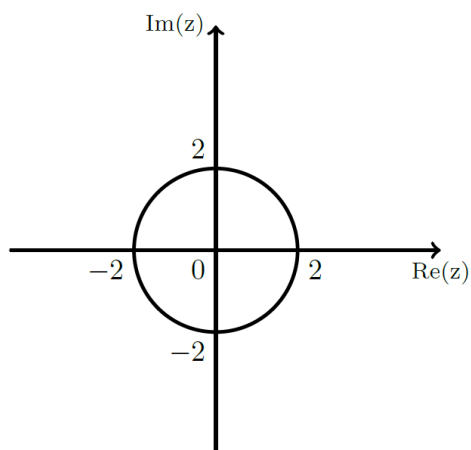


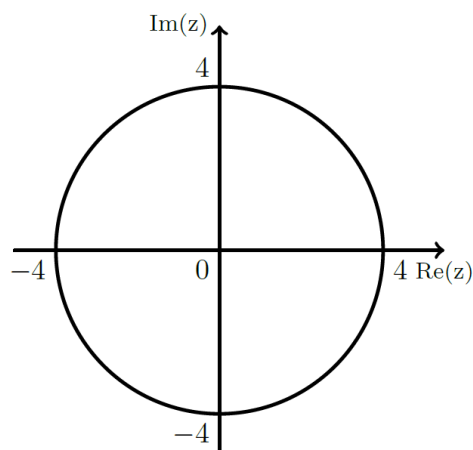
1. Considere em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, a condição $z \times \bar{z} = 4$

Em qual das opções seguintes está representado, no plano complexo, o conjunto de pontos definido por esta condição?

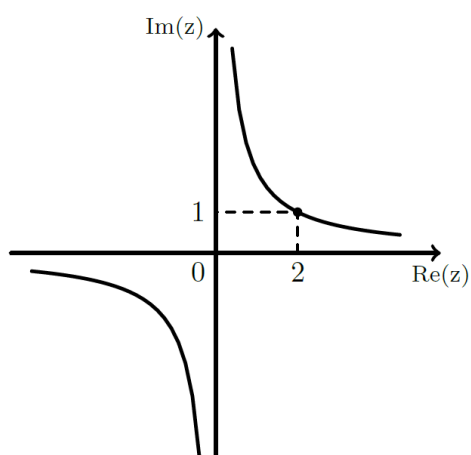
(A)



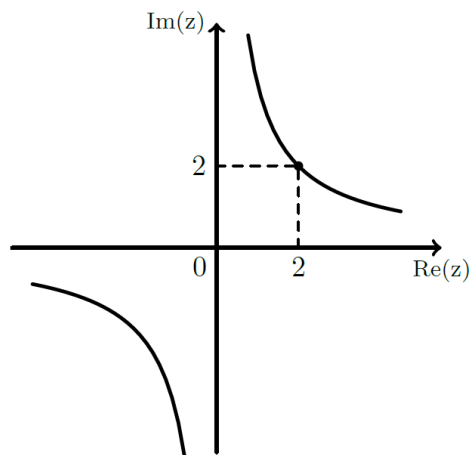
(B)



(C)



(D)



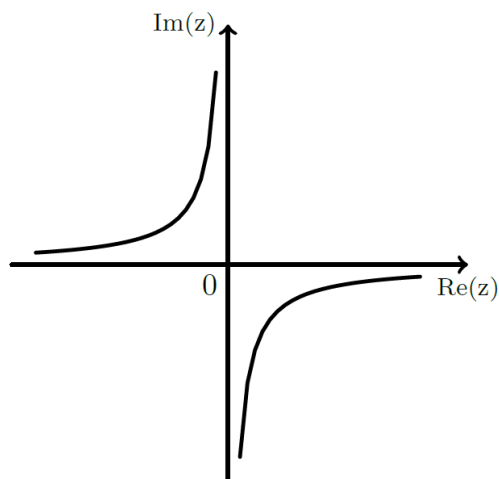
Exame 2022, 2.ª fase

2. Seja $\mathbb{C}$ conjunto dos números complexos.

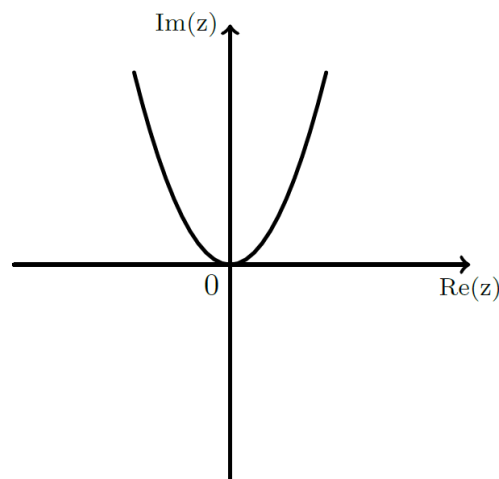
Considere em $\mathbb{C}$, a condição $\operatorname{Re} z \times \operatorname{Im} z = 1$

Em qual das opções seguintes pode estar representado, no plano complexo, o conjunto de pontos definido por esta condição?

