



1. Resolva este item sem recorrer à calculadora

Seja  $h$  a função, de domínio  $]0, +\infty[$  definida por  $h(x) = \frac{e^x + \ln x}{e^x - 1}$

Estude a função  $h$  quanto à existência de assíntotas ao seu gráfico paralelas aos eixos coordenados e, caso estas existam, escreva as respetivas equações.

Exame 2022, 2.ª fase

2. Seja  $g$  a função, de domínio  $] -1, +\infty[$ , definida por  $g(x) = 5x - 3\ln(x-1)$

Estude, sem recorrer à calculadora, a função  $g$  quanto à existência de assíntotas verticais e de assíntotas oblíquas ao seu gráfico e, caso existam, escreva as respetivas equações.

Exame 2022, 1.ª fase

3. Seja  $g$  a função de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6} & \text{se } x \leq 1 \\ \frac{x - 1}{e^{x-2}} & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

Estude sem recorrer à calculadora, a função  $f$  quanto à existência de assíntotas horizontais ao seu gráfico e, caso existam, escreva as suas equações.

Exame 2021, época especial

4. Seja  $f$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x - e^{-x}}{x} & \text{se } x < 0 \\ \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x + 1} - 3 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

Resolva o item seguinte sem recorrer à calculadora.

Estude a função  $f$  quanto à existência de assíntotas ao seu gráfico e, caso estas existam, escreva as respetivas equações.

Exame 2021, 2.ª fase

5. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Seja  $h$  a função, de domínio  $\mathbb{R}^+$ , definida por  $h(x) = \frac{x^3}{2x^2 - \ln x}$

Estude a função  $h$  quanto à existência de assíntota oblíqua ao seu gráfico e, caso exista, escreva a sua equação reduzida.

Exame 2021, 1.ª fase

6. Seja  $h$  a função, de domínio  $] - \infty, 4[$ , definida por

$$h(x) = \begin{cases} 1 + xe^{x-1} & \text{se } x \leq 1 \\ \frac{\sqrt{x} - 1}{\text{sen}(x-1)} & \text{se } 1 < x < 4 \end{cases}$$

Mostre, sem recorrer à calculadora, que o gráfico da função  $h$  tem uma assíntota horizontal e apresente uma equação dessa assíntota.

Exame 2020, 2ª fase

7. Seja  $f$  a função definida em  $] - \infty, 2]$  por  $f(x) = x + \ln(e^x + 1)$

Resolva o item seguinte sem recorrer à calculadora.

O gráfico de  $f$  tem uma assíntota oblíqua.

Determine uma equação dessa assíntota.

Exame 2020, 1ª fase

8. Seja  $g$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por

$$g(x) = \begin{cases} x \ln(1-x) & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{1-3x}{1-e^{-x}} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

O gráfico da função  $g$  tem uma assíntota oblíqua, quando  $x \rightarrow +\infty$

Determine a equação reduzida dessa assíntota.

Exame 2019, época especial



9. Considere a função  $h$ , de domínio  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ , definida por  $h(x) = \frac{e^x}{x-1}$

Estude a função  $h$  quanto à existência de assíntotas do seu gráfico paralelas aos eixos coordenados e, caso existam, escreva as suas equações.

Exame 2019, 2ª fase

10. Seja  $g$  a função, de domínio  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ , definida por  $g(x) = \frac{e^{-x}}{x}$

Seja  $h$  a função, de domínio  $\mathbb{R}^+$ , definida por  $h(x) = g(x) + 2x - \frac{1}{\sqrt{x}}$ . Sabe-se que o gráfico da função  $h$  tem uma assíntota oblíqua.

Qual é o declive dessa assíntota?

- (A) 1      (B) 2      (C)  $e$       (D)  $e^2$

Exame 2019, 1ª fase

11. Seja  $h$  a função, de domínio  $\left[-\frac{\pi}{3}, +\infty\right]$ , definida por

$$h(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sen}^2 x}{\operatorname{sen}(x^2)} & \text{se } -\frac{\pi}{3} \leq x < 0 \\ \frac{e^x}{x+1} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

Sabendo que a função  $h$  é contínua no ponto 0, estude a função  $h$  quanto à existência de assíntotas do seu gráfico.

Exame 2018, época especial

12. Seja  $f$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3 + \frac{e^x}{1-x} & \text{se } x < 1 \\ \frac{\ln(x^2) + 2}{x} & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

Estude a função  $f$  quanto à existência de assíntotas horizontais do seu gráfico.

Exame 2018, 2ª fase

13. Considere a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}^+$ , definida por  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

Estude a função  $f$  quanto à existência de assíntotas do seu gráfico paralelas aos eixos coordenados, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

*Exame 2017, 2ª fase*

14. Sejam  $f$  e  $g$  duas funções de domínio  $\mathbb{R}^+$

Sabe-se que a reta de equação  $y = -x$  é assíntota oblíqua do gráfico de  $f$  e do gráfico de  $g$

Qual é o valor de  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) \times g(x)}{x}$  ?

- (A)  $+\infty$       (B) 1      (C)  $-1$       (D)  $-\infty$

*Exame 2017, 1ª fase*

15. Seja  $f$  a função, de domínio  $\left] -\frac{3\pi}{2}, +\infty \right[$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x^2 + \cos x & \text{se } -\frac{3\pi}{2} < x < 0 \\ \ln(e^x + x) & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

Determine, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x]$

Interprete o valor obtido em termos de assíntotas do gráfico de  $f$

*Exame 2016, época especial*

16. Seja  $f$  a função, de domínio  $\left] -\frac{\pi}{2}, +\infty \right[$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2 + \sin x}{\cos x} & \text{se } -\frac{\pi}{2} < x \leq 0 \\ x - \ln x & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Estude, recorrendo a métodos analíticos, a função  $f$  quanto à existência de assíntota oblíqua do seu gráfico.

