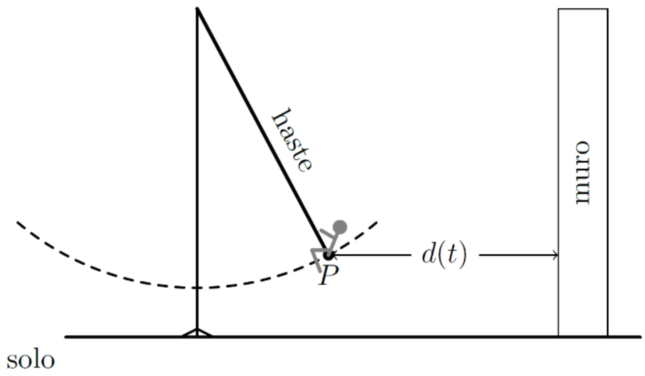
Mostre que a área do triângulo $[ABC]$, representado a sombreado, é dada por $\dfrac{\operatorname{tg}\alpha \cos^2(2\alpha)}{2}$

Exame 2017, época especial

21. Num jardim, uma criança está a andar num baloiço cuja cadeira está suspensa por duas hastes rígidas.

Atrás do baloiço, há um muro que limita esse jardim.
A figura ao lado esquematiza a situação. O ponto P representa a posição da cadeira.

Num determinado instante, em que a criança está a dar balanço, é iniciada a contagem do tempo. Doze segundos após esse instante, a criança deixa de dar balanço e procura parar o baloiço arrastando os pés no chão.



Admita que a distância, em decímetros, do ponto P ao muro, t segundos após o instante inicial, é dada por

$$d(t) = \begin{cases} 30 + t\,\text{sen}\,(\pi t) & \text{se } 0 \leq t < 12 \\ \\ 30 + 12e^{12-t}\,\text{sen}\,(\pi t) & \text{se } t \geq 12 \end{cases}$$

(o argumento da função seno está expresso em radianos)

Admita que, no instante em que é iniciada a contagem do tempo, as hastes do baloiço estão na vertical e que a distância do ponto P ao chão, nesse instante, é 4 dm
Treze segundos e meio após o instante inicial, a distância do ponto P ao chão é 4,2 dm

Qual é o comprimento da haste?

Apresente o resultado em decímetros, arredondado às unidades.
Se, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

Exame 2017, 2.ª fase

22. Considere o desenvolvimento de $\left(2x\,\text{sen}\,\alpha + \dfrac{\cos\alpha}{x}\right)^2$, em que $\alpha \in \mathbb{R}$ e $x \neq 0$

Determine os valores de α, pertencentes ao intervalo $]\pi,2\pi[$, para os quais o termo independente de x, neste desenvolvimento, é igual a 1
Resolva este item recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

Exame 2017, 2.ª fase

23. Seja f a função, de domínio A e contradomínio $]-1,+\infty[$, definida por $f(x) = \text{tg}\,x$

Qual dos conjuntos seguintes pode ser o conjunto A ?

(A) $\left]-\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{4}\right[$ **(B)** $\left]\dfrac{3\pi}{4},\dfrac{3\pi}{2}\right[$ **(C)** $\left]\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{4}\right[$ **(D)** $\left]\dfrac{5\pi}{4},\dfrac{3\pi}{2}\right[$

Exame 2017, 1.ª fase

24. Seja g a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$g(x)=\begin{cases}\dfrac{1-x^2}{1-e^{x-1}} & \text{se } x<1\\ 2 & \text{se } x=1\\ 3+\dfrac{\operatorname{sen}(x-1)}{1-x} & \text{se } x>1\end{cases}$$

Resolva os itens seguintes recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

24.1 Estude a função g quanto à continuidade no ponto 1

24.2 Resolva, no intervalo $]4\,,5[$, a equação $g(x)=3$

Exame 2017, 1.ª fase

25. Para um certo número real k, é contínua em $\mathbb{R}$ a função f definida por

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\operatorname{sen}(3x+3)}{4x+4} & \text{se } x\neq -1\\ k+2 & \text{se } x=-1\end{cases}$$

Qual é o valor de k ?

(A) $-\dfrac{5}{3}$ **(B)** $-\dfrac{5}{4}$ **(C)** $\dfrac{5}{4}$ **(D)** $\dfrac{5}{3}$

Exame 2016, época especial

26. Seja f a função, de domínio $\left]-\dfrac{3\pi}{2},+\infty\right[$, definida por

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{4}x^2+\cos x & \text{se } -\dfrac{3\pi}{2}<x<0\\ \ln(e^x+x) & \text{se } x\geq 0\end{cases}$$

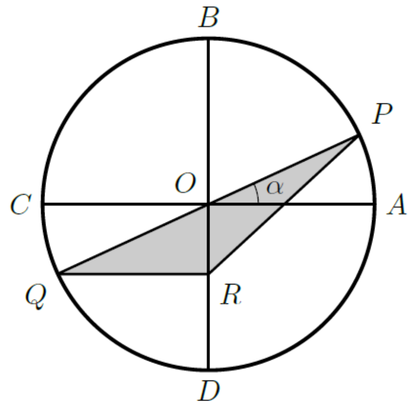
Estude, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora, a função f quanto ao sentido das concavidades e quanto à existência de pontos de inflexão do seu gráfico, no intervalo $\left]-\dfrac{3\pi}{2},0\right[$

Na sua resposta, indique:

- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de f tem concavidade voltada para baixo;
- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de f tem concavidade voltada para cima;
- a(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de f

Exame 2016, época especial

27. Na figura ao lado, está representada uma circunferência de centro no ponto O e raio 1



Sabe-se que:

- os diâmetros $[AC]$ e $[BD]$ são perpendiculares;
- o ponto P pertence ao arco AB
- $[PQ]$ é um diâmetro da circunferência;
- o ponto R pertence a $[OD]$ e é tal que $[QR]$ é paralelo a $[AC]$

Seja α a amplitude, em radianos, do ângulo AOP $\left(\alpha \in \left]0,\frac{\pi}{2}\right[\right)$;

Qual das seguintes expressões dá a área do triângulo $[PQR]$, representado a sombreado, em função de α ?