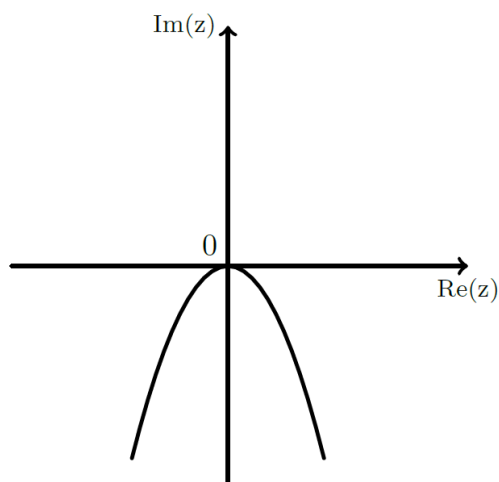
(A)



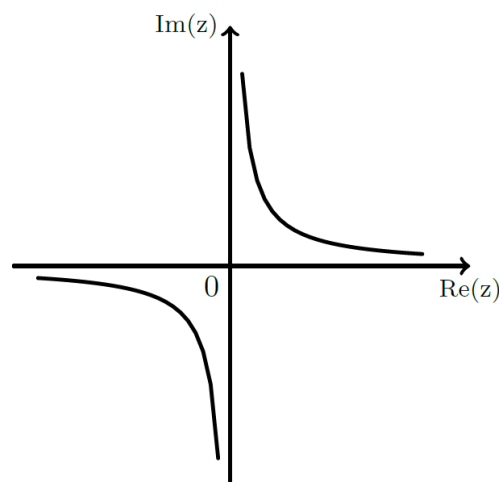
(B)



(C)



(D)



Exame 2020, 1.ª fase

3. Considere em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, $z_1 = 2 - 3i$ e $z_2 = 1 - 2i$

Mostre que o afixo (imagem geométrica) do número complexo $w = \frac{3z_1 - iz_2}{1 + i^7}$ pertence à circunferência de centro no afixo (imagem geométrica) de z_1 e raio igual a $\sqrt{53}$

Exame 2019, 2.ª fase

4. Considere em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, $z_1 = 3 + 4i$ e $z_2 = 4 + 6i$

$$\text{Seja } w = \frac{z_1 + i^6 + 2\overline{z_1}}{z_1 - z_2}$$

No plano complexo, a condição $|z| = |w| \wedge \text{Im } z \geq 0 \wedge \text{Re } z \geq 0$ define uma linha.

Determine o comprimento dessa linha.

Exame 2019, 1.ª fase

5. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere o conjunto

$$A = \{z \in \mathbb{C} : z^4 + 16 = 0 \wedge \text{Re } z < 0\}$$

Determine os elementos do conjunto A e apresente-os na forma algébrica

Exame 2018, época especial

6. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere:

- $z_1 = \frac{1-i}{\sqrt{2}e^{i\theta}}$, com $\theta \in \left] \frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{4} \right[$
- $w = \overline{z_1} \times z_1^4$

Justifique que o número complexo w pertence ao conjunto A

Exame 2017, época especial

7. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, sejam $z_1 = 2 + i$ e $\overline{z_2} = 4 - 3i$

Considere a condição $|z - z_1| = |z - z_2|$

Mostre que o número complexo $\sqrt{2}e^{i\left(\frac{\pi}{4}\right)}$ verifica esta condição e interprete geometricamente este facto.

Resolva este item sem recorre à calculadora.

Exame 2017, 2.ª fase

8. Considere em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, a condição

$$\frac{5\pi}{4} \leq \arg(z) \leq \frac{7\pi}{4} \wedge \operatorname{Im}(z) \geq -1$$

No plano complexo, esta condição define uma região.

Qual é a área dessa região?

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) 1

Exame 2017, 1.ª fase

9. Considere em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, a condição

$$0 \leq \arg(z) \leq \frac{\pi}{4} \wedge 1 \leq \operatorname{Re}(z) \leq 5$$

Esta condição define uma região no plano complexo.

Qual dos seguintes números complexos tem a sua imagem geométrica nesta região?

- (A) $3 + 4i$ (B) $6 + 2i$ (C) $2e^{i\left(\frac{13\pi}{6}\right)}$ (D) $e^{i\left(\frac{\pi}{6}\right)}$

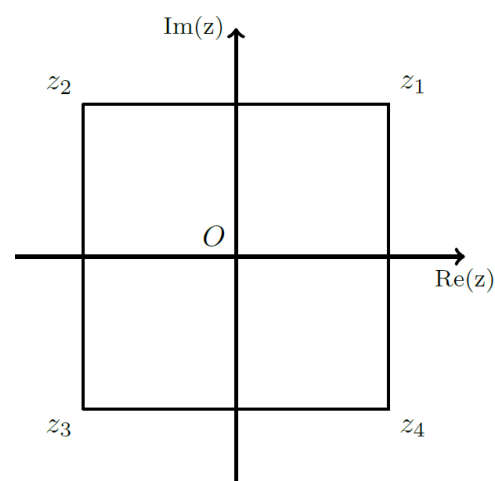
Exame 2016, época especial

10. Na figura ao lado, está representado, no plano complexo, um quadrado cujo centro coincide com a origem e em que cada lado é paralelo a um eixo.

Os vértices deste quadrado são as imagens geométricas dos complexos z_1, z_2, z_3 e z_4

Qual das afirmações é falsa?