*Exame 2016, 2ª fase*



17. Seja  $f$  uma função de domínio  $\mathbb{R}^-$   
Sabe-se que:

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x) + e^x - x}{x} = 1$
- o gráfico de  $f$  tem uma assíntota oblíqua

Qual é o declive dessa assíntota?

- (A)  $-2$       (B)  $-1$       (C)  $1$       (D)  $2$

18. Considere a função  $f$ , de domínio  $] -\infty, -1[ \cup ]1, +\infty[$  definida por  $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$  *Exame 2016, 1ª fase*

Resolva o item seguinte recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

Estude a função  $f$  quanto à existência de assíntotas verticais do seu gráfico.

*Exame 2016, 1ª fase*

19. Seja  $f$  a função, de domínio  $\mathbb{R}_0^+$ , definida por  $f(x) = x^2 e^{1-x}$

Estude a função  $f$  quanto à existência de assíntota horizontal, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

*Exame 2015, época especial*

20. Seja  $f$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} 1 + xe^x & \text{se } x \leq 3 \\ \ln(x-3) - \ln x & \text{se } x > 3 \end{cases}$$

Estude a função  $f$  quanto à existência de assíntotas horizontais do seu gráfico, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

*Exame 2015, 2ª fase*

21. Seja  $f$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - \sqrt{e}}{2x-1} & \text{se } x < \frac{1}{2} \\ (x+1)\ln x & \text{se } x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

Averigue, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora, da existência de assíntotas verticais do gráfico da função  $f$

*Exame 2015, 1ª fase*



22. Considere, para um certo número real  $k$ , a função  $f$ , de domínio  $] - \infty, e[$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} xe^{x-2} & \text{se } x \leq 2 \\ \frac{\text{sen}(2-x)}{x^2+x-6} + k & \text{se } 2 < x < e \end{cases}$$

Estude, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora, a função  $f$  quanto à existência de assíntota horizontal do seu gráfico e, caso exista, indique uma equação dessa assíntota.

*Exame 2014, época especial*

23. Seja  $f$  uma função de domínio  $\mathbb{R}^+$   
A reta de equação  $y = 2x - 5$  é assíntota do gráfico da função  $f$

Qual é o valor de  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x-1}{f(x)}$  ?

- (A) 0      (B) 2      (C) 3      (D)  $+\infty$

*Exame 2014, época especial*

24. Considere a função  $f$ , de domínio  $] - \infty, 0[$  definida por  $f(x) = x - 1 + \frac{\ln(-x)}{x}$

Estude, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora, a função  $f$  quanto à existência de assíntotas do seu gráfico e, caso existam, indique as suas equações.

*Exame 2014, 2ª fase*

25. Considere a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x-4} - 3x + 11}{4-x} & \text{se } x < 4 \\ \ln(2e^x - e^4) & \text{se } x \geq 4 \end{cases}$$

O gráfico da função  $f$  tem uma assíntota oblíqua quando  $x$  tende para  $+\infty$ , de equação  $y = x + b$ , com  $b \in \mathbb{R}$

Determine  $b$ , recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

*Exame 2014, 1ª fase*

26. Seja  $f$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 + e^{-x} & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{3x + \ln x}{x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Estude a função  $f$  quanto à existência de assíntotas do seu gráfico, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

Na sua resposta, deve:

- mostrar que existe uma única assíntota vertical e escrever uma equação dessa assíntota;
- mostrar que existe uma assíntota horizontal quando  $x \rightarrow +\infty$  e escrever uma equação dessa assíntota;
- mostrar que não existe assíntota não vertical quando  $x \rightarrow -\infty$

*Teste Intermédio 12º ano, abril 2014*

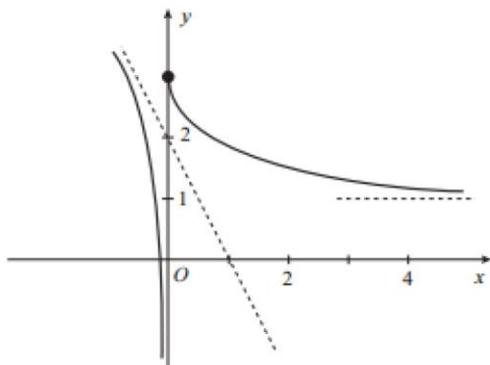
27. Seja  $f$  uma função de domínio  $\mathbb{R}$

Sabe-se que:

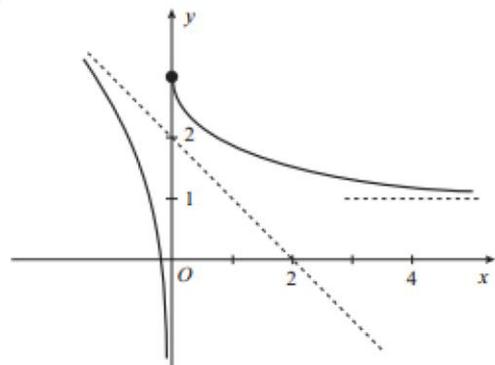
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + 2x] = 2$

Em qual das opções seguintes pode estar representada parte do gráfico da função  $f$ ?