(A) $\dfrac{\cos(2\alpha)}{4}$ **(B)** $\dfrac{\operatorname{sen}(2\alpha)}{4}$ **(C)** $\dfrac{\cos(2\alpha)}{2}$ **(D)** $\dfrac{\operatorname{sen}(2\alpha)}{2}$

Exame 2016, 2.ª fase

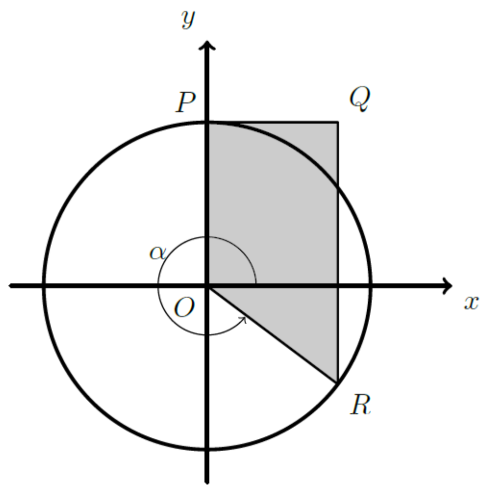
28. Seja f a função, de domínio $\left]-\frac{\pi}{2},+\infty\right[$, definida por

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2+\operatorname{sen} x}{\cos x} & \text{se } -\dfrac{\pi}{2}<x\leq 0\\[2ex] x-\ln x & \text{se } x>0\end{cases}$$

Estude, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora, a função f quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos, no intervalo $\left]-\frac{\pi}{2},0\right[$

Exame 2016, 2.ª fase

29. Na figura ao lado, estão representados o círculo trigonométrico e um trapézio retângulo $[OPQR]$



Sabe-se que:

- o ponto P tem coordenadas $(0,1)$
- o ponto R pertence ao quarto quadrante e à circunferência.

Seja α a amplitude de um ângulo orientado cujo lado origem é o semieixo positivo Ox e cujo lado extremidade é a semirreta $\dot{O}R$

Qual das expressões seguintes dá a área do trapézio $[OPQR]$, em função de α ?

(A) $\dfrac{\cos\alpha}{2}+\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha$ **(B)** $\dfrac{\cos\alpha}{2}-\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha$

(C) $\cos\alpha+\dfrac{\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha}{2}$ **(D)** $\cos\alpha-\dfrac{\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha}{2}$

Exame 2016, 1.ª fase

30. Num dia de vento, são observadas oscilações no tabuleiro de uma ponte suspensa, construída sobre um vale.
Mediu-se a oscilação do tabuleiro da ponte durante um minuto.
Admita que, durante esse minuto, a distância de um ponto P do tabuleiro a um ponto fixo do vale é dada, em metros, por

$$h(t) = 20 + \frac{1}{2\pi}\cos(2\pi t) + t\,\text{sen}\,(2\pi t) \quad (\text{t é medido em minutos e pertence a } [0,1])$$

Sejam M e m, respetivamente, o máximo e o mínimo absolutos da função h no intervalo $[0,1]$
A amplitude A da oscilação do tabuleiro da ponte, neste intervalo, é dada por $A = M - m$

Determine o valor de A, recorrendo a métodos analíticos e utilizando a calculadora apenas para efetuar eventuais cálculos numéricos.
Apresente o resultado em metros.

Exame 2016, 1.ª fase

31. Seja a um número real.

Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = a\,\text{sen}\,x$
Seja r a reta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa $\frac{2\pi}{3}$
Sabe-se que a inclinação da reta r é igual a $\frac{\pi}{6}$ radianos.

Determine o valor de a

Exame 2015, época especial

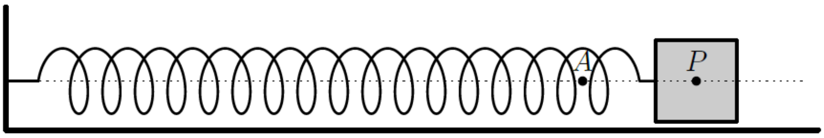
32. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = 3\,\text{sen}^2(x)$

Qual das expressões seguintes define a função f'', segunda derivada de f?

(A) $6\,\text{sen}\,(2x)\cos(x)$ **(B)** $6\,\text{sen}\,(x)\cos(2x)$ **(C)** $6\cos(2x)$ **(D)** $6\,\text{sen}\,(2x)$

Exame 2015, 2.ª fase

33. Um cubo encontra-se em movimento oscilatório provocado pela força elástica exercida por uma mola. A figura seguinte esquematiza esta situação. Nesta figura, os pontos O e A são pontos fixos. O ponto P representa o centro do cubo e desloca-se sobre a semirreta $\dot{O}A$



Admita que não existe qualquer resistência ao movimento.
Sabe-se que a distância, em metros, do ponto P ao ponto O é dada por

$$d(t) = 1 + \frac{1}{2}\operatorname{sen}\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$$

A variável t designa o tempo, medido em segundos, que decorre desde o instante em que foi iniciada a contagem do tempo ($t \in [0, +\infty[$). Resolva os dois itens seguintes sem recorrer à calculadora.

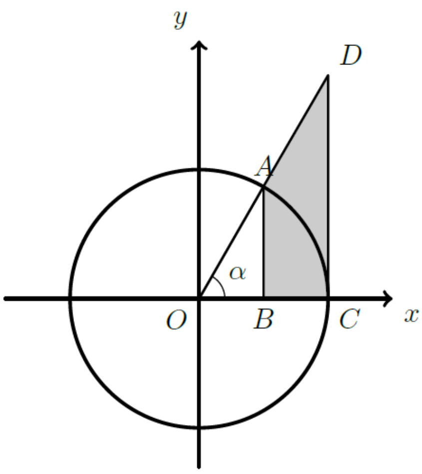
33.1 No instante em que se iniciou a contagem do tempo, o ponto P coincidia com o ponto A
Durante os primeiros três segundos do movimento, o ponto P passou pelo ponto A mais do que uma vez.

Determine os instantes, diferentes do inicial, em que tal aconteceu.
Apresente os valores exatos das soluções, em segundos.

33.2 Justifique, recorrendo ao teorema de Bolzano, que houve, pelo menos, um instante, entre os três segundos e os quatro segundos após o início da contagem do tempo, em que a distância do ponto P ao ponto O foi igual a 1,1 metros.

Exame 2015, 2.ª fase

34. Na figura ao lado, está representado o círculo trigonométrico.



Sabe-se que:

- o ponto A pertence ao primeiro quadrante e à circunferência;
- o ponto B pertence ao eixo Ox
- o ponto C tem coordenadas (1,0)
- o ponto D pertence à semirreta $\dot{O}A$
- os segmentos de reta $[AB]$ e $[DC]$ são paralelos ao eixo Oy

Seja α a amplitude do ângulo COD $\left(\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[\right)$

Qual das expressões seguintes dá a área do quadrilátero $[ABCD]$, representado a sombreado, em função de α ?