- (A) $|z_3 - z_1| = |z_4 - z_2|$ (B) $z_1 + z_4 = 2\operatorname{Re} z_1$
(C) $\frac{z_4}{i} = z_1$ (D) $-\overline{z_1} = z_2$



Exame 2015, época especial

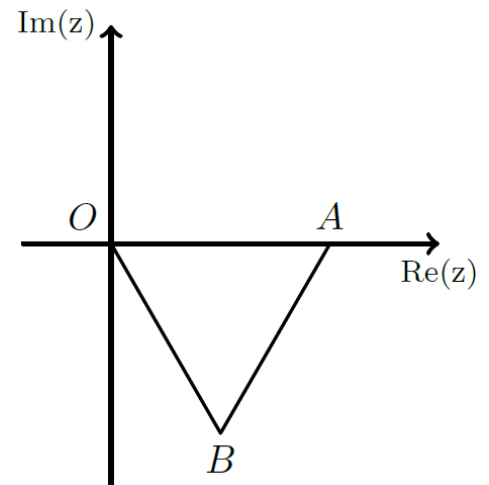
11. Na figura seguinte, está representado, no plano complexo, um triângulo equilátero $[OAB]$

Sabe-se que:

- o ponto O é a origem do referencial;
- o ponto A pertence ao eixo real e tem abcissa igual a 1 ;
- o ponto B pertence ao quarto quadrante e é a imagem geométrica de um complexo z

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (A) $z = \sqrt{3}e^{i\left(\frac{11\pi}{6}\right)}$ (B) $z = e^{i\left(\frac{11\pi}{6}\right)}$
- (C) $z = \sqrt{3}e^{i\left(\frac{5\pi}{3}\right)}$ (D) $z = e^{i\left(\frac{5\pi}{3}\right)}$



Exame 2015, 2.ª fase

12. Considere em $\mathbb{C}$, conjunto dos números z complexos, a condição

$$|z + 4 + 4i| = 3 \wedge \frac{\pi}{2} \leq \arg(z) \leq \frac{3\pi}{4}$$

No plano complexo, esta condição define uma linha.

Qual é o comprimento dessa linha?

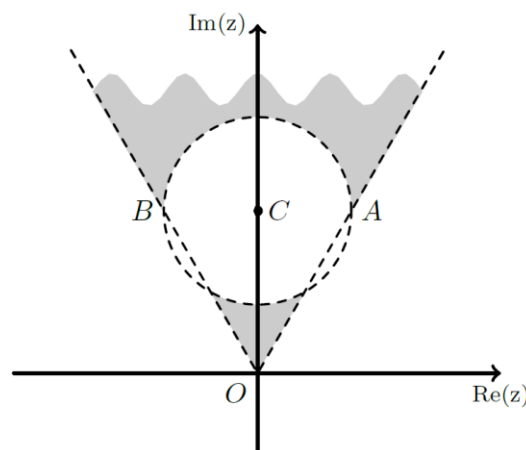
- (A) π (B) 2π (C) 3π (D) 4π

Exame 2015, 1.ª fase

13. Na figura ao lado, estão representadas, no plano complexo, duas semirretas $\vec{OA}$ e $\vec{OB}$ e uma circunferência de centro C e raio $\overline{BC}$

Sabe-se que:

- O é a origem do referencial;
- o ponto A é a imagem geométrica do complexo $\frac{2\sqrt{3}}{3} + 2i$
- o ponto B é a imagem geométrica do complexo $-\frac{2\sqrt{3}}{3} + 2i$
- o ponto C é a imagem geométrica do complexo $2i$



Considere como $\arg(z)$ a determinação que pertence ao intervalo $[-\pi, \pi[$

Qual das condições seguintes define a região sombreada, excluindo a fronteira?

- (A) $|z - 2i| < \frac{2\sqrt{3}}{3} \wedge \frac{\pi}{4} < \arg(z) < \frac{3\pi}{4}$ (B) $|z - 2i| < \frac{2\sqrt{3}}{3} \wedge \frac{\pi}{3} < \arg(z) < \frac{2\pi}{3}$
- (C) $|z - 2i| > \frac{2\sqrt{3}}{3} \wedge \frac{\pi}{3} < \arg(z) < \frac{2\pi}{3}$ (D) $|z - 2i| > \frac{2\sqrt{3}}{3} \wedge \frac{\pi}{4} < \arg(z) < \frac{3\pi}{4}$

Exame 2014, 2.ª fase

14. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere $w = (1 + i)^{2013}$
A qual dos conjuntos seguintes pertence w ?

- (A) $\{z \in \mathbb{C} : |z| < |z + 1|\}$ (B) $\{z \in \mathbb{C} : |z| \leq \sqrt{2}\}$
- (C) $\{z \in \mathbb{C} : z = \bar{z}\}$ (D) $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) = \operatorname{Im}(z)\}$

Exame 2013, época especial

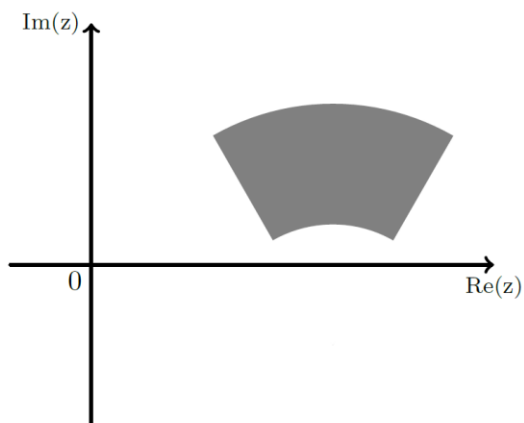
15. Considere, em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, a condição

$$\frac{3}{2} \leq |z - 3 + i| \leq 3 \wedge \frac{\pi}{3} \leq \arg(z - 3 + i) \leq \frac{2\pi}{3}$$

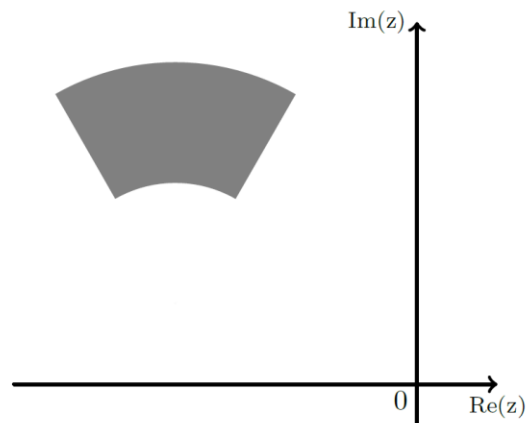
Considere como $\arg(z)$ a determinação que pertence ao intervalo $[-\pi, \pi[$

Qual das opções seguintes pode representar, no plano complexo, o conjunto de pontos definido pela condição dada?