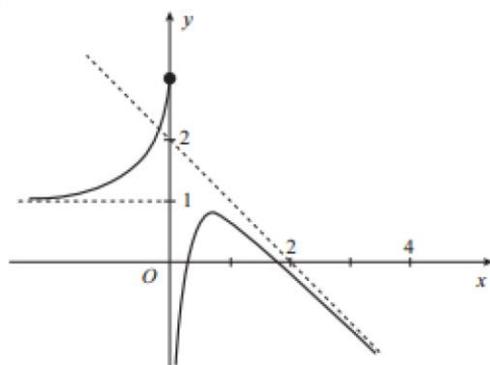
(A)



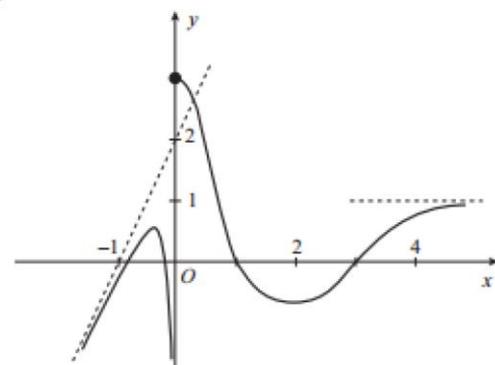
(B)



(C)



(D)



**Nota** – Em cada uma das opções estão representadas parte do gráfico de uma função e, a tracejado, assíntotas desse gráfico.

*Exame 2013, época especial*



28. Considere duas funções  $g$  e  $h$ , de domínio  $\mathbb{R}^+$   
Sabe-se que:

- a reta de equação  $y = 2x - 1$  é assíntota do gráfico da função  $g$
- a função  $h$  é definida por  $h(x) = \frac{1 - [g(x)]^2}{x^2}$

Mostre que o gráfico da função  $h$  tem uma assíntota horizontal.

*Exame 2013, época especial*

29. Considere a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} xe^{3+x} + 2x & \text{se } x \leq 1 \\ \frac{1 - \sqrt{x} + \text{sen}(x-1)}{1-x} & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

Mostre recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora, que o gráfico da função  $f$  admite uma assíntota oblíqua quando  $x$  tende para  $-\infty$

*Exame 2013, 2ª fase*

30. Seja  $f$  uma função de domínio  $\mathbb{R}^+$

Sabe-se que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x + f(x)}{3x} = 1$

Qual das equações seguintes pode definir uma assíntota do gráfico da função  $f$ ?

- (A)  $y = \frac{1}{3}x$       (B)  $y = \frac{2}{3}x$       (C)  $y = x$       (D)  $y = 3x$

*Exame 2013, 1ª fase*

31. Considere a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R} \setminus 0$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{e^{4x} - 1} & \text{se } x < 0 \\ x \ln x & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Estude, a função  $f$  quanto à existência de assíntotas verticais do seu gráfico, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

*Exame 2013, 1ª fase*

32. Seja  $f$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 1 - xe^x & \text{se } x < 0 \\ x + \cos x & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

Resolva recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora:  
O gráfico da função  $f$  tem uma assíntota oblíqua quando  $x \rightarrow -\infty$   
Determine a equação reduzida dessa assíntota.

*Teste Intermédio 12.º ano, maio 2013*

33. Seja  $f$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = \begin{cases} \frac{3x+3}{\sqrt{x^2+9}} & \text{se } x \leq 4 \\ \frac{\ln(3x-11)}{x-4} & \text{se } x > 4 \end{cases}$

O gráfico da restrição da função  $f$  ao intervalo  $] -\infty, 4]$  tem uma assíntota horizontal. Determine uma equação dessa assíntota, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

*Teste Intermédio 12.º ano, fevereiro 2013*

34. Sejam  $f$  e  $g$  funções de domínio  $]0, +\infty[$ . Sabe-se que:

- a reta de equação  $y = 3$  é assíntota horizontal do gráfico de  $f$
- $f$  não tem zeros;
- $g(x) = \frac{e^{-x} - 3}{f(x)}$

Qual das opções seguintes define uma assíntota horizontal do gráfico de  $g$ ?

- (A)  $y = 3$       (B)  $y = e$       (C)  $y = 0$       (D)  $y = -1$

*Exame 2012, época especial*

35. Seja  $f$  uma função de domínio  $\mathbb{R}$ . Sabe-se que:

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - 2x) = 1$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$
- $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$

Em qual das opções seguintes as duas equações definem assíntotas do gráfico da função  $f$ ?

- (A)  $x = 1$  e  $y = -2x + 1$       (B)  $x = 1$  e  $y = 2x + 1$   
 (C)  $y = 3$  e  $y = -2x + 1$       (D)  $y = 2$  e  $y = 2x + 1$

*Exame 2012, 2ª fase*

36. Considere a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} x \ln(x+1) - x \ln(x) + 3x & \text{se } x > 0 \\ xe^{1-x} & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

Estude a função  $f$  quanto à existência de assíntotas não verticais do seu gráfico, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

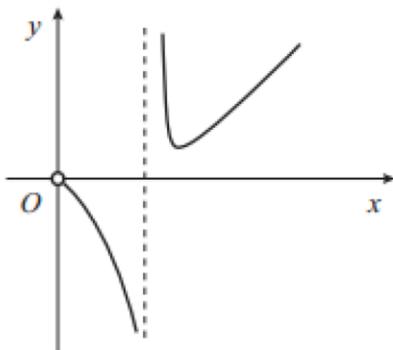
*Exame 2012, 1ª fase*

37. Seja  $f$  uma função de domínio  $\mathbb{R}^+$ , contínua em todo o seu domínio. Sabe-se que:

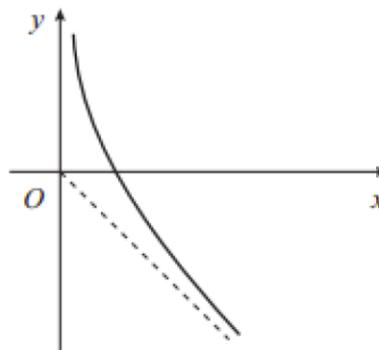
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$
- a bissetriz dos quadrantes ímpares é assíntota do gráfico de  $f$

Em qual das opções seguintes pode estar representado o gráfico da função  $\frac{1}{f}$ ?

