1. Seja f a função, de domínio $IR\backslash\{-2\}$, definida por

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^{2-x}}{x+2} & \text{se} \quad x<-2 \vee x\geq 2\\[2ex] \dfrac{\operatorname{sen}(x-2)}{x^2-4} & \text{se} \quad -2<x<2\end{cases}$$

Averigue se a função f é contínua em $x = 2$

Exame 2022, 1.ª fase

2. Para conhecer a variação do número de bactérias de uma determinada estirpe, colocou-se num tubo de ensaio fechado, com alguns nutrientes, um certo número de bactérias dessa estirpe.

Admira que, nessas condições, o número N , em milhares, de bactérias vivas existentes no tubo, t horas após a sua colocação nesse tubo, é dada por

$$N(t)=N_0e^{1{,}08t-0{,}3t^2}$$

em que N_0 representa a dimensão, em milhares, da população inicial.

Com o decorrer do tempo, para que tende o número de bactérias vivas existentes no tubo?

(A) $+\infty$ **(B)** $0{,}78N_0$ **(C)** N_0 **(D)** 0

Exame 2021, época especial

3. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Considere, para um certo número real k, a função, de domínio $IR\backslash\{0\}$, definida por

$$g(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-x}{x^2-x}+k & \text{se} \quad x<0\\[2ex] 2+x\ln x & \text{se} \quad x>0\end{cases}$$

Sabe-se que existe $\lim\limits_{x\to 0} g(x)$

Determine o valor de k

Exame 2021, 2.ª fase

4. Seja f a função, de domínio $]0,+\infty[$, definida por

$$f(x)=\begin{cases} -x^2(1-2\ln x) & \text{se} \quad 0<x\leq 1 \\ \dfrac{5-5e^{x-1}}{x^2+3x-4} & \text{se} \quad x>1 \end{cases}$$

Averigue, sem recorrer à calculadora, se a função f é contínua em $x=1$

Exame 2021, 1.ª fase

5. Para um certo número real k, seja g, a função, de domínio IR, definida por

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-x}{k-kx} & \text{se} \quad x<1 \\ x^2-10+8\ln x & \text{se} \quad x\geq 1 \end{cases}$$

Qual é o valor de k ?

(A) $\frac{1}{6}$ **(B)** $\frac{1}{7}$ **(C)** $\frac{1}{8}$ **(D)** $\frac{1}{9}$

Exame 2020, época especial

6. Para um certo número real k, é contínua em IR a função f, definida por

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x-1}{x^2+x-2} & \text{se} \quad x>1 \\ k & \text{se} \quad x\leq 1 \end{cases}$$

Qual é o valor de k ?

(A) 2 **(B)** 3 **(C)** $\frac{1}{3}$ **(D)** $\frac{1}{2}$

Exame 2019, época especial

7. Para um certo número real k , é contínua em IR a função f , definida por

$$f(x)=\begin{cases}\log_3 k & \text{se } x=1\\ \\ \dfrac{x^2-1}{x-1} & \text{se } x\neq 1\end{cases}$$

Qual é o valor de k ?

(A) 5 **(B)** 6 **(C)** 8 **(D)** 9

Exame 2019, 2.ª fase

8. Considere a função f , de domínio IR^+ , definida por $f(x)=\ln x$

Considere a sucessão de termo geral $u_n=\dfrac{n}{e^n}$

Qual é o valor de $\lim f(u_n)$?

(A) $-\infty$ **(B)** 0 **(C)** e **(D)** $+\infty$

Exame 2016, 2.ª fase

9. O José e o António são estudantes de Economia. O José pediu emprestados 600 euros ao António para comprar um computador, tendo-se comprometido a pagar o empréstimo em prestações mensais sujeitas a um certo juro.

Para encontrarem as condições de pagamento do empréstimo, os dois colegas adaptaram uma fórmula que tinham estudado e estabeleceram um contrato.