(A) $\frac{\operatorname{tg}\alpha}{2} - \frac{\operatorname{sen}(2\alpha)}{2}$ **(B)** $\frac{\operatorname{tg}\alpha}{2} - \frac{\operatorname{sen}(2\alpha)}{4}$

(C) $\operatorname{tg}\alpha - \frac{\operatorname{sen}(2\alpha)}{4}$ **(D)** $\operatorname{tg}\alpha - \frac{\operatorname{sen}(2\alpha)}{2}$

Exame 2015, 1.ª fase

35. Sejam f e g as funções, de domínio $\mathbb{R}$, definidas, respetivamente, por

$$f(x) = 1 - \cos(3x) \text{ e } g(x) = \operatorname{sen}(3x)$$

Seja a um número real pertencente ao intervalo $\left]\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right[$

Considere as retas r e s tais que:

- a reta r é tangente ao gráfico da função f no ponto de abcissa a
- a reta s é tangente ao gráfico da função g no ponto de abcissa $a + \frac{\pi}{6}$

Sabe-se que as retas r e s são perpendiculares.

Mostre que $\operatorname{sen}(3a) = -\frac{1}{3}$

Exame 2015, 1.ª fase

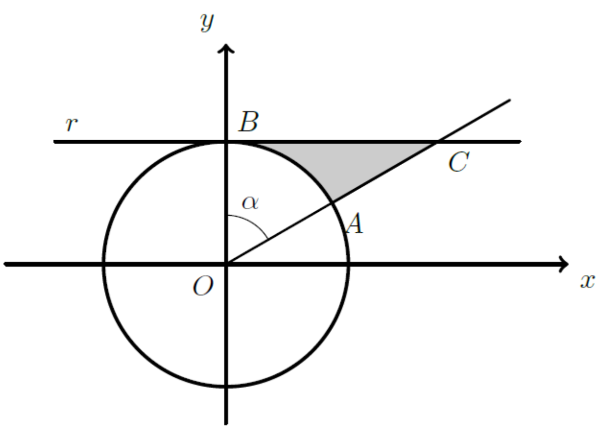
36. Considere, para um certo número real k, a função f, de domínio $]-\infty, e[$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} xe^{x-2} & \text{se } x \leq 2 \\ \dfrac{\operatorname{sen}(2-x)}{x^2 + x - 6} + k & \text{se } 2 < x < e \end{cases}$$

Determine k, de modo que a função f seja contínua em $x = 2$, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

Exame 2014, época especial

37. Na figura ao lado, estão representadas, num referencial o.n. xOy, a circunferência de centro O e a reta r



Sabe-se que:

- os pontos A e B pertencem à circunferência;
- o ponto B tem coordenadas $(0,1)$
- a reta r é tangente à circunferência no ponto B
- o ponto C é o ponto de interseção da reta r com a semirreta $\dot{O}A$
- α é a amplitude, em radianos, do ângulo AOB, com $\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$

Qual das expressões seguintes representa, em função de α, a área da região a sombreado?

(A) $\dfrac{\operatorname{sen}\alpha - \alpha}{2}$ **(B)** $\dfrac{\operatorname{tg}\alpha - \alpha}{2}$ **(C)** $\dfrac{\operatorname{tg}\alpha}{2}$ **(D)** $\dfrac{\alpha}{2}$

Exame 2014, época especial

38. Considere, para um certo número real k, a função f, contínua em $\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$, definida por

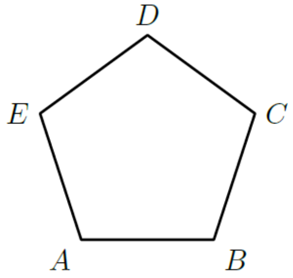
$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\cos x}{x-\frac{\pi}{2}} & \text{se } \frac{\pi}{4}\leq x<\frac{\pi}{2}\\[2ex] k-3 & \text{se } x=\frac{\pi}{2}\end{cases}$$

Qual é o valor de k?

(A) 0 **(B)** 1 **(C)** 2 **(D)** 4

Exame 2014, 2.ª fase

39. Na figura ao lado, está representado um pentágono regular $[ABCDE]$



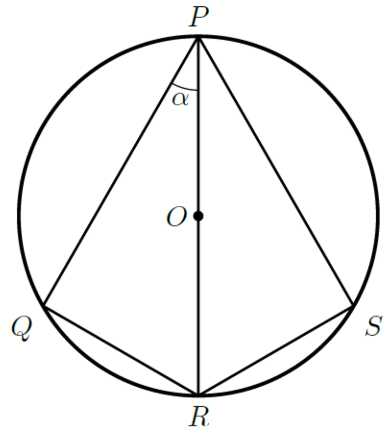
Sabe-se que $\overline{AB}=1$

Mostre que $\dfrac{\overrightarrow{AB}\,.\,\overrightarrow{AD}}{\left\|\overrightarrow{AD}\right\|}=1-2\,\mathrm{sen}^2\left(\dfrac{\pi}{5}\right)$

Nota: $\overrightarrow{AB}\,.\,\overrightarrow{AD}$ designa o produto escalar do vetor $\overrightarrow{AB}$ pelo vetor $\overrightarrow{AD}$

Exame 2014, 2.ª fase

40. Na figura ao lado, estão representados uma circunferência de centro O e raio 2 e os pontos P, Q, R e S



Sabe-se que:

- os pontos P, Q, R e S pertencem à circunferência;
- $[PR]$ é um diâmetro da circunferência;
- $\overline{PQ}=\overline{PS}$
- α é a amplitude, em radianos, do ângulo QPR
- $\alpha\in\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$
- $A(\alpha)$ a é a área do quadrilátero $[PQRS]$, em função de α

Para um certo número real θ, com $\theta\in\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$, tem-se que $\mathrm{tg}\,\theta=2\sqrt{2}$
Determine o valor exato de $A(\theta)$, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

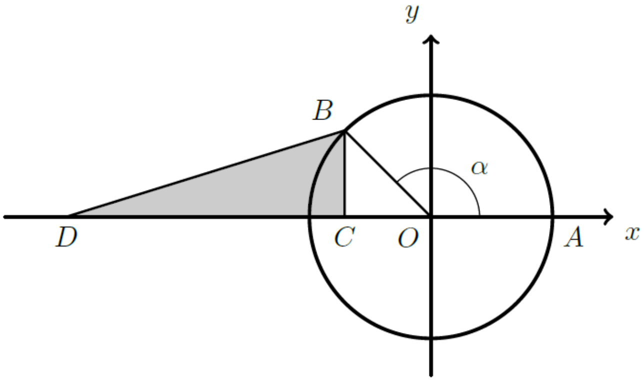
Comece por mostrar que $A(\alpha)=16\,\mathrm{sen}\,\alpha\cos\alpha$

Exame 2014, 2.ª fase

41. Na figura seguinte, está representada, num referencial o.n. xOy, uma circunferência de centro O e raio 1

Sabe-se que:

- os pontos A e B pertencem à circunferência;
- o ponto A tem coordenadas $(1,0)$
- os pontos B e C têm a mesma abcissa;
- o ponto C tem ordenada zero;
- o ponto D tem coordenadas $(-3,0)$
- α é a amplitude, em radianos, do ângulo AOB, com $\alpha \in \left]\frac{\pi}{2},\pi\right[$



Qual das expressões seguintes representa, em função de α, a área do triângulo $[BCD]$?