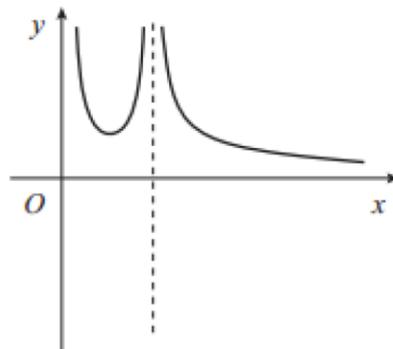
(A)



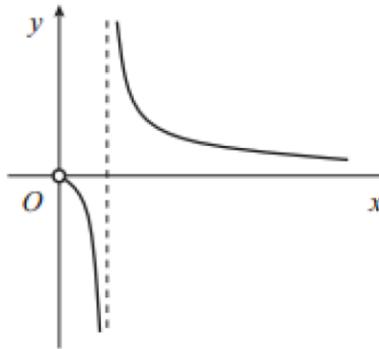
(B)



(C)



(D)



*Teste Intermédio 12.º ano, maio 2012*



38. Para cada valor de  $k$ , a expressão

$$f(x) = \begin{cases} k + xe^x & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{2x + \ln x}{x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

define uma função, de domínio  $\mathbb{R}$ , cujo gráfico tem:

- uma assíntota horizontal, quando  $x \rightarrow +\infty$
- uma assíntota horizontal, quando  $x \rightarrow -\infty$

Existe um valor de  $k$  para o qual as duas assíntotas são coincidentes, ficando assim o gráfico de  $f$  com uma única assíntota horizontal.

Determine esse valor de  $k$ , **sem recorrer à calculadora**.

*Teste Intermédio 12.º ano, março 2012*

39. Considere a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3 + \frac{1 - e^{x-1}}{x-1} & \text{se } x < 1 \\ -x + \ln x & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

Estude a função  $f$  quanto à existência de assíntotas horizontais do gráfico de  $f$

*Exame 2011, Prova Especial*

40. Considere uma função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ , contínua em todo o seu domínio. Sabe-se que:

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -2$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + 2x) = 0$

Em qual das opções seguintes as equações definem duas assíntotas do gráfico de  $f$ ?

- (A)  $x = -2$  e  $y = 1$                       (B)  $x = 3$  e  $y = -2x$   
(C)  $y = -2x$  e  $y = 1$                       (D)  $y = 2x$  e  $y = -1$

*Exame 2011, época especial*

41. Considere a função  $f$ , de domínio  $[0, +\infty[$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{2-x} - 1}{x - 2} & \text{se } 0 \leq x < 2 \\ \frac{x + 1}{\ln(x + 1)} & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$$

Estude  $f$  quanto à existência de assíntotas verticais no seu gráfico, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

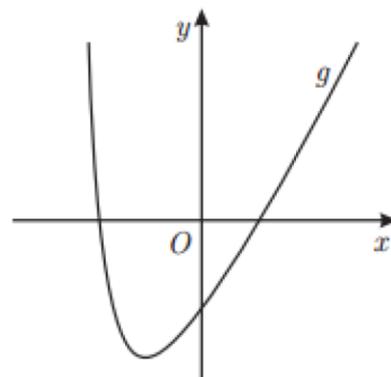
*Exame 2011, 2ª fase*

42. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n.  $xOy$ , parte do gráfico da função  $g$ , de domínio  $] - 3, +\infty[$

A reta  $y = 2x - 4$  é assíntota do gráfico de  $g$

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (A)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (g(x) - 2x - 4) = 0$       (B)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{g(x)} = 2$   
 (C)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (g(x) - 2x + 4) = 0$       (D)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (g(x) - 2x) = 0$



*Exame 2011, 1ª fase*

43. Seja  $f$  a função, de domínio  $\mathbb{R}^+$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} 2 + \frac{\text{sen}(x - 1)}{ex - e} & \text{se } 0 < x < 1 \\ xe^{-x} + 2x & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

O gráfico da função  $f$  tem uma assíntota oblíqua.

Determine, sem recorrer à calculadora, a equação reduzida dessa assíntota.

*Teste Intermédio 12.º, maio 2011*

44. Considere a função  $h$ , de domínio  $\mathbb{R}^+$ , e a reta de equação  $y = -4$ , assíntota do gráfico de  $h$

Qual é o valor de  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln\left(\frac{1}{2x}\right)}{h(x)}$ ?

- (A)  $-\infty$       (B)  $+\infty$       (C) 4      (D) 0

*Exame 2010, época especial*

45. Seja uma função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}^+$ , e seja a reta de equação  $y = 1$  a única assíntota do gráfico de  $f$ . Considere a função  $g$ , de domínio  $\mathbb{R}^+$ , definida por  $g(x) = f(x) + x$ . Prove que o gráfico de  $g$  tem uma assíntota oblíqua paralela à bissetriz dos quadrantes ímpares.