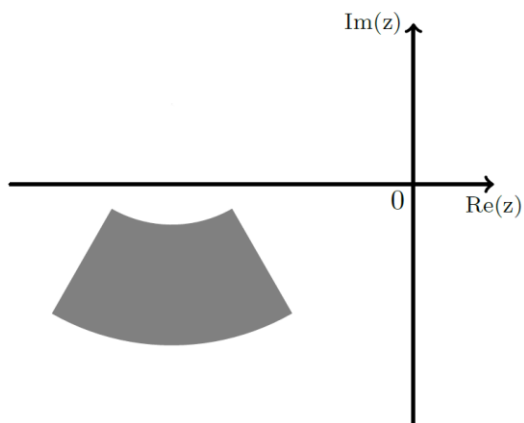
(A)



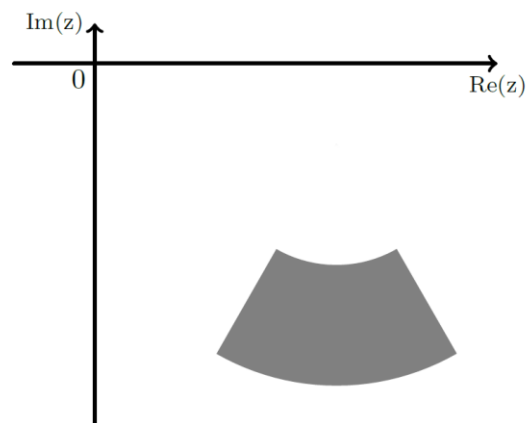
(B)



(C)



(D)

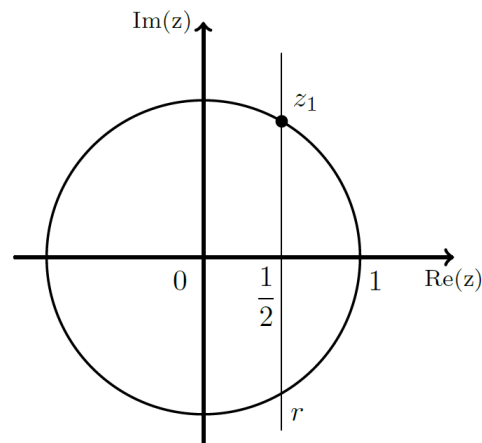


Exame 2013, 2.ª fase

16. Na figura ao lado, estão representadas, no plano complexo, uma circunferência, de centro na origem e de raio 1, e uma reta r , definida por $\operatorname{Re}(z) = \frac{1}{2}$

Seja z_1 o número complexo cuja imagem geométrica está no 1.º quadrante e é o ponto de intersecção da circunferência com a reta r

Qual das opções seguintes apresenta uma equação de que z_1 é solução?



- (A) $|z - 1| = |z - i|$ (B) $\operatorname{Im}(z) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $\left|z - \frac{1}{2}\right| = 1$ (D) $|1 - z| = \sqrt{2}$

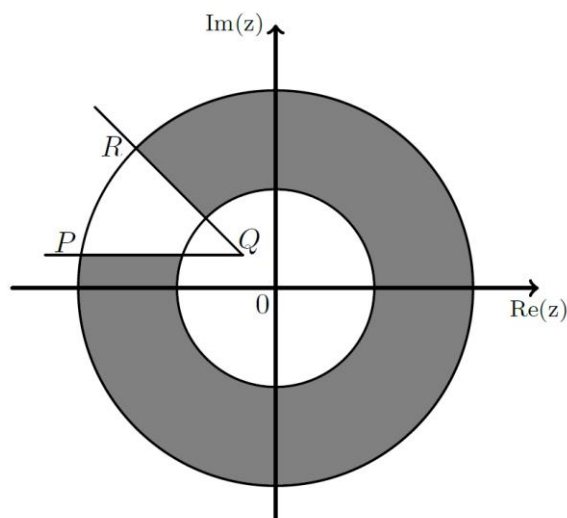
Exame 2012, época especial

17. Na figura ao lado, está representada, a sombreado, no plano complexo, parte de uma coroa circular. Sabe-se que:

- O é a origem do referencial;
- o ponto Q é a imagem geométrica do complexo $-1 + i$
- a reta PQ é paralela ao eixo real;
- as circunferências têm centro na origem;
- os raios das circunferências são iguais a 3 e a 6

Considere como $\arg(z)$ a determinação que pertence ao intervalo $[-\pi, \pi[$

Qual das condições seguintes pode definir, em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, a região a sombreado, incluindo a fronteira?



- (A) $3 \leq |z| \leq 6 \wedge -\pi \leq \arg(z - 1 + i) \leq \frac{3\pi}{4}$ (B) $9 \leq |z| \leq 36 \wedge -\pi \leq \arg(z + 1 - i) \leq \frac{3\pi}{4}$
- (C) $3 \leq |z| \leq 6 \wedge -\pi \leq \arg(z + 1 - i) \leq \frac{3\pi}{4}$ (D) $9 \leq |z| \leq 36 \wedge -\pi \leq \arg(z - 1 + i) \leq \frac{3\pi}{4}$

Exame 2012, 1.ª fase

18. Seja $\mathbb{C}$ o conjunto dos números complexos.

Considere $z_2 = e^{i(\frac{\pi}{4})}$

No plano complexo, a região definida pela condição $|z - z_2| \leq 1 \wedge \frac{\pi}{2} \leq \arg(z) \leq 2\pi \wedge |z| \geq |z - z_2|$ está representada geometricamente numa das opções I, II, III e IV, apresentadas a seguir.