Nesse contrato, a prestação mensal p, em euros, que o José temd e pagar ao António é dada por

$$p=\frac{600x}{1-e^{-nx}}$$

em que n é o número de meses que o empréstimo será pago e x é a taxa de juro mensal

Determine, recorrendo a métodos analíticos, $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{600x}{1-e^{-nx}}$, em função de n, e interprete o resultado no contexto da situação descrita.

Exame 2016, 2.ª fase

10. Seja a um número real diferente de 0

Qual é o valor de $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{ae^{x-a} - a}{x^2 - a^2}$

(A) $\dfrac{1}{4}$ **(B)** $\dfrac{1}{2}$ **(C)** 1 **(D)** 2

Exame 2016, 1.ª fase

11. Para um certo número real k, é contínua em IR a função f definida por

$$f(x) = \begin{cases} 2 + e^{x+k} & \text{se } x \leq 0 \\ \dfrac{2x + \ln(x+1)}{x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Qual é o valor de k ?

(A) 0 **(B)** 1 **(C)** $\ln 2$ **(D)** $\ln 3$

Exame 2015, 2.ª fase

12. Considere a função f, de domínio IR^+, definida por $f(x) = \dfrac{1 + \ln x}{x}$

Considere a sucessão de termo geral $u_n = n^2$

Qual é o valor de $\lim f(u_n)$?

(A) 0 **(B)** 1 **(C)** e **(D)** $-\infty$

Exame 2015, 1.ª fase

13. Considere a função f de domínio IR, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{x-4} - 3x + 11}{4 - x} & \text{se } x < 4 \\ \ln(2e^x - e^4) & \text{se } x \geq 4 \end{cases}$$

Recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora, averigue se a função f é contínua em $x = 4$

Exame 2014, 1.ª fase

14. Considere, para um certo número real k positivo, a função f, de domínio IR, definida por

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{3x}{1-e^{2x}} & \text{se} \quad x<0 \\ \ln k & \text{se} \quad x=0 \\ \dfrac{x}{2}-\ln\left(\dfrac{6x}{x+1}\right) & \text{se} \quad x>0 \end{cases}$$

Determine k de modo que $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=f(0)$, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora

Exame 2013, época especial

15. Para um certo número real k positivo, seja f a função, de domínio $]-\infty, 1[$ definida por

$$f(x)=\begin{cases} \ln(k-x) & \text{se} \quad x\leq 0 \\ 2e^x+\dfrac{1}{\ln x} & \text{se} \quad 0<x<1 \end{cases}$$

Sabe-se que f é contínua.

Qual é o valor de k ?

(A) $\ln 2$ **(B)** e^2 **(C)** $\ln 3$ **(D)** e^3

Teste Intermédio 12.º ano, maio 2013

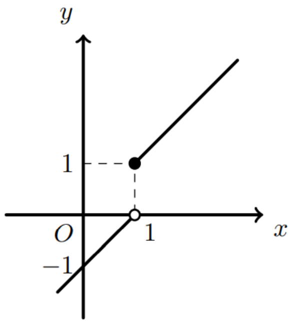
16. Considere a função f, de domínio IR, definida por $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{e^{x-1}-1}{x-1} & \text{se} \quad x<1 \\ \ln x & \text{se} \quad x\geq 1\end{cases}$

Seja g uma outra função, de domínio IR

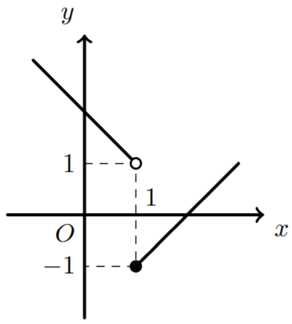
Sabe-se que a função $f\times g$ é contínua no ponto 1

Em qual das seguintes opções pode estar representada parte do gráfico da função g ?