*Exame 2010, época especial*

46. Considere a função  $f$ , de domínio  $]0, +\infty[$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 3x}{x} & \text{se } 0 < x \leq 2 \\ \frac{1}{5}x - \ln x & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

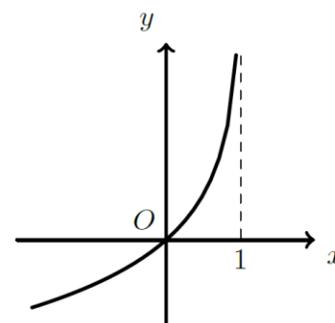
Estude a função  $f$  quanto à existência de assíntotas oblíquas, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

*Exame 2010, 2.ª fase*

47. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n.  $xOy$ , parte do gráfico de uma função  $f$ , contínua, de domínio  $] - \infty, 1[$ . Tal como a figura sugere, a reta de equação  $x = 1$  é assíntota do gráfico de  $f$ .

Qual é o valor de  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x}{f(x)}$ ?

- (A)  $-\infty$       (B) 3      (C) 0      (D)  $+\infty$



*Exame 2010, 1.ª fase*

48. Considere a função  $f$ , de domínio  $] - \infty, 2\pi]$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} ax + b + e^x & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{x - \text{sen}(2x)}{x} & \text{se } 0 < x \leq 2\pi \end{cases}$$

Recorrendo a métodos exclusivamente analíticos, prove que a reta de equação  $y = ax + b$ , com  $a \neq 0$ , é uma assíntota oblíqua do gráfico de  $f$ .

*Exame 2010, 1.ª fase*

49. Considere a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = 3 + 4x^2 e^{-x}$ . Mostre, usando exclusivamente métodos analíticos, que o gráfico da função  $f$  tem uma única assíntota e escreva uma equação dessa assíntota.

*Teste Intermédio 12.º, maio 2010*

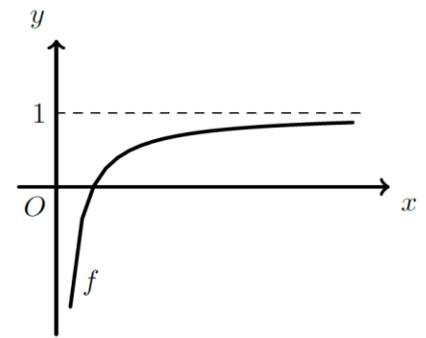


50. Na figura ao lado, está representada parte do gráfico de uma função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}^+$

Tal como a figura sugere, a reta de equação  $y = 1$  é assíntota do gráfico de  $f$

Indique o valor de  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{\ln x}{x} - f(x) \right]$

- (A)  $-1$       (B)  $0$       (C)  $1$       (D)  $+\infty$



Teste Intermédio 12.º, março 2010

51. Seja  $f$  a função, de domínio  $\mathbb{R}^+$ , definida por  $f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{x-\sqrt{2x}} & \text{se } 0 < x < 2 \\ xe^{-x} + x + 1 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$

O gráfico da função  $f$  tem uma assíntota oblíqua.

Determine, usando exclusivamente métodos analíticos, a equação reduzida dessa assíntota.

Teste Intermédio 12.º, março 2010

52. Considere a função  $g$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $g(x) = \frac{e^x + 3}{e^x}$ .

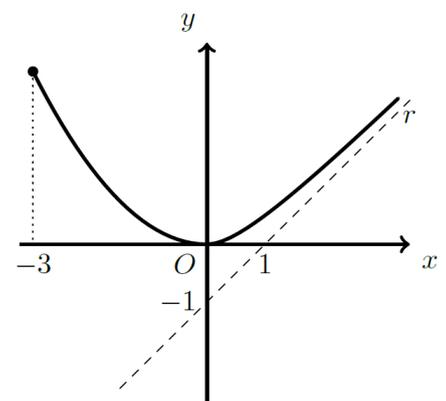
Estude, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos, a função  $g$ , quanto à existência de assíntotas do seu gráfico e, caso existam, escreva as suas equações.

Teste Intermédio 12.º, março 2010

53. Na figura ao lado, estão representadas parte do gráfico de uma função  $f$ , de domínio  $[-3, +\infty[$ , e parte da reta  $r$ , que é a única assíntota do gráfico de  $f$ .

Qual é o valor de  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  ?

- (A)  $-1$       (B)  $0$       (C)  $1$       (D)  $2$



Exame 2009, 2.ª fase

54. Considere a função  $h$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $h(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 4} - x & \text{se } x > 0 \\ 2 & \text{se } x = 0 \\ \frac{e^{2x} - 1}{x} & \text{se } x < 0 \end{cases}$

Recorrendo a métodos exclusivamente analíticos, estude a função  $h$  quanto à existência de assíntotas do seu gráfico paralelas aos eixos coordenados e, caso existam, escreva as suas equações.

*Exame 2009, 2.ª fase*

55. Sejam  $f$  e  $g$  duas funções, ambas de domínio  $\mathbb{R}^+$ . Sabe-se que:

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - 2x) = 0$ ;
- a função  $g$  é definida por  $g(x) = f(x) + x^2$ .

Prove que o gráfico de  $g$  não tem assíntotas oblíquas.