(A) $\frac{1}{2}(-3-\operatorname{sen}\alpha)\cos\alpha$ **(B)** $\frac{1}{2}(-3+\operatorname{sen}\alpha)\cos\alpha$

(C) $\frac{1}{2}(3+\cos\alpha)\operatorname{sen}\alpha$ **(D)** $\frac{1}{2}(3-\cos\alpha)\operatorname{sen}\alpha$

Exame 2014, 1.ª fase

42. Seja f uma função cuja derivada f', de domínio $\mathbb{R}$, é dada por $f'(x) = x - \operatorname{sen}(2x)$

42.1 Determine o valor de $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \dfrac{f(x)-f\left(\frac{\pi}{2}\right)}{2x-\pi}$

42.2 Estude o gráfico da função f, quanto ao sentido das concavidades e quanto à existência de pontos de inflexão em $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{4}\right[$, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.
Na sua resposta, deve indicar o(s) intervalo(s) onde o gráfico da função f tem concavidade voltada para cima, o(s) intervalo(s) onde o gráfico da função f tem concavidade voltada para baixo e, caso existam, as abcissas dos pontos de inflexão do gráfico da função f

Exame 2014, 1.ª fase

43. Seja g a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x) = \cos^2\left(\frac{x}{12}\right) - \operatorname{sen}^2\left(\frac{x}{12}\right)$

Qual das expressões seguintes também define a função g?

(A) $\operatorname{sen}\left(\frac{x}{24}\right)$ **(B)** $\cos\left(\frac{x}{24}\right)$ **(C)** $\operatorname{sen}\left(\frac{x}{6}\right)$ **(D)** $\cos\left(\frac{x}{6}\right)$

Teste Intermédio 12.º ano, abril 2014

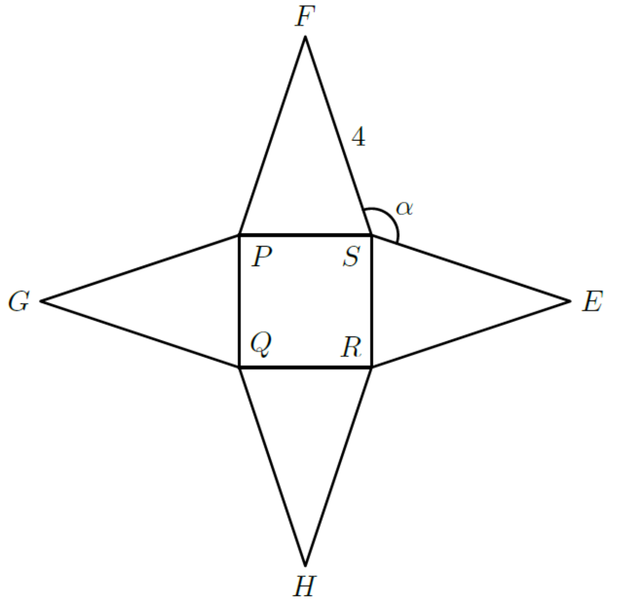
44. Na figura ao lado, está representada uma planificação de uma pirâmide quadrangular regular cujas arestas laterais medem 4

Seja α a amplitude, em radianos, do ângulo FSE $\left(\alpha \in \left]\frac{\pi}{2}, \pi\right[\right)$

A aresta da base da pirâmide e, consequentemente, a área de cada uma das faces laterais variam em função de α

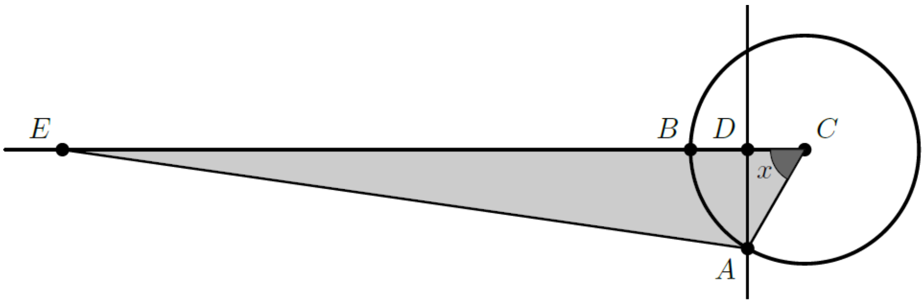
Mostre que a área lateral da pirâmide é dada, em função de a, por $-32\cos\alpha$

Sugestão – Comece por exprimir a área de uma face lateral em função da amplitude do ângulo FSP, que poderá designar por β



Teste Intermédio 12.º ano, abril 2014

45. Na figura ao lado, estão representados a circunferência de centro no ponto C e de raio 1, a semirreta $\dot{C}B$, a reta AD e o triângulo $[ACE]$



Sabe-se que:

- os pontos A e B pertencem à circunferência;
- os pontos D e E pertencem à semirreta $\dot{C}B$
- a reta AD é perpendicular à semirreta $\dot{C}B$
- o ponto A desloca-se sobre a circunferência, e os pontos D e E acompanham esse movimento de modo que $\overline{DE} = 6$
- x é a amplitude, em radianos, do ângulo ACB
- $x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$

45.1 Mostre que a área do triângulo $[ACE]$ é dada, em função de x, por $f(x) = 3\,\text{sen}\,x + \frac{1}{4}\,\text{sen}\,(2x)$

45.2 Mostre, sem resolver a equação, que $f(x) = 2$ tem, pelo menos, uma solução em $\left]\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right[$

Exame 2013, época especial

46. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} xe^{3+x} + 2x & \text{se } x \leq 1 \\ \dfrac{1 - \sqrt{x} + \text{sen}\,(x-1)}{1-x} & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

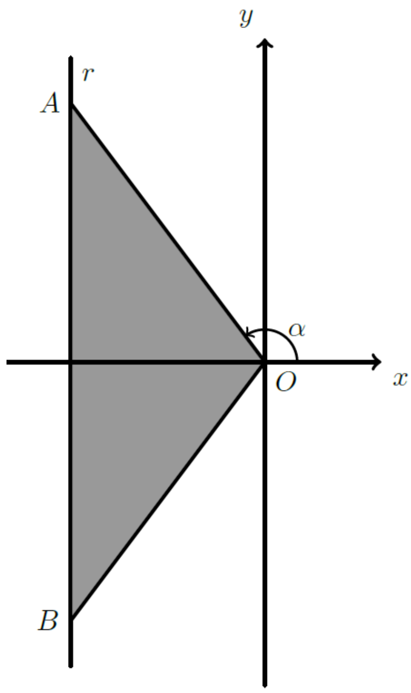
Averigue, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora, se a função f é contínua em $x = 1$.