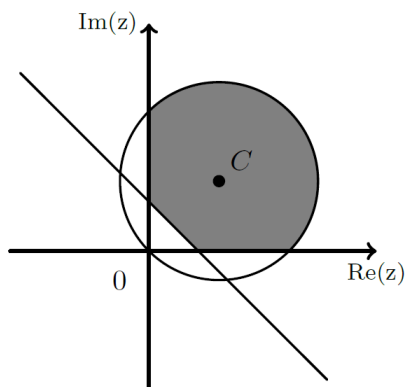
(Considere como $\arg(z)$ a determinação que pertence ao intervalo $]0, 2\pi]$)

Sabe-se que, em cada uma das opções:

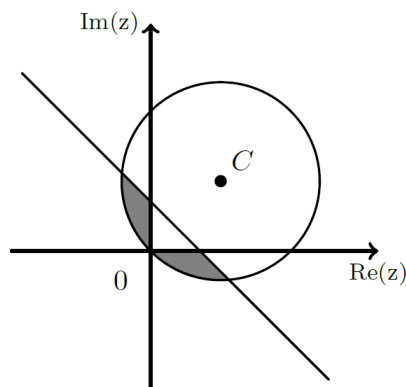
- O é a origem do referencial;
- C é a imagem geométrica de z_2
- $\overline{OC}$ é o raio da circunferência.

Apenas uma das opções está correcta.

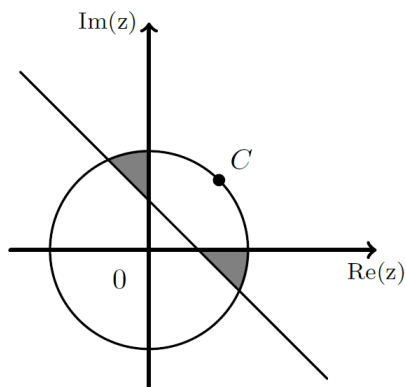
(I)



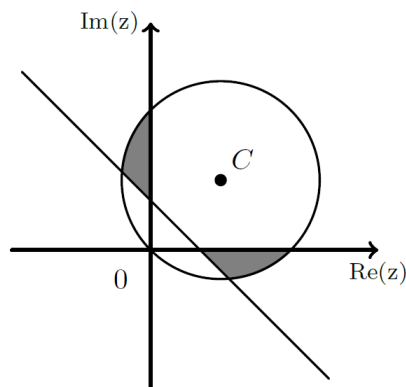
(II)



(III)



(IV)



Sem recorrer à calculadora, elabore uma composição na qual:

- indique a opção correcta;
- apresente as razões que o levam a rejeitar as restantes opções.

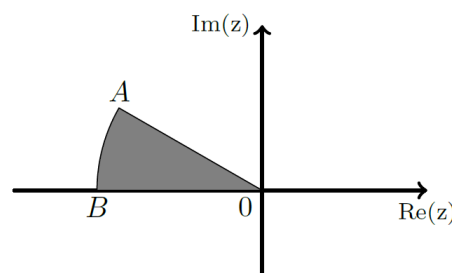
Apresente três razões, uma por cada opção rejeitada.

Exame 2011, época especial

19. Na figura ao lado, está representado, no plano complexo, a sombreado, um setor circular.

Sabe-se que:

- O ponto A é a imagem geométrica do número complexo $-\sqrt{3} + i$
- o ponto B tem abcissa negativa, ordenada nula, e pertence à circunferência de centro na origem e raio igual a $\overline{OA}$



Qual das condições seguintes define, em $\mathbb{C}$, a região a sombreado, incluindo a fronteira?

(Considere como $\arg(z)$ a determinação que pertence ao intervalo $[0, 2\pi[$)

- (A) $|z| \leq 2 \wedge \frac{2\pi}{3} \leq \arg(z) \leq \pi$ (B) $|z| \leq 2 \wedge \frac{5\pi}{6} \leq \arg(z) \leq \pi$
- (C) $|z| \leq 4 \wedge \frac{2\pi}{3} \leq \arg(z) \leq \pi$ (D) $|z| \leq 4 \wedge \frac{5\pi}{6} \leq \arg(z) \leq \pi$

Exame 2011, 2.ª fase

20. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere o conjunto $A = \{z \in \mathbb{C} : i \times (z + \bar{z}) = 0\}$ (i designa a unidade imaginária, e $\bar{z}$ designa o conjugado de z)

Qual das retas seguintes pode ser a representação geométrica, no plano complexo, do conjunto A ?

- (A) o eixo real (B) o eixo imaginário
- (C) a bissetriz dos quadrantes pares (D) a bissetriz dos quadrantes ímpares

Exame 2010, época especial

21. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere $z_1 = \sqrt{2}e^{i(\frac{\pi}{4})}$ e $z_2 = 3$

Recorrendo a métodos exclusivamente analíticos, escreva uma condição, em $\mathbb{C}$, que defina, no plano complexo, a circunferência que tem centro na imagem geométrica de z_2 e que passa na imagem geométrica de z_1

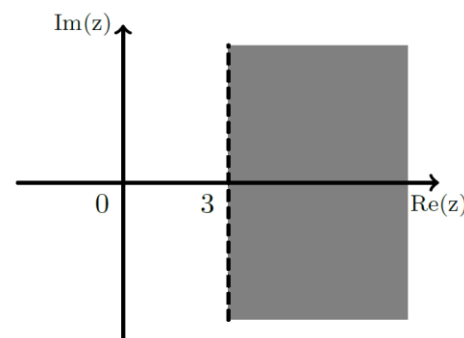
Exame 2010, 2.ª fase

22. Na figura ao lado, está representada, no plano complexo, a sombreado, parte do semiplano definido pela condição $\text{Re}(z) > 3$

Qual dos números complexos seguintes tem a sua imagem geométrica na região representada a sombreado?