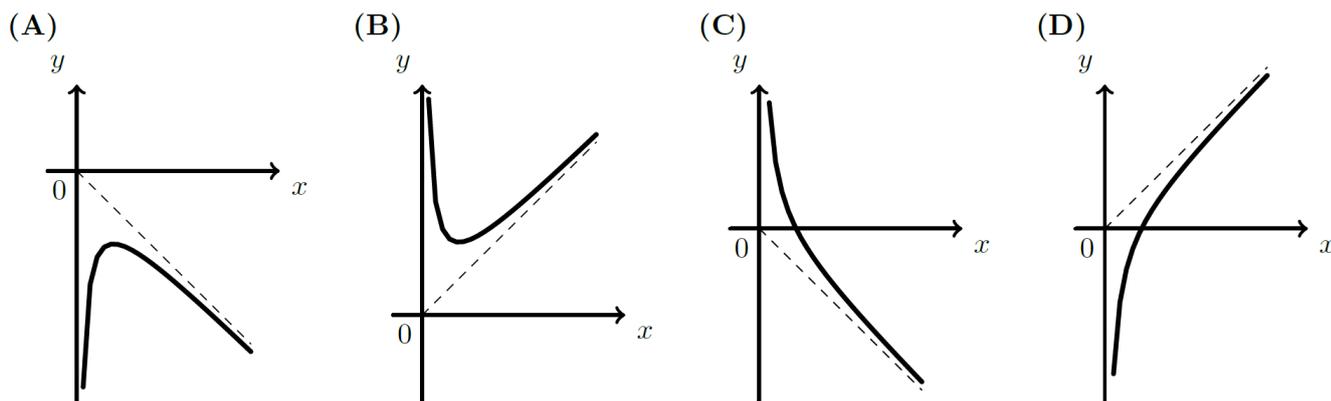
*Exame 2009, 1.ª fase*

56. De uma função  $g$ , de domínio  $\mathbb{R}^+$ , sabe-se que:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = -\infty \text{ e } \lim_{x \rightarrow +\infty} [g(x) - x] = 0$$

Em cada uma das alternativas apresentadas abaixo, está representado, em referencial o.n.  $xOy$ , o gráfico de uma função e, a tracejado, uma assíntota desse gráfico.

Em qual das alternativas pode estar representado o gráfico de  $g$ ?



*Teste Intermédio 12.º, março 2009*

57. Seja  $f$  a função de domínio  $\mathbb{R}$  definida por  $f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2 - 3}{x^2 - 2x + 1} & \text{se } x < 1 \\ \ln(x) - e^{1-x} & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$

Sem recorrer à calculadora, estude a função  $f$  quanto à existência de assíntotas do seu gráfico, **paralelas aos eixos coordenados**.

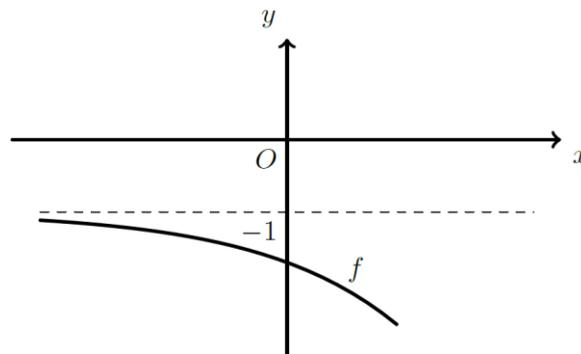
Indique uma equação para cada assíntota encontrada.

Teste Intermédio 12.º, março 2009

58. Na figura ao lado está representada parte do gráfico de uma função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , sendo  $y = -1$  a única assíntota do seu gráfico.

Qual é o valor do  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{f(x)}$  ?

- (A)  $-\infty$       (B)  $-3$   
(C)  $-1$       (D)  $3$

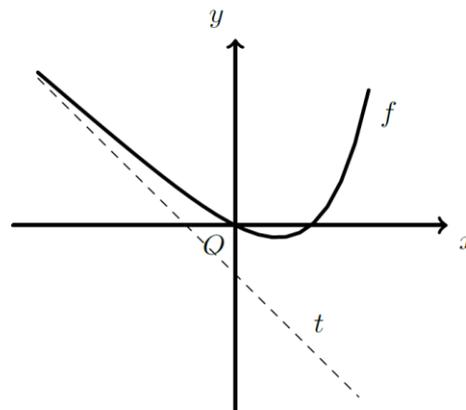


Exame 2008, 2.ª fase

59. Na figura ao lado, está representada parte do gráfico de uma função  $f$  de domínio  $] -\infty, 2[$ . A reta  $t$ , de equação  $y = -x - 1$ , é assíntota do gráfico de  $f$  quando  $x$  tende para  $-\infty$ .

Qual é o valor do  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + x + 1)$  ?

- (A)  $-1$       (B)  $0$       (C)  $1$       (D)  $+\infty$



Exame 2008, 1.ª fase

60. Na figura ao lado está representada parte do gráfico de uma função  $f$  de domínio  $[0, +\infty[$ .

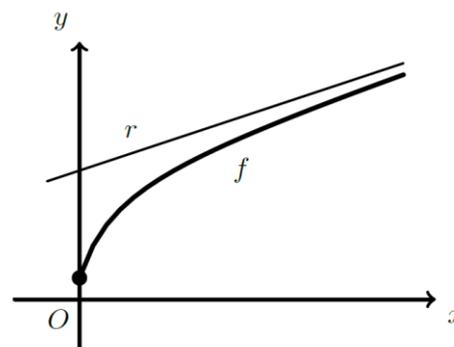
A reta  $r$ , de equação  $y = \frac{1}{3}x + 2$  é assíntota do gráfico de  $f$ .  
Seja  $h$  a função definida em  $[0, +\infty[$  por

$$h(x) = \frac{x}{f(x)}$$

O gráfico de  $h$  tem uma assíntota horizontal.