Exame 2013, 2.ª fase

47. Na figura ao lado, estão representados, num referencial o.n. xOy, o triângulo $[OAB]$ e a reta r

Sabe-se que:

- a reta r é definida por $x = -3$
- o ponto A pertence à reta r e tem ordenada positiva;
- o ponto B é o simétrico do ponto A em relação ao eixo Ox
- α é a amplitude, em radianos, do ângulo cujo lado origem é o semieixo positivo Ox e cujo lado extremidade é a semirreta $\dot{O}A$
- $\alpha \in \left]\frac{\pi}{2}, \pi\right[$
- a função P, de domínio $\left]\frac{\pi}{2}, \pi\right[$, é definida por $P(x) = -6\,\text{tg}\,x - \dfrac{6}{\cos x}$



47.1. Mostre que o perímetro do triângulo $[OAB]$ é dado, em função de α, por $P(\alpha)$

47.2. Determine o declive da reta tangente ao gráfico da função P no ponto de abcissa $\frac{5\pi}{6}$, sem utilizar a calculadora.

Exame 2013, 2.ª fase

48. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R} \setminus 0$, definida por $f(x) = \dfrac{\text{sen}\,(-x)}{x}$

Considere a sucessão de números reais (x_n) tal que $x_n = \dfrac{1}{n}$

Qual é o valor de $\lim f(x_n)$?

(A) -1 **(B)** 0 **(C)** 1 **(D)** $+\infty$

Exame 2013, 1.ª fase

49. Considere a função g, de domínio $\left]-\frac{\pi}{2}, 0\right[$, definida por $g(x) = \text{sen}\,(2x) - \cos x$

Seja a um número real do domínio de g

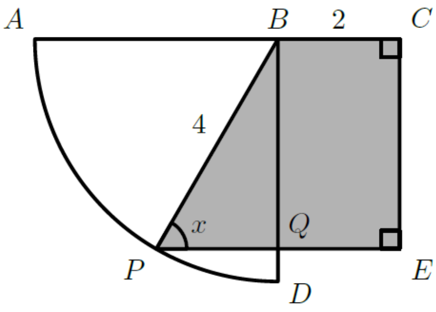
A reta tangente ao gráfico da função g no ponto de abcissa a é paralela à reta de equação $y = \dfrac{x}{2} + 1$

Determine o valor de a, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

Exame 2013, 1.ª fase

50. Relativamente à figura ao lado, sabe-se que:

- o ponto B pertence ao segmento de reta $[AC]$
- os pontos A e D pertencem à circunferência que tem centro no ponto B e raio igual a 4
- o segmento de reta $[BD]$ é perpendicular ao segmento de reta $[AC]$
- $\overline{BC} = 2$



Admita que um ponto P se desloca ao longo do arco AD, nunca coincidindo com A nem com D, e que um ponto E acompanha o movimento do ponto P de forma que o quadrilátero $[PBCE]$ seja um trapézio retângulo.
O ponto Q é a intersecção do segmento de reta $[PE]$ com o segmento de reta $[BD]$
Para cada posição do ponto P, seja x a amplitude do ângulo EPB e seja $S(x)$ a área do trapézio $[PBCE]$

50.1 Mostre que $S(x) = 8\,\text{sen}\,x + 4\,\text{sen}\,(2x) \quad \left(x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[\right)$

50.2 Estude a função S quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.
Na sua resposta, deve apresentar:

- o(s) intervalo(s) em que a função é crescente;
- o(s) intervalo(s) em que a função é decrescente;
- os valores de x para os quais a função tem extremos relativos, caso existam.

Teste Intermédio 12.º ano, maio 2013

51. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 1 - xe^x & \text{se } x < 0 \\ x + \cos x & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

Recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora, determine, $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ com recurso à definição de derivada de uma função num ponto.

Exame 2012, época especial

52. Considere as funções f e g, de domínio $\mathbb{R}$, definidas, respetivamente, por

$$f(x) = -x + \text{sen}\left(\frac{x}{2}\right) \quad \text{e} \quad g(x) = \begin{cases} \dfrac{f(x)}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ e^k - 1 & \text{se } x = 0 \end{cases} \quad \text{com} \quad k \in \mathbb{R}$$

Resolva os itens seguintes, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

52.1 Determine k de modo que a função g seja contínua.

52.2 Determine, em $]-2\pi, 5\pi[$, as soluções da equação $2f'(x) = (f(x) + x)^2 - 1$

Exame 2012, época especial

53. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

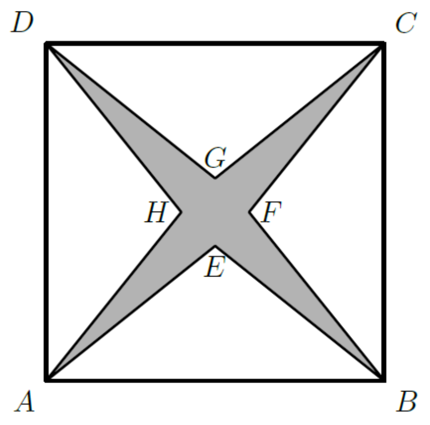
$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\operatorname{sen} x}{1-\sqrt{1-x^3}} & \text{se } x<0\\[2ex] 1-e^{k+1} & \text{se } x=0\\[2ex] \dfrac{1-e^{4x}}{x} & \text{se } x>0\end{cases}\qquad \text{com} \quad k\in\mathbb{R}$$

Estude a função f quanto à existência de assíntotas verticais do seu gráfico, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

Exame 2012, 2.ª fase

54. Na figura ao lado, está representado o quadrado $[ABCD]$
Sabe-se que:

- $\overline{AB}=4$
- $\overline{AE}=\overline{AH}=\overline{BE}=\overline{BF}=\overline{CF}=\overline{CG}=\overline{DG}=\overline{DH}$
- x é a amplitude, em radianos, do ângulo EAB
- $x\in\left]0,\dfrac{\pi}{4}\right[$



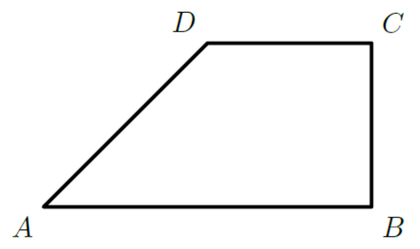
54.1. Mostre que a área da região sombreada é dada, em função de x, por $a(x)=16(1-\operatorname{tg} x)$

54.2. Mostre que existe um valor de x compreendido entre $\dfrac{\pi}{12}$ e $\dfrac{\pi}{5}$ para o qual a área da região sombreada é 5
Se utilizar a calculadora em eventuais cálculos numéricos, sempre que proceder a arredondamentos, use duas casas decimais.