(A) $\sqrt{3}e^{i(\frac{\pi}{6})}$ (B) $3\sqrt{3}e^{i(\frac{\pi}{6})}$

(C) $\sqrt{3}e^{i(\frac{\pi}{2})}$ (D) $3\sqrt{3}e^{i(\frac{\pi}{2})}$



Exame 2010, 1.ª fase

23. Na figura ao lado, está representada uma região do plano complexo. O ponto A tem coordenadas $(2, -1)$.

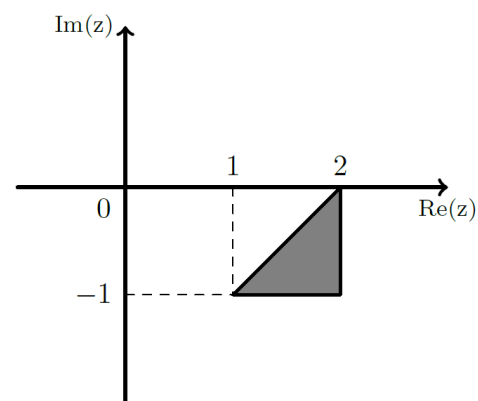
Qual das condições seguintes define em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, a região sombreada, incluindo a fronteira?

(A) $|z - 1| \geq |z - (2 - i)| \wedge \text{Re}(z) \leq 2 \wedge \text{Im}(z) \geq -1$

(B) $|z - 1| \leq |z - (2 - i)| \wedge \text{Re}(z) \leq 2 \wedge \text{Im}(z) \geq -1$

(C) $|z + 1| \geq |z - (2 + i)| \wedge \text{Re}(z) \leq 2 \wedge \text{Im}(z) \geq -1$

(D) $|z + 1| \geq |z - (2 + i)| \wedge \text{Im}(z) \leq 2 \wedge \text{Re}(z) \geq -1$

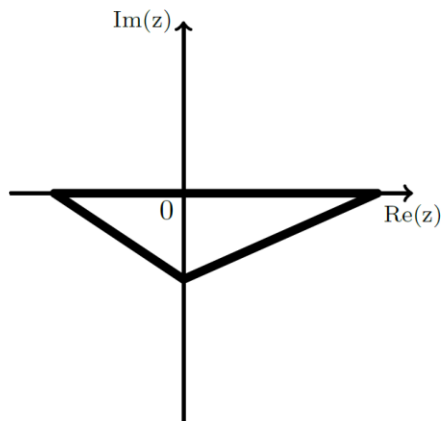


Exame 2009, 2.ª fase

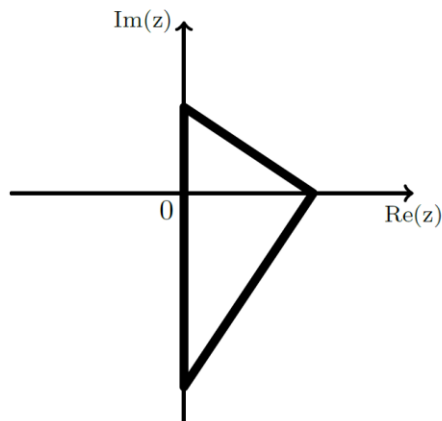
24. Seja b um número real positivo, e $z_1 = bi$ um número complexo.

Em qual dos triângulos seguintes os vértices podem ser as imagens geométricas dos números complexos z_1 , $(z_1)^2$ e $(z_1)^3$?

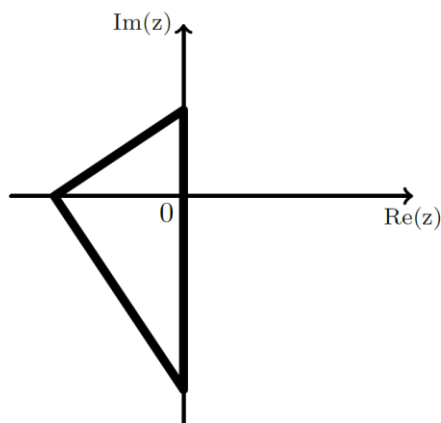
(A)



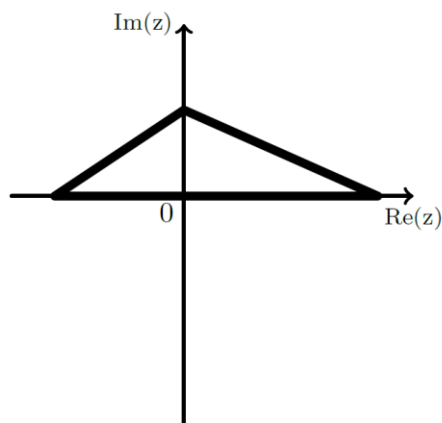
(B)



(C)



(D)