Qual das equações seguintes define essa assíntota?

- (A)  $y = \frac{1}{3}$       (B)  $y = \frac{1}{2}$       (C)  $y = 2$       (D)  $y = 3$



Teste Intermédio 12.º, abril 2008

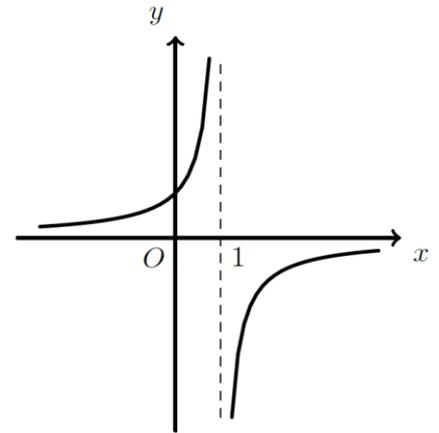
61. Na figura ao lado, está representada parte do gráfico de uma função  $g$ , real de variável real.

Tal como a figura sugere, a reta de equação  $x = 1$  é assíntota do gráfico da função  $g$

Seja  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  a função definida por  $h(x) = x - 1$

O valor do  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{h(x)}{g(x)}$  é:

- (A)  $-\infty$       (B)  $+\infty$       (C) 0      (D) 1



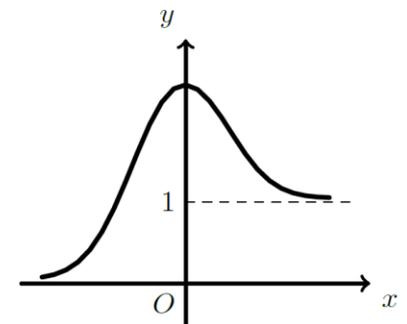
Exame 2007, 2.ª fase

62. Na figura ao lado está parte da representação gráfica de uma função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$

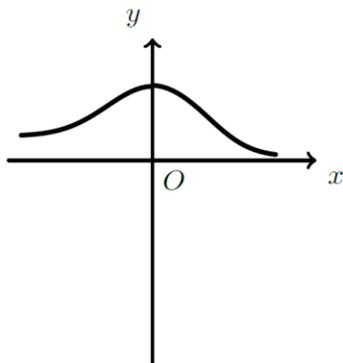
Tal como a figura sugere, o eixo  $Ox$  e a reta de equação  $y = 1$  são assíntotas do gráfico de  $f$ .

Seja  $g$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $g(x) = \ln[f(x)]$

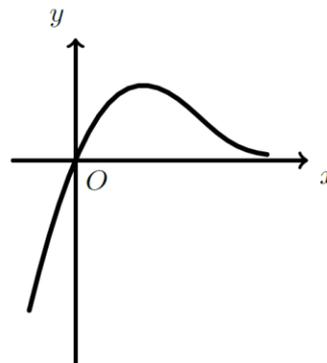
Numa das opções seguintes está parte da representação gráfica da função  $g$ .  
Em qual delas?



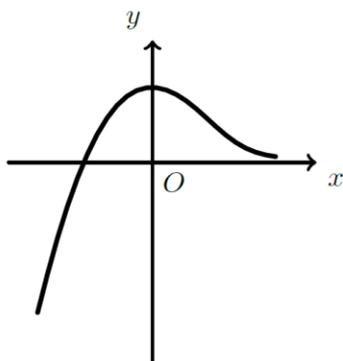
(A)



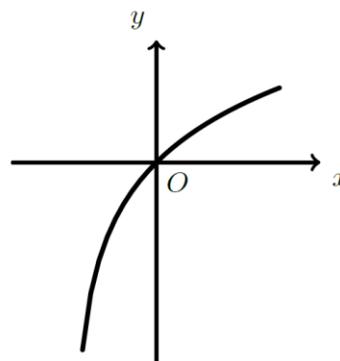
(B)



(C)



(D)



Exame 2007, 2.ª fase



63. Seja  $g$  uma função de domínio  $\mathbb{R}^+$ .  
Sabe-se que a reta de equação  $y = 2x + 3$  é assíntota do gráfico de  $g$ .  
Indique o valor de

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{g(x)}{x} \times (g(x) - 2x) \right]$$

- (A) 0      (B) 5      (C) 6      (D)  $+\infty$

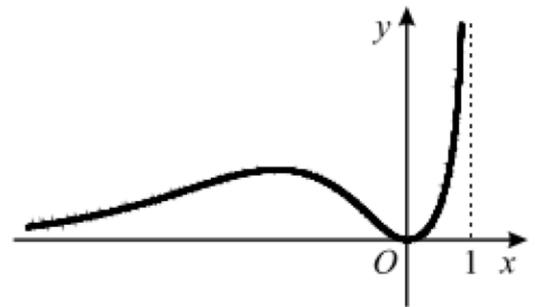
Teste Intermédio 12.º, março 2007

64. Na figura ao lado está representada, em referencial  $xOy$ , parte do gráfico de uma função  $f$ , de domínio  $] - \infty, 1[$ , contínua em todo o seu domínio.

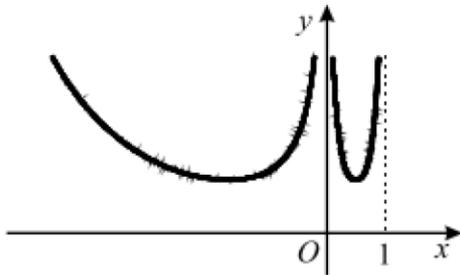
Tal como a figura sugere, tem-se:

- o gráfico de  $f$  contém a origem do referencial;
- as retas de equações  $y = 0$  e  $x = 1$  são assíntotas do gráfico de  $f$ .

