



1. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Considere em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, o número complexo  $z = \frac{4}{1-i} + 4i^{18}$

O número complexo  $z$  é uma das raízes cúbicas de um número complexo  $w$ .

Determine as restantes raízes cúbicas de  $w$  e apresente-as na forma trigonométrica.

*Exame 2022, 2.ª fase*

2. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Considere em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, a equação  $z^3 = \left( \frac{-\sqrt{3} + i}{\sqrt{2}i} \right)^6$

Determine o número complexo que é solução da equação e cujo afixo, no plano complexo, pertence ao terceiro quadrante.

Apresente o resultado na forma  $a + bi$  com  $a, b \in \mathbb{R}$

*Exame 2022, 1.ª fase*

3. Em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, considere  $z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{4}}$  e  $z_2 = 2e^{i\frac{3\pi}{28}}$

Seja  $w$  o número complexo tal que  $w = \frac{z_1}{z_2}$

Sabe-se que, no plano complexo, o afixo do número complexo  $w$  é um dos vértices de um polígono regular com centro na origem do referencial e com outro vértice sobre o semieixo real positivo.

Qual é o número mínimo de vértices desse polígono?

- (A) 7                      (B) 14                      (C) 21                      (D) 28

*Exame 2021, 1.ª fase*

4. Em  $\mathbb{C}$  o conjunto dos números complexos, considere o número complexo  $z_1 = -1 - i$

Determine, sem recorrer à calculadora, os números reais  $a$  e  $b$ , de forma que  $z_1$  seja solução da equação

$$\frac{a}{z^2} + bz^4 = -2 + i$$

*Exame 2020, época especial*

5. Seja  $\mathbb{C}$  o conjunto dos números complexos.

Seja  $k$  um número real. Sabe-se que  $k + i$  é uma das raízes quadradas do número complexo  $3 - 4i$

Qual é o valor de  $k$  ?

*Exame 2020, 2.ª fase*

6. Em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, considere  $z = \frac{5 + (1+i)^4}{2 + 2i^{15}} - \frac{i}{2}$

Determine o menor número natural  $n$  para o qual  $z^n$  é um número real negativo.

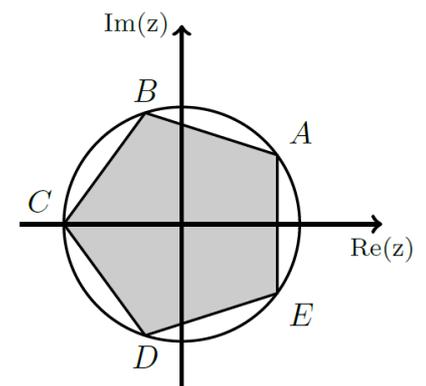
*Exame 2019, época especial*

7. Na figura ao lado, está representado, no plano complexo, um pentágono regular  $[ABCDE]$  inscrito numa circunferência de centro na origem e raio 1

Sabe-se que o ponto  $C$  pertence ao semieixo real negativo.

Seja  $z$  o número complexo cujo afixo (imagem geométrica) é o ponto  $A$ .

Qual é o valor de  $z^5$  ?



- (A)  $-1$                       (B)  $1$                       (C)  $i$                       (D)  $-i$

*Exame 2018, 2.ª fase*

8. Em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, considere  $w = 1 + \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{3}i^5}{1 + 2i}$

Sabe-se que  $w$  é uma raiz quarta de um certo número complexo  $z$

Determine a raiz quarta de  $z$  cujo afixo (imagem geométrica) pertence ao primeiro quadrante.

Apresente o resultado na forma trigonométrica, com argumento pertencente ao intervalo  $]0, \frac{\pi}{2}[$

*Exame 2018, 1.ª fase*

9. Em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, seja

$$z = \frac{2i}{1-i} + 2i^{23}$$

Determine, sem recorrer à calculadora, os números complexos  $w$  tais que  $w^3 = \bar{z}$

Apresente os valores pedidos na forma trigonométrica.