Teste Intermédio 12.º ano, março 2010

55. Na figura ao lado, está representado um trapézio retângulo $[ABCD]$
Sabe-se que:

- $\overline{BC}=1$
- $\overline{CD}=1$
- α é a amplitude, em radianos, do ângulo ADC
- $\alpha\in\left]\dfrac{\pi}{2},\pi\right[$



Resolva os itens seguintes, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

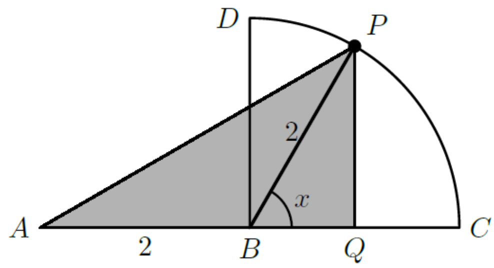
55.1 Mostre que o perímetro do trapézio $[ABCD]$ é dado, em função de α, por $P(\alpha)=3+\dfrac{1-\cos\alpha}{\operatorname{sen}\alpha}$

55.2 Para um certo número real θ, tem-se que $\operatorname{tg}\theta=-\sqrt{8}$, com $\dfrac{\pi}{2}<\theta<\pi$
Determine o valor exato de $P'(\theta)$
Comece por mostrar que $P'(\alpha)=\dfrac{1-\cos\alpha}{\operatorname{sen}^2\alpha}$

Exame 2012, 1.ª fase

56. Relativamente à figura ao lado, sabe-se que:

- o segmento de reta $[AC]$ tem comprimento 4
- o ponto B é o ponto médio de $[AC]$
- o segmento de reta [BD] é perpendicular a $[AC]$
- o arco de circunferência CD tem centro em B



Admita que um ponto P se desloca ao longo do arco CD, nunca coincidindo com C nem com D, e que um ponto Q se desloca ao longo do segmento de reta $[BC]$ de tal forma que $[PQ]$ é sempre perpendicular a $[BC]$

Para cada posição do ponto P, seja x a amplitude, em radianos, do ângulo CBP e seja $A(x)$ a área do triângulo $[APQ]$

Resolva os dois itens seguintes, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

56.1 Mostre que $A(x) = 2\operatorname{sen} x + \operatorname{sen}(2x) \quad \left(x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[\right)$

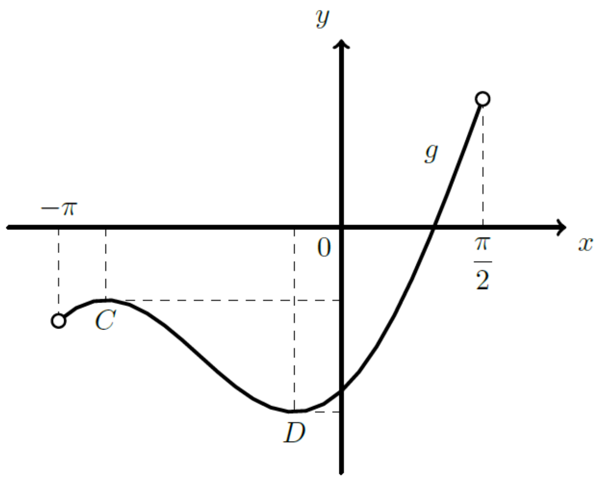
56.2 Mostre que existe um valor de x para o qual a área do triângulo $[APQ]$ é máxima

Teste Intermédio 12.º ano, mario 2012

57. Na figura ao lado, está representado, num referencial o. n. xOy, o gráfico da função g, de domínio $\left]-\pi, \frac{\pi}{2}\right[$, definida por $g(x) = x - 2\cos x$

Sabe-se que C e D são pontos do gráfico de g cujas ordenadas são extremos relativos de g

Determine os valores exatos das coordenadas dos pontos C e D recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.



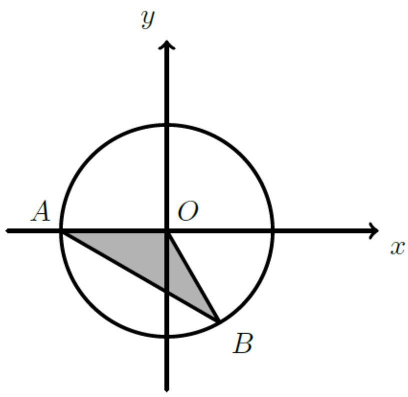
Exame 2011, prova especial

58. Na figura ao lado, estão representados, num referencial o. n. xOy, uma circunferência e o triângulo $[OAB]$

Sabe-se que:

- O é a origem do referencial;
- a circunferência tem centro no ponto O e raio 1
- A é o ponto de coordenadas $(-1, 0)$
- B pertence à circunferência e tem ordenada negativa;
- o ângulo AOB tem amplitude igual a $\frac{2\pi}{3}$ radianos.

Qual é a área do triângulo $[OAB]$?



(A) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ **(B)** $\frac{\sqrt{1}}{2}$ **(C)** $\frac{\sqrt{1}}{4}$ **(D)** $\sqrt{3}$

Exame 2011, época especial

59. A função f tem domínio $\mathbb{R}$ e é definida por $f(x) = \pi - 4\,\text{sen}\,(5x)$
Calcule o valor de $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\text{sen}\,x}{f(x)-\pi}$

Exame 2011, época especial

60. Para um certo número real positivo, k, a função g definida em $\mathbb{R}$ por

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{\text{sen}\,x}{3x} & \text{se } x > 0 \\ \ln(k-x) & \text{se } x \leq 0 \end{cases} \quad \text{é contínua.}$$

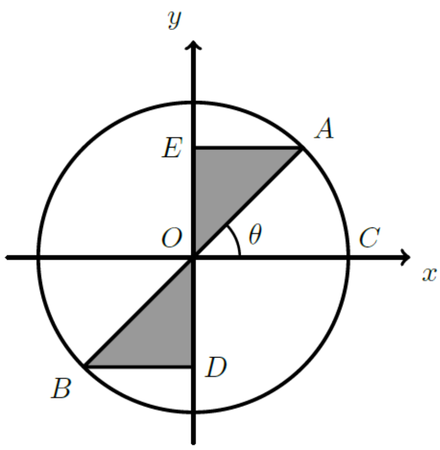
Qual é o valor de k?