Exame 2009, 1.ª fase

25. Qual das seguintes condições, na variável complexa z , define, no plano complexo, uma circunferência?

(A) $|z + 4| = 5$

(B) $|z| = |z + 2i|$

(C) $0 \leq \arg(z) \leq \pi$

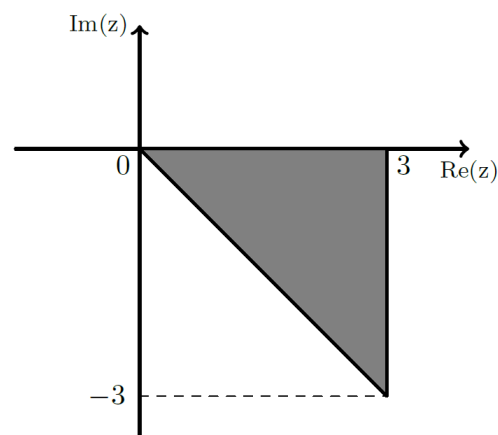
(D) $\text{Re}(z) + \text{Im}(z) = 2$

Exame 2008, época especial

26. Considere a figura ao lado, representada no plano complexo.

Qual é a condição, em $\mathbb{C}$, que define a região sombreada da figura, incluindo a fronteira?

- (A) $\operatorname{Re}(z) \leq 3 \wedge -\frac{\pi}{4} \leq \arg(z) \leq 0$
 (B) $\operatorname{Re}(z) \leq 3 \wedge 0 \leq \arg(z) \leq \frac{\pi}{4}$
 (C) $\operatorname{Im}(z) \leq 3 \wedge -\frac{\pi}{4} \leq \arg(z) \leq 0$
 (D) $\operatorname{Re}(z) \geq 3 \wedge -\frac{\pi}{4} \leq \arg(z) \leq 0$

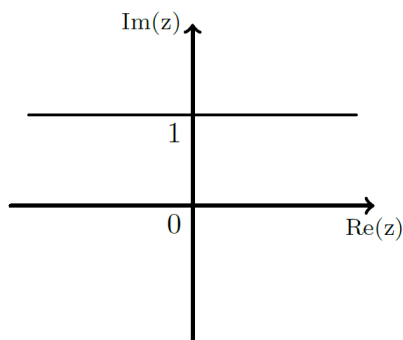


Exame 2008, 2.ª fase

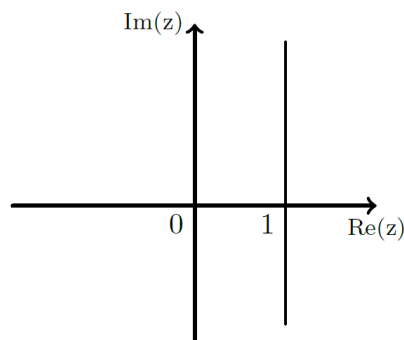
27. Considere, em $\mathbb{C}$, a condição $z + \bar{z} = 2$.

Em qual das figuras seguintes pode estar representado, no plano complexo, o conjunto de pontos definidos por esta condição?

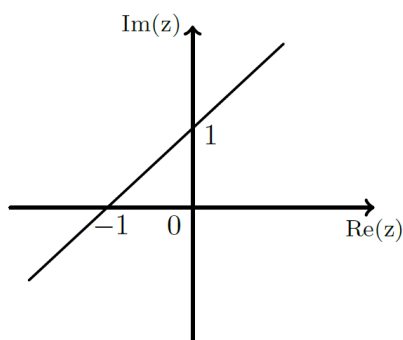
(A)



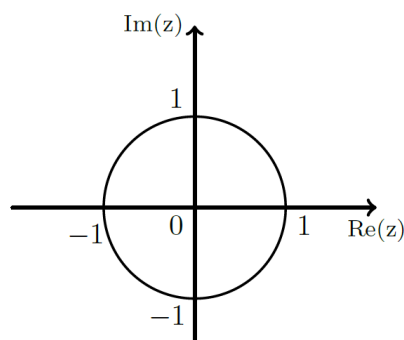
(B)



(C)



(D)



Exame 2008, 1.ª fase

28. Seja $\mathbb{C}$ o conjunto dos números complexos; i designa a unidade imaginária.

Seja B a região do plano complexo definida pela condição

$$|z| \leq 2 \wedge \operatorname{Re}(z) \geq 0 \wedge |z - 1| \leq |z - i|$$

Represente graficamente B e determine a sua área.

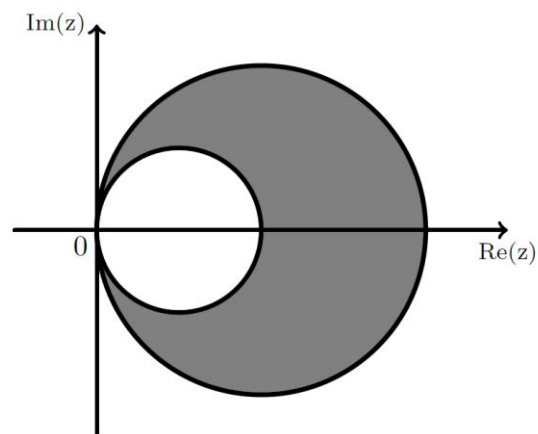
Exame 2006, época especial

29. Na figura ao lado estão representadas, no plano complexo, duas circunferências, ambas com centro no eixo real, tendo uma delas raio 1 e a outra raio 2.

A origem do referencial é o único ponto comum às duas circunferências.

Qual das condições seguintes define a região sombreada, incluindo a fronteira?