*Exame 2016, época especial*

10. Em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, seja  $z = 3 + 4i$

Sabe-se que  $z$  é uma das raízes de índice 6 de um certo número complexo  $w$

Considere, no plano complexo, o polígono cujos vértices são as imagens geométricas das raízes de índice 6 desse número complexo  $w$

Qual é o perímetro?

- (A) 42                      (B) 36                      (C) 30                      (D) 24

*Exame 2016, 2.ª fase*

11. Em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, seja  $z_1 = (1+i)^6$  e  $z_2 = \frac{8i}{e^{i\left(\frac{6\pi}{5}\right)}}$

Sabe-se que as imagens geométricas dos complexos  $z_1$  e  $z_2$  são vértices consecutivos de um polígono regular de  $n$  lados, com centro na origem do referencial.

Determine, sem recorrer à calculadora, o valor de  $n$

*Exame 2015, época especial*

12. Em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, seja  $z_1 = \frac{-1+i}{\sqrt{2}e^{i\left(\frac{\pi}{12}\right)}}$

Determine os números complexos  $z$  que são solução da equação  $z^4 = \bar{z}_1$ , sem utilizar a calculadora.

Apresente esses números na forma trigonométrica.

Exame 2015, 2.ª fase

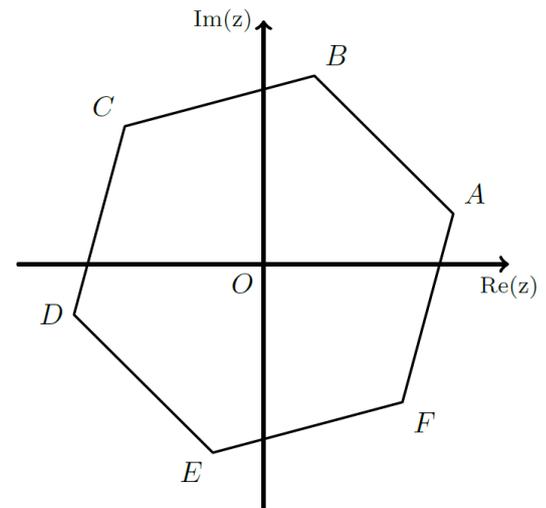
13. Na figura ao lado, está representado, no plano complexo, um polígono regular  $[ABCDEF]$

Os vértices desse polígono são as imagens geométricas das  $n$  raízes de índice  $n$  de um número complexo  $z$

O vértice  $C$  tem coordenadas  $(-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$

Qual dos números complexos seguintes tem por imagem geométrica o vértice  $E$ ?

- (A)  $2\sqrt{2}e^{i\left(\frac{13}{12}\pi\right)}$       (B)  $4e^{i\left(\frac{13}{12}\pi\right)}$   
 (C)  $2\sqrt{2}e^{i\left(\frac{17}{12}\pi\right)}$       (D)  $4e^{i\left(\frac{17}{12}\pi\right)}$



Exame 2014, 1.ª fase

14. Em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, considere  $z_1 = \sqrt{2} + 2e^{i\left(\frac{3\pi}{4}\right)}$  e  $z_2 = 1 + i$   
 Sabe-se que  $\frac{z_1}{z_2}$  é uma raiz quarta de um certo número complexo  $w$   
 Determine  $w$  na forma algébrica, sem utilizar a calculadora.

Exame 2013, época especial

15. Em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, considere  $z_1 = \sqrt{2} + 2e^{i\left(\frac{3\pi}{4}\right)}$  e  $z_2 = 1 + i$   
 Sabe-se que  $\frac{z_1}{z_2}$  é uma raiz quarta de um certo número complexo  $w$   
 Determine  $w$  na forma algébrica, sem utilizar a calculadora.

Exame 2013, 1.ª fase

16. Seja  $\mathbb{C}$  o conjunto dos números complexos.  
 Considere o número complexo  $z = 8\sqrt{3} - 8i$   
 Determine, sem recorrer à calculadora, as raízes de índice 4 de  $z$   
 Apresente as raízes na forma trigonométrica.