(A) $\sqrt[3]{e}$ **(B)** e^3 **(C)** $-\dfrac{e}{3}$ **(D)** $3e$

Exame 2011, 2.ª fase

61. Na figura ao lado, está representado, num referencial o. n. xOy, um círculo trigonométrico.
Sabe-se que:

- C é o ponto de coordenadas (1,0)
- Os pontos D e E pertencem ao eixo Oy
- $[AB]$ é um diâmetro do círculo trigonométrico
- as retas EA e BD são paralelas ao eixo Ox
- θ é a amplitude do ângulo COA
- $\theta \in \left]0, \dfrac{\pi}{2}\right[$



Qual das expressões seguintes dá a o perímetro da região sombreada na figura anterior?

(A) $2(\cos\theta + \text{sen}\,\theta)$ **(B)** $\cos\theta + \text{sen}\,\theta$ **(C)** $2(1 + \cos\theta + \text{sen}\,\theta)$ **(D)** $1 + \cos\theta + \text{sen}\,\theta$

Exame 2011, 2.ª fase

62. Para a, b e n, números reais positivos, considere a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por
$f(x) = a\cos(nx) + b\,\text{sen}\,(nx)$
Seja f'' a segunda derivada da função f
Mostre que $f''(x) + n^2 f(x) = 0$

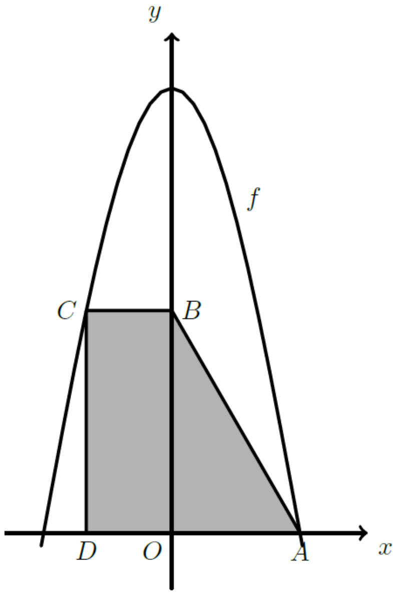
Exame 2011, 2.ª fase

63. Qual é o valor de $\displaystyle\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x^2}\,\text{sen}^2\left(\frac{x}{2}\right)\right)$?

(A) 4 **(B)** 0 **(C)** $\dfrac{1}{4}$ **(D)** $\dfrac{1}{2}$

Exame 2011, 1.ª fase

64. Na figura seguinte está representado, num referencial o. n. xOy, parte do gráfico de uma função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = 4\cos(2x)$



Sabe-se que:

- os vértices A e D do trapézio $[ABCD]$ pertencem ao eixo Ox
- o vértice B do trapézio $[ABCD]$ pertence ao eixo Oy
- o vértice D do trapézio $[ABCD]$ tem abcissa $-\frac{\pi}{6}$
- os pontos A e C pertencem ao gráfico de f
- a reta CD é paralela ao eixo Oy

Resolva os dois itens seguintes recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

64.1. Determine o valor exato da área do trapézio $[ABCD]$

64.2. Seja f' a primeira derivada da função f e seja f'' a segunda derivada da função f
Mostre que $f(x) + f'(x) + f''(x) = -4\,(3\cos(2x) + 2\,\text{sen}\,(2x))$ para qualquer número real x

Exame 2011, 1.ª fase

65. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} 2 + \dfrac{\text{sen}\,(x-1)}{ex - e} & \text{se } 0 < x < 1 \\ xe^{-x} + 2x & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

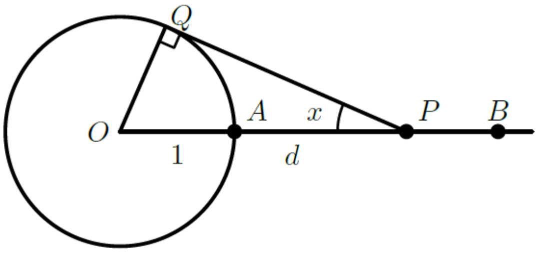
Averigue, sem recorrer à calculadora, se a função f é contínua em $x = 1$

Teste Intermédio 12.º ano, maio 2011

66. Na figura ao lado, está representada uma circunferência de centro no ponto O e raio 1

Sabe-se que:

- o ponto A pertence à circunferência;
- os pontos O, A, e B são colineares;
- o ponto A está entre o ponto O e o ponto B
- o ponto P desloca-se ao longo da semirreta $\dot{A}B$, nunca coincidindo com o ponto A
- d é a distância do ponto A ao ponto P
- para cada posição do ponto P, o ponto Q é um ponto da circunferência tal que a reta PQ é tangente à circunferência;
- x é a amplitude, em radianos, do ângulo OPQ $\left(x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[\right)$



Seja f a função, de domínio $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ definida por $f(x) = \frac{1 - \operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} x}$

Resolva os dois itens seguintes **sem recorrer à calculadora**.

66.1 Mostre que $d = f(x)$

66.2 Considere a seguinte afirmação: «Quanto maior é o valor de x, menor é o valor de d»
Averigúe a veracidade desta afirmação, começando por estudar a função f quanto à monotonia.

Teste Intermédio 12.º ano, maio 2011

67. Admita que, numa certa marina, a profundidade da água, em metros, t horas após as zero horas de um certo dia, é dada por $P(t) = 2\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) + 8$, em que $t \in [0,24]$
Resolva os dois itens seguintes, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

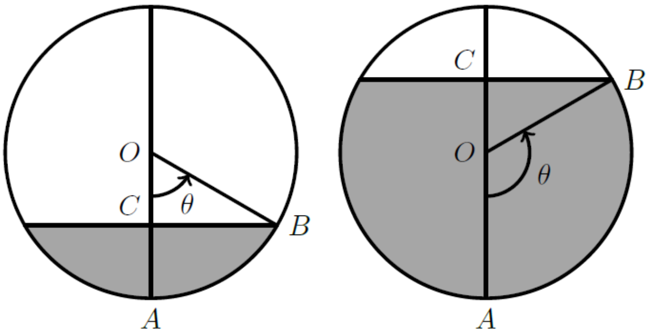
67.1 Determine a profundidade da água da marina às três horas da tarde, desse dia.