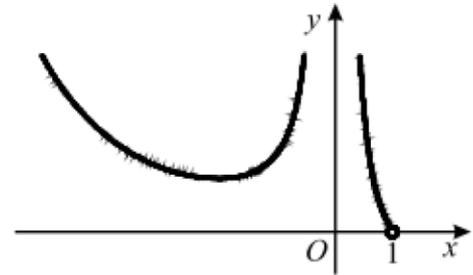
Em qual das opções seguintes poderá estar representada, em referencial  $xOy$ , parte do gráfico de  $\frac{1}{f}$ ?



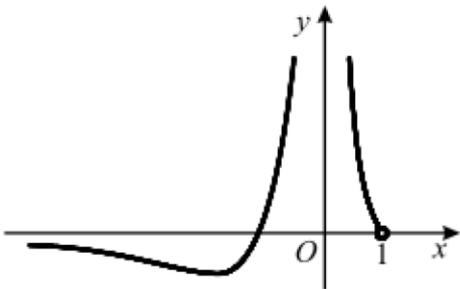
(A)



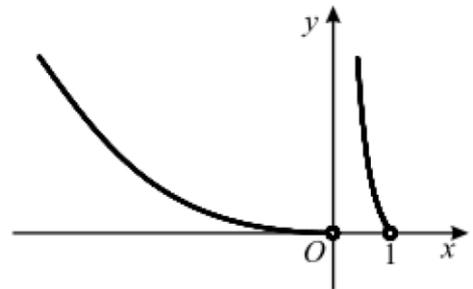
(B)



(C)



(D)



Teste Intermédio 12.º, março 2007

65. Seja a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}^+$ , definida por  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\ln x} & \text{se } 0 < x < 1 \\ xe^{2-x} & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$

Sem recorrer à calculadora, estude a função  $f$  quanto à existência de assíntotas do seu gráfico.

Exame 2006, época especial

66. Seja  $f$  a função, de domínio  $]1, +\infty[$ , definida por  $f(x) = x + x \ln(x - 1)$ .  
**Sem recorrer à calculadora**, estude a função quanto à existência de assíntotas do seu gráfico.

*Exame 2006, 2.ª fase*

67. De uma certa função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , sabe-se que:
- $f$  é contínua;
  - a reta de equação  $y = x$  é assíntota do gráfico de  $f$ , quer quando  $x \rightarrow +\infty$ , quer quando  $x \rightarrow -\infty$ .
- Mostre que o gráfico da função  $g$ , definida, em  $\mathbb{R}$ , por  $g(x) = xf(x)$ , não tem qualquer assíntota.

*Exame 2006, 1.ª fase*

68. Considere a função  $f$ , de domínio  $]0, +\infty[$ , definida por  $f(x) = \frac{1 - \ln x}{x}$  ( $\ln$  designa logaritmo de base  $e$ ).  
**Sem recorrer à calculadora**, estude a função  $f$  quanto à existência de assíntotas do seu gráfico, paralelas aos eixos coordenados.

*Teste Intermédio 12.º ano, março 2006*

69. De uma função  $g$ , de domínio  $]0, +\infty[$ , sabe-se que:
- não tem zeros;
  - a reta de equação  $y = x + 2$  é assíntota do seu gráfico.

Seja  $h$  a função, de domínio  $]0, +\infty[$ , definida por  $h(x) = \frac{x^2}{g(x)}$

Prove que a reta de equação  $y = x - 2$  é assíntota do gráfico de  $h$ .

*Teste Intermédio 12.º ano, março 2006*

70. Considere a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ , definida por  $f(x) = \frac{x - 2}{x - 3}$ .  
 Em cada uma das opções seguintes estão escritas duas equações.  
 Em qual das opções as duas equações definem as assíntotas do gráfico de  $f$ ?

(A)  $x = 2$  e  $y = 1$                       (B)  $x = 2$  e  $y = 2$

(C)  $x = 3$  e  $y = 1$                       (D)  $x = 3$  e  $y = 2$

*Exame 2005, época especial*

71. Considere uma função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R} \setminus \{5\}$ , contínua em todo o seu domínio. Sabe-se que:

- $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = 3$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = 0$

Em cada uma das opções seguintes, estão escritas duas equações, representando cada uma delas uma reta.

Em qual das opções as duas retas assim definidas são as assíntotas do gráfico da função  $f$ ?

- (A)  $y = x$  e  $y = 2$                       (B)  $y = 2$  e  $x = 5$   
 (C)  $y = x$  e  $x = 5$                       (D)  $y = -3$  e  $x = 2$

*Exame 2005, 1.ª fase*

72. Seja  $g$  uma função de domínio  $\mathbb{R}^+$ . Sabe-se que:

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x) + x}{x} = 4$
- o gráfico de  $g$  tem uma assíntota oblíqua.

Qual das condições seguintes pode ser uma equação dessa assíntota?

- (A)  $y = x + 3$                       (B)  $y = 3x$                       (C)  $y = x + 4$                       (D)  $y = 4x$

*Exame 2004, época especial*

73. Considere a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ , definida por  $f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$

**Sem recorrer à calculadora**, estude a função  $f$  quanto à existência de assíntotas do seu gráfico, paralelas aos eixos coordenados.

*Exame 2004, 2.ª fase*