Exame 2012, época especial

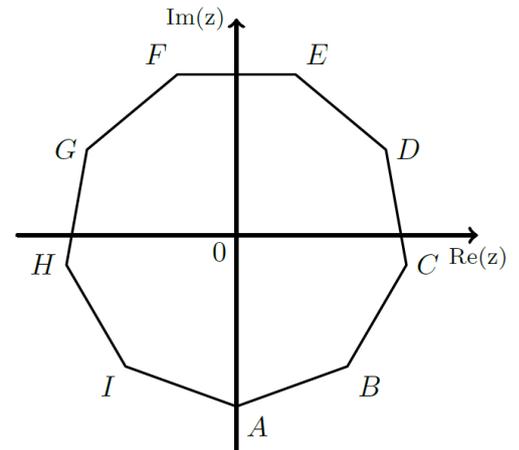
17. Na figura ao lado, está representado, no plano complexo, um polígono regular  $[ABCDEFGHI]$

Os vértices desse polígono são as imagens geométricas das raízes de índice  $n$  de um número complexo  $z$

O vértice  $A$  tem coordenadas  $(0, -3)$

Qual dos números complexos seguintes tem por imagem geométrica o vértice  $F$ ?

- (A)  $3e^{i(\frac{7\pi}{18})}$       (B)  $3e^{i(\frac{11\pi}{18})}$   
 (C)  $3e^{i(\frac{2\pi}{3})}$       (D)  $3e^{i(\frac{5\pi}{9})}$



Exame 2012, 2.ª fase

18. Em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, considere  $z = 8e^{i(\frac{\pi}{8})}$   
 Qual dos números complexos seguintes é uma das raízes de índice seis de  $z$ ?

- (A)  $\sqrt{2}e^{i(\frac{25\pi}{36})}$       (B)  $\sqrt{2}e^{i(\frac{-\pi}{36})}$       (C)  $2\sqrt{2}e^{i(\frac{25\pi}{36})}$       (D)  $2\sqrt{2}e^{i(\frac{-\pi}{36})}$

Exame 2011, prova especial

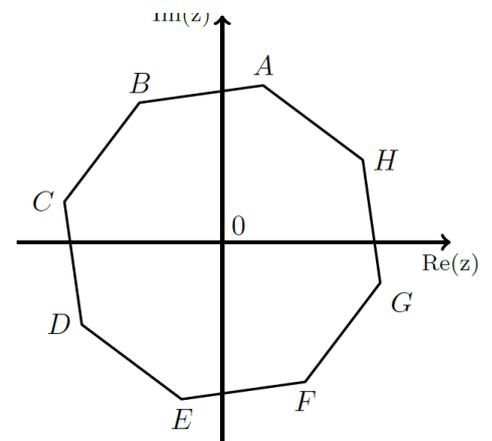
19. Considere, em  $\mathbb{C}$ , um número complexo  $w$

No plano complexo, a imagem geométrica de  $w$  é o vértice  $A$  do octógono  $[ABCDEFGH]$ , representado na figura ao lado.

Os vértices desse polígono são as imagens geométricas das raízes de índice 8 de um certo número complexo.

Qual dos números complexos seguintes tem como imagem geométrica o vértice  $C$  do octógono  $[ABCDEFGH]$ ?

- (A)  $-w$       (B)  $w + 1$   
 (C)  $i \times w$       (D)  $i^3 \times w$



Exame 2011, época especial

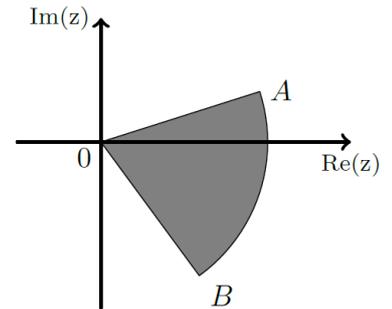
- 20.** Seja  $\mathbb{C}$  o conjunto dos números complexos.  
 Considere  $z_1 = 2 + \sqrt{3}i + i^{4n+2014}$ ,  $n \in \mathbb{N}$   
 Sabe-se que  $z_1$  é uma das raízes cúbicas de um certo complexo  $z$   
 Determine  $z$ , sem recorrer à calculadora.  
 Apresente o resultado na forma algébrica.

*Exame 2011, época especial*

- 21.** Na figura ao lado, está representado, no plano complexo, a sombreado, um setor circular.