67.2 Determine, recorrendo ao estudo da função derivada, a profundidade mínima, em metros, da água da marina, nesse dia.

Exame 2010, época especial

68. Um depósito de combustível tem a forma de uma esfera.
As figuras seguintes representam dois cortes do mesmo depósito, com alturas de combustível distintas.
Os cortes são feitos por um plano vertical que passa pelo centro da esfera.
Sabe-se que:

- o ponto O é o centro da esfera;
- a esfera tem 6 metros de diâmetro;
- a amplitude θ, em radianos, do arco AB é igual à amplitude do ângulo ao centro AOB correspondente



A altura $\overline{AC}$, em metros, do combustível existente no depósito é dada, em função de θ, por h, de domínio $[0,\pi]$

Resolva os itens seguintes, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

68.1 Mostre que $h(\theta) = 3 - 3\cos(\theta)$, para qualquer $\theta \in]0,\pi[$

68.2 Resolva a condição $h(\theta) = 3$, $\theta \in]0,\pi[$
Interprete o resultado obtido no contexto da situação apresentada.

Exame 2010, 2.ª fase

69. Considere a função f, de domínio $]-\infty,2\pi]$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} ax + b + e^x & \text{se } x \leq 0 \\ \dfrac{x - \operatorname{sen}(2x)}{x} & \text{se } 0 < x \leq 2\pi \end{cases}$$

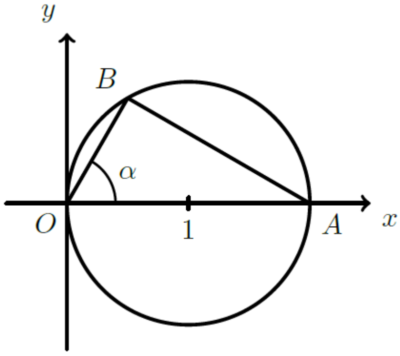
Determine o valor de b, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos, de modo que f seja contínua em $x = 0$

Exame 2010, 1.ª fase

70. Na figura ao lado, estão representados, num referencial o.n. xOy, uma circunferência e o triângulo $[OAB]$.
Sabe-se que:

- a circunferência tem diâmetro $[OA]$;
- o ponto A tem coordenadas $(2, 0)$;
- o vértice O do triângulo $[OAB]$ coincide com a origem do referencial;
- o ponto B desloca-se ao longo da semicircunferência superior.

Para cada posição do ponto B, seja α a amplitude do ângulo AOB, com $\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$
Resolva os dois itens seguintes, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.



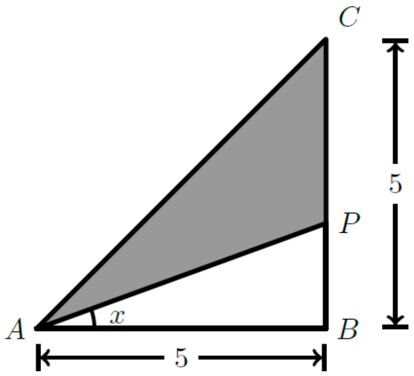
70.1 Mostre que o perímetro do triângulo $[OAB]$ é dado, em função de α, por

$$f(\alpha) = 2(1 + \cos\alpha + \operatorname{sen}\alpha)$$

70.2 Determine o valor de α para o qual o perímetro do triângulo $[OAB]$ é máximo.

Exame 2010, 1.ª fase

71. Na figura ao lado, está representado um triângulo retângulo $[ABC]$, cujos catetos $[AB]$ e $[BC]$, medem 5 unidades.
Considere que um ponto P se desloca sobre o cateto $[BC]$, nunca coincidindo com nem B com C
Para cada posição do ponto P, seja x a amplitude, em radianos, do ângulo BAP $\left(x \in \left]0, \frac{\pi}{4}\right[\right)$
Seja f a função que, a cada valor de x, faz corresponder o **perímetro** do triângulo $[APC]$
Resolva os dois itens seguintes **usando exclusivamente métodos analíticos**.



71.1 Mostre que $f(x) = \dfrac{5}{\cos x} - 5\operatorname{tg} x + \sqrt{50} + 5$

71.2 Seja r a reta tangente ao gráfico da função f no ponto de abcissa $\dfrac{\pi}{6}$
Determine o declive da reta r

Teste Intermédio 12.º ano, maio 2010

Seja a função f , de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = \operatorname{sen}(2x)$.

72. Qual é o declive da reta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa $\dfrac{\pi}{8}$?

(A) $\sqrt{2}$ **(B)** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ **(C)** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ **(D)** $\dfrac{1}{2}$

Exame 2009, época especial

73. De um número real x sabe-se que $\log_5(x) = \pi - 1$
Indique o valor de $5x$

(A) $25^{\pi-1}$ **(B)** $5^{\pi-1}$ **(C)** 5^{π} **(D)** $5(\pi-1)^5$

Teste Intermédio 12.º ano, janeiro 2008

74. Seja f a função, de domínio $[0, \frac{\pi}{2}]$, definida por $f(x) = \operatorname{sen}(2x)\cos x$
Determine, **recorrendo a métodos exclusivamente analíticos**, a equação reduzida da reta tangente ao gráfico de f, no ponto de abcissa 0.

Exame 2009, 2.ª fase

75. Para um certo número real positivo k, é contínua a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \log_2(k+x) & \text{se } x \geq 0 \\ \dfrac{\operatorname{sen}(2x)}{x} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Qual é o valor de k?

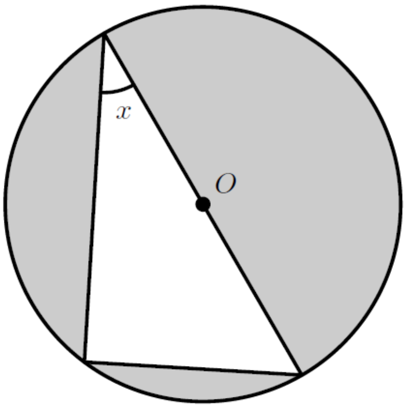
(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 4

Exame 2009, 1.ª fase

76. Na figura ao lado, está representado um triângulo inscrito numa circunferência de centro O e raio igual a 1.

Um dos lados do triângulo é um diâmetro da circunferência.

Qual das expressões seguintes representa, em função de x, a área da parte sombreada?



(A) $\pi - \operatorname{sen}(2x)$ **(B)** $\frac{\pi}{2} - \operatorname{sen}(2x)$

(C) $\pi - 2\operatorname{sen}(2x)$ **(D)** $\pi - \frac{\operatorname{sen}(2x)}{4}$

Exame 2009, 1.ª fase

77. Sejam a, b, c, e d as funções reais de variável real definidas por:

$a(x) = 3 + \ln x$ $b(x) = e^x$ $c(x) = 10\operatorname{sen} x$ $d(x) = 2 + \operatorname{tg} x$

Considere que o domínio de cada uma das quatro funções é o conjunto dos números reais para os quais tem significado a expressão que a define.
Qual é a função cujo gráfico tem mais do que uma assintota?

(A) A função a **(B)** A função b **(C)** A função c **(D)** A função d

Teste Intermédio 12.º ano, maio 2009