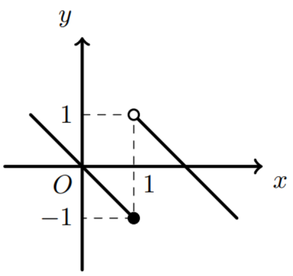
(A)



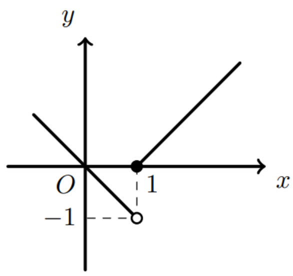
(B)



(C)



(D)



Teste Intermédio 12.º ano, fevereiro 2013

17. Seja f a função, de domínio IR, definida por $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{3x+3}{\sqrt{x^2+9}} & \text{se} \quad x\leq 4 \\ \dfrac{\ln\left(3x-11\right)}{x-4} & \text{se} \quad x>4\end{cases}$

Averigue se existe $\lim\limits_{x\to 4} f\left(x\right)$, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

Teste Intermédio 12.º ano, fevereiro 2013

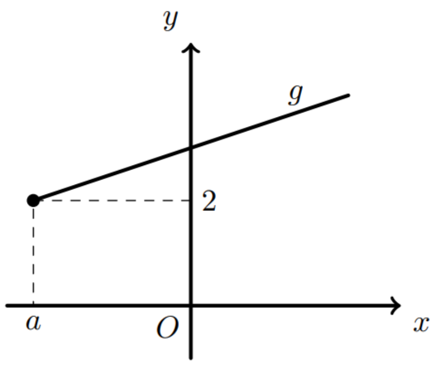
18. Considere a função *f*, de domínio IR , definida por

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\operatorname{sen} x}{1-\sqrt{1-x^3}} & \text{se} \quad x<0 \\ 1-e^{k+1} & \text{se} \quad x=0 \qquad \text{com} \ k\in IR \\ \dfrac{1-e^{4x}}{x} & \text{se} \quad x>0\end{cases}$$

Determine k , de modo que $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=f(0)$, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

Exame 2012, 2.ª fase

19. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n. xOy , parte do gráfico de uma função g , de domínio $[a,+\infty[$ com $a<-\dfrac{1}{3}$



Para esse valor de a , a função f , contínua em IR , é definida por

$$f(x)=\begin{cases}\log_3\left(-x-\dfrac{1}{3}\right) & \text{se} \quad x<a \\ g(x) & \text{se} \quad x\geq a\end{cases}$$

Qual é o valor de a ?

(A) $-\dfrac{28}{3}$ **(B)** $-\dfrac{25}{3}$ **(C)** $-\dfrac{19}{3}$ **(D)** $-\dfrac{8}{3}$

Exame 2012, 1.ª fase

20. Seja f a função de domínio IR definida por

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{xe^x-2e^2}{x-2} & \text{se} \quad x<2 \\[2ex] 3e^x+\ln(x-1) & \text{se} \quad x\geq 2 \end{cases}$$

Averigue se a função é contínua em $x = 2$

Teste Intermédio 12.º ano, maio 2012

21. Para um certo valor de α e para um certo valor de β , é contínua no ponto 0 a função g , definida por

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{e^{2x}-1}{x} & \text{se} \quad x<0 \\[2ex] \alpha & \text{se} \quad x=0 \\[2ex] \beta-\dfrac{\ln(x+1)}{x} & \text{se} \quad x>0 \end{cases}$$

Qual é esse valor de α e qual é esse valor de β ?

(A) $\alpha=1$ e $\beta=2$

(B) $\alpha=2$ e $\beta=3$

(C) $\alpha=1$ e $\beta=3$

(D) $\alpha=2$ e $\beta=1$

Teste Intermédio 12.º ano, março 2012

22. Considere a função f, de domínio IR , definida por

$$f(x)=\begin{cases} k+\dfrac{1-e^{x-1}}{x-1} & \text{se} \quad x<1 \\[2ex] -x+\ln x & \text{se} \quad x\geq 1 \end{cases}$$

$(k$ designa um número real$)$

Determine k , sabendo que f é contínua em $x = 1$, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

Exame 2011, prova especial