Sabe-se que:

- o ponto  $A$  está situado no 1º quadrante;
- o ponto  $B$  está situado no 4º quadrante;
- $[AB]$  é um dos lados do polígono regular cujos vértices são as imagens geométricas das raízes de índice 5 do complexo  $32e^{i(\frac{\pi}{2})}$
- o arco  $AB$  está contido na circunferência de centro na origem e raio igual a  $\overline{OA}$



Qual dos números seguintes é o valor da área do setor circular  $AOB$ ?

- (A)  $\frac{\pi}{5}$       (B)  $\frac{4\pi}{5}$       (C)  $\frac{2\pi}{5}$       (D)  $\frac{8\pi}{5}$

*Exame 2011, 1.ª fase*

- 22.** Em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, considere o número complexo

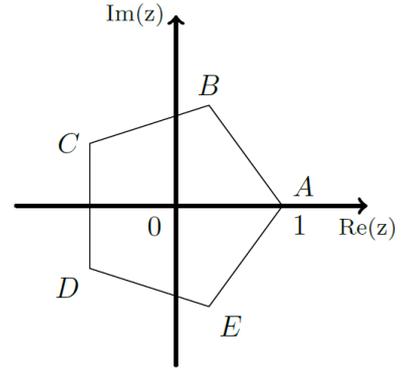
$$z = \frac{(-1-i)^8}{\left(e^{i\left(\frac{\pi}{8}\right)}\right)^2} \times e^{i\left(\frac{5\pi}{2}\right)}$$

- 22.1.** Verifique, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos, que  $z = 16e^{i\left(\frac{\pi}{4}\right)}$

- 22.2.** Determine a área do polígono cujos vértices, no plano complexo, são as imagens geométricas das raízes quartas de  $z$

*Exame 2010, época especial*

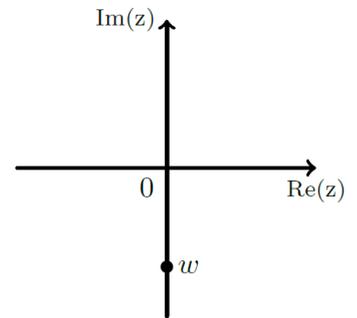
23. A figura ao lado representa um pentágono  $[ABCDE]$  no plano complexo. Os vértices do pentágono são as imagens geométricas das raízes de índice  $n$  de um número complexo  $w$ . O vértice  $A$  tem coordenadas  $(1, 0)$ . Qual dos números complexos seguintes tem por imagem geométrica o vértice  $D$  do pentágono?



Exame 2010, 2.ª fase

- (A)  $5e^{i(\frac{6\pi}{5})}$       (B)  $e^{i(\frac{6\pi}{5})}$       (C)  $e^{i(-\frac{\pi}{5})}$       (D)  $e^{i(\frac{\pi}{5})}$

24. Seja  $w$  o número complexo cuja imagem geométrica está representada na figura ao lado. A qual das rectas seguintes pertence a imagem geométrica de  $w^6$ ?



Exame 2010, 2.ª fase

- (A) Eixo real  
 (B) Eixo imaginário  
 (C) Bissetriz dos quadrantes ímpares  
 (D) Bissetriz dos quadrantes pares

25. Em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, considere  $z = \sqrt{2}e^{i(\frac{\pi}{4})}$

Determine, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos, o número complexo  $w = \frac{z^4 + 4i}{i}$ . Apresente o resultado na forma trigonométrica.

Exame 2010, 2.ª fase

26. Em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, considere  $z_1 = e^{i(\frac{\pi}{7})}$  e  $z_2 = 2 + i$

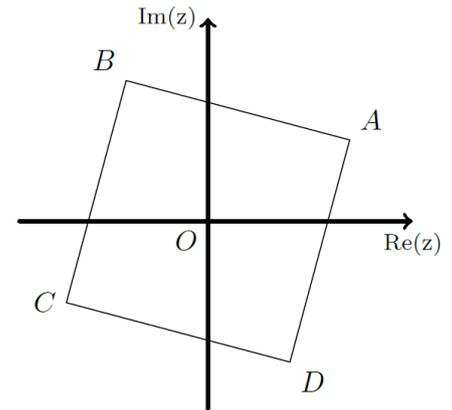
Determine o número complexo  $w = \frac{3 - i \times (z_1)^7}{\overline{z_2}}$ , recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

( $i$  designa a unidade imaginária, e  $\overline{z_2}$  designa o conjugado de  $z_2$ )  
 Apresente o resultado na forma trigonométrica.

Exame 2010, 1.ª fase

27. Considere, em  $\mathbb{C}$ , o número complexo  $w = 2e^{i(\frac{\pi}{8})}$ .

No plano complexo, a imagem geométrica de  $w$  é um dos vértices do quadrado  $[ABCD]$ , com centro na origem  $O$ , representado na figura ao lado.



Qual dos números complexos seguintes tem como imagem geométrica o vértice  $D$  do quadrado?

- (A)  $2e^{i(\frac{3\pi}{2})}$       (B)  $2e^{i(\frac{7\pi}{4})}$       (C)  $2e^{i(\frac{11\pi}{6})}$       (D)  $2e^{i(\frac{5\pi}{3})}$

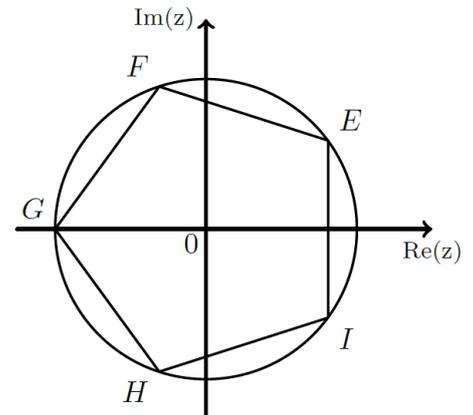
Exame 2009, época especial

28. No conjunto dos números complexos, seja  $z = \frac{(e^{i(\frac{\pi}{7})})^7 + (2+i)^3}{4e^{i(\frac{3\pi}{2})}}$ .

Determine  $z$  na forma algébrica, **sem recorrer à calculadora**.

Exame 2009, 2.ª fase

29. Na figura ao lado está representado, no plano complexo, o polígono  $[EFGHI]$ , inscrito numa circunferência de centro na origem do referencial e raio igual a 2. Os vértices desse polígono são as imagens geométricas das raízes de índice 5 de um certo número complexo; um dos vértices pertence ao eixo real.



Qual é o vértice do polígono  $[EFGHI]$  que é a imagem geométrica de  $2e^{i(-\frac{3\pi}{5})}$ ?

- (A)  $E$       (B)  $F$       (C)  $H$       (D)  $I$

Exame 2008, época especial

30. Em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, considere  $z_1 = 1 - i$  ( $i$  designa a unidade imaginária). Considere  $z_1$  uma das raízes quartas de um certo número complexo  $z$ . Determine uma outra raiz quarta de  $z$ , cuja imagem geométrica é um ponto pertencente ao 3.º quadrante. Apresente o resultado na forma trigonométrica.

Exame 2008, 2.ª fase

31. Em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, considere  $z_1 = 1 - \sqrt{3}i$  e  $z_2 = 8e^{i \times 0}$  ( $i$  designa a unidade imaginária). Mostre, **sem recorrer à calculadora**, que  $(-z_1)$  é uma raiz cúbica de  $z_2$ .

Exame 2008, 1.ª fase

32. Qual das opções seguintes apresenta duas raízes quadradas de um mesmo número complexo?

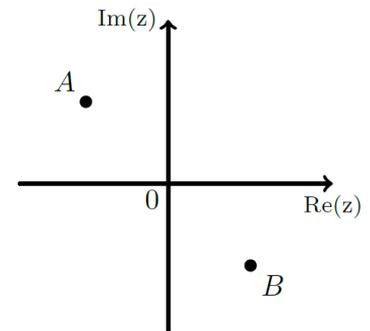
- (A) 1 e  $i$       (B)  $-1$  e  $i$       (C)  $1 - i$  e  $1 + i$       (D)  $1 - i$  e  $-1 + i$

*Exame 2007, 1.ª fase*

33. Os pontos  $A$  e  $B$ , representados na figura ao lado, são as imagens geométricas, no plano complexo, das raízes quadradas de um certo número complexo  $z$ .

Qual dos números complexos seguintes pode ser  $z$ ?

- (A) 1      (B)  $i$       (C)  $-1$       (D)  $-i$



*Exame 2006, 1.ª fase*

34. Seja  $\mathbb{C}$  o conjunto dos números complexos;  $i$  designa a unidade imaginária.

Sem recorrer à calculadora, determine  $\frac{4 + 2i \left( e^{i\left(\frac{\pi}{6}\right)} \right)^6}{3 + i}$

apresentando o resultado final na forma trigonométrica.

*Exame 2006, 1.ª fase*

35. Em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, considere  $z_1 = e^{i\left(\frac{\pi}{6}\right)}$

Sem utilizar a calculadora, determine o valor de  $\frac{[i \times (z_1)^6 - 1]^2}{i}$

Apresentando o resultado na forma algébrica.

*Exame 2005, época especial*

36. Em qual das opções seguintes estão duas raízes cúbicas de um mesmo número complexo?

- (A)  $e^{i\left(\frac{\pi}{6}\right)}$  e  $e^{i\left(\frac{5\pi}{6}\right)}$       (B)  $e^{i\left(\frac{\pi}{3}\right)}$  e  $e^{i\left(\frac{2\pi}{3}\right)}$       (C)  $e^{i\left(\frac{\pi}{4}\right)}$  e  $e^{i\left(\frac{3\pi}{4}\right)}$       (D)  $e^{i\left(\frac{\pi}{2}\right)}$  e  $e^{i\left(\frac{3\pi}{2}\right)}$

*Exame 2005, 2.ª fase*

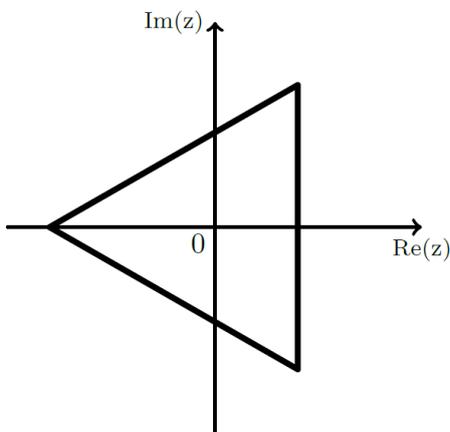
37. Em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, considere  $z_1 = 2e^{i(\frac{\pi}{4})}$  e  $z_2 = 2i$ .  
 Sejam  $P_1$  e  $P_2$  as imagens geométricas, no plano complexo, de  $z_1$  e  $z_2$ , respetivamente.  
 Sabe-se que o segmento de reta  $[P_1P_2]$  é um dos lados do polígono cujos vértices são as imagens geométricas das raízes de índice  $n$  de um certo número complexo  $w$ .  
 Qual é o valor de  $n$ ?

(A) 4      (B) 6      (C) 8      (D) 10

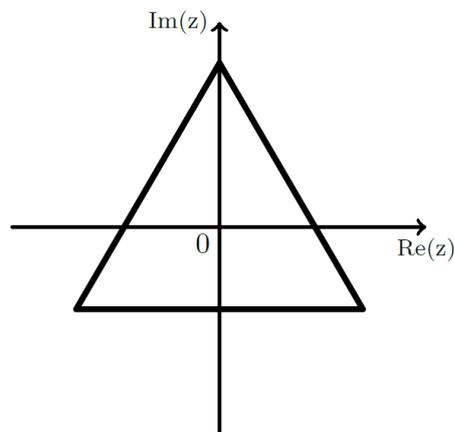
*Exame 2005, 1.ª fase*

38. Um número complexo  $w$  tem a sua imagem geométrica na parte positiva do eixo imaginário.  
 As imagens geométricas das raízes cúbicas de  $w$  são os vértices de um dos triângulos abaixo representados.  
 Qual é esse triângulo?

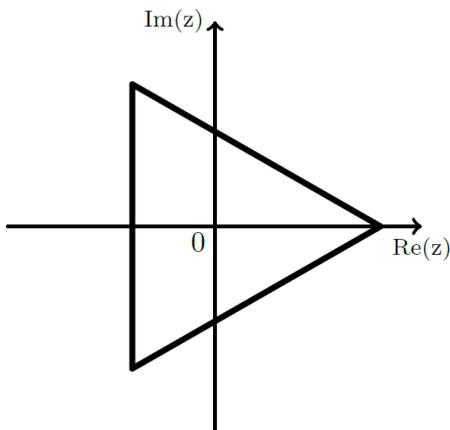
(A)



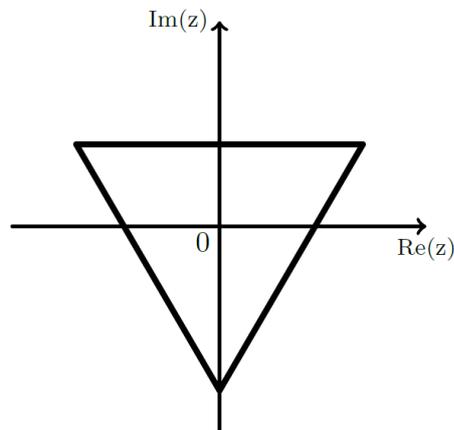
(B)



(C)



(D)



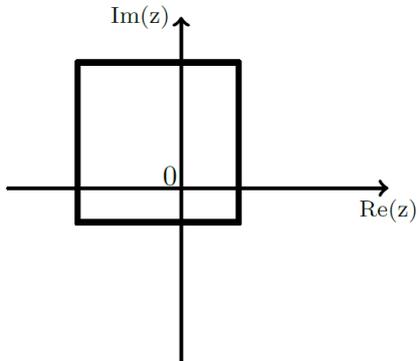
*Exame 2004, época especial*

39. De dois números complexos,  $z_1$  e  $z_2$ , sabe-se que um argumento de  $z_1$  é  $\frac{\pi}{4}$  e que o módulo de  $z_2$  é  $3\sqrt{2}$ .  
 Sem recorrer à calculadora, determine  $\frac{z_2 \times \overline{z_2}}{9} + \left(\frac{z_1}{|z_1|}\right)^8$

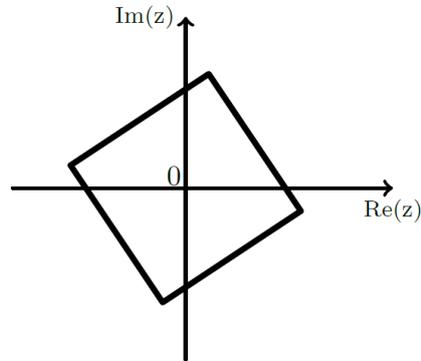
*Exame 2004, época especial*

40. Os quatro vértices de um dos quadriláteros seguintes são as imagens geométricas, no plano complexo, das raízes quartas de um certo número complexo  $w$ . Qual poderá ser esse quadrilátero?

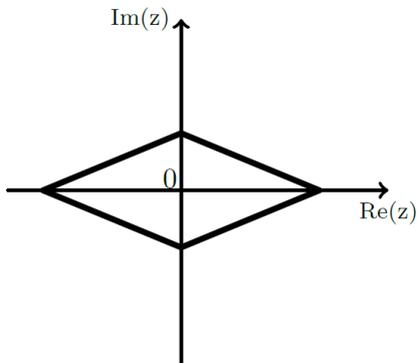
(A)



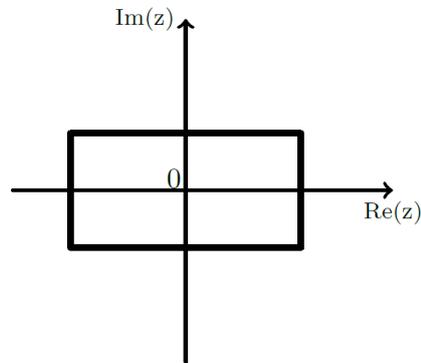
(B)



(C)



(D)



*Exame 2004, 2.ª fase*