- (A) $|z-1| \geq 1 \wedge |z-2| \leq 2$ (B) $|z-1| \geq 2 \wedge |z-2| \leq 1$
 (C) $|z-1| \leq 1 \wedge |z-2| \geq 2$ (D) $|z-1| \leq 2 \wedge |z-2| \geq 1$



Exame 2006, 2.ª fase

30. Seja $\mathbb{C}$ o conjunto dos números complexos; i designa a unidade imaginária. Considere que, para qualquer número complexo z não nulo, $\arg(z)$ designa o argumento de z que pertence ao intervalo $[0, 2\pi[$. Represente a região do plano complexo definida pela condição, em $\mathbb{C}$,

$$\frac{1}{2} \leq |z| \leq 1 \wedge \frac{3\pi}{4} \leq \arg(z) \leq \frac{5\pi}{4} \text{ e determine a sua área.}$$

Exame 2006, 1.ª fase

31. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere $z_1 = e^{i(\frac{\pi}{6})}$

Represente, no plano complexo, o conjunto definido pela condição

$$|z - z_1| \leq 1 \wedge |z| \leq |z - z_1|$$

Exame 2005, época especial

32. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere

$$w_1 = 1 + i \quad \text{e} \quad w_2 = \sqrt{3}e^{i(-\frac{\pi}{2})}$$

Represente, no plano complexo, a região definida pela condição

$$\operatorname{Re}(z) \geq \operatorname{Re}(w_1) \quad \wedge \quad |z - w_2| \leq \sqrt{3}$$

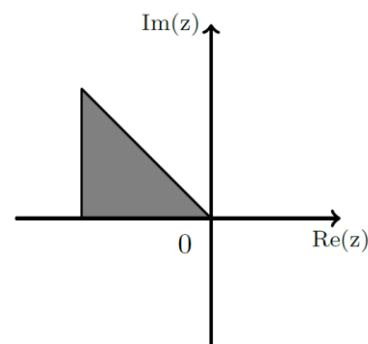
Exame 2005, 2.ª fase

33. Na figura ao lado está representado, no plano complexo, um triângulo retângulo isósceles.

Os catetos têm comprimento 1, estando um deles contido no eixo dos números reais.

Um dos vértices do triângulo coincide com a origem do referencial.

Qual das condições seguintes define a região sombreada, incluindo a fronteira?



(A) $\operatorname{Re}(z) \geq 0 \quad \wedge \quad \operatorname{Im}(z) \leq 0 \quad \wedge \quad |z| \geq 1$

(B) $\operatorname{Re}(z) \leq 0 \quad \wedge \quad \operatorname{Im}(z) \geq 0 \quad \wedge \quad |z| \leq 1$

(C) $\operatorname{Re}(z) \geq -1 \quad \wedge \quad \operatorname{Im}(z) \geq 0 \quad \wedge \quad |z - i| \geq |z + 1|$

(D) $\operatorname{Re}(z) \geq -1 \quad \wedge \quad \operatorname{Im}(z) \geq 0 \quad \wedge \quad |z - i| \leq |z + 1|$

Exame 2004, 1.ª fase

34. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere $w = 1 + 2i$

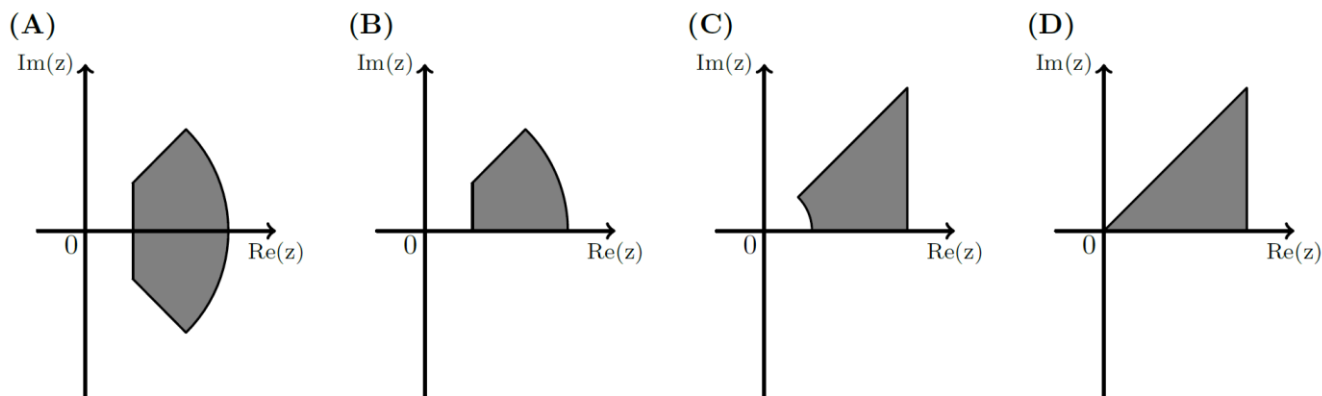
Considere, no plano complexo, a circunferência de centro na imagem geométrica de w e que passa na origem do referencial. Defina, por meio de uma condição em $\mathbb{C}$, a parte desta circunferência, que está contida no quarto quadrante (eixos não incluídos).

Exame 2003, prova militares

35. Considere, em $\mathbb{C}$, a condição:

$$|z| \leq 3 \wedge 0 \leq \arg z \leq \frac{\pi}{4} \wedge \operatorname{Re} z \geq 1$$

Em qual das figuras seguintes pode estar representado, no plano complexo, o conjunto de pontos definido por esta condição?



Exame 2003, 1.ª fase – 1.ª chamada

36. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere

$$z_1 = 2 - 2i \quad \text{e} \quad z_3 = -1 + i$$

Escreva uma condição em $\mathbb{C}$ que defina, no plano complexo, a circunferência que tem centro na imagem geométrica de z_1 e que passa na imagem geométrica de z_3

Exame 2003, 1.ª fase – 1.ª chamada

37. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, seja

$$z_1 = 1 - i \quad (i \text{ designa a unidade imaginária}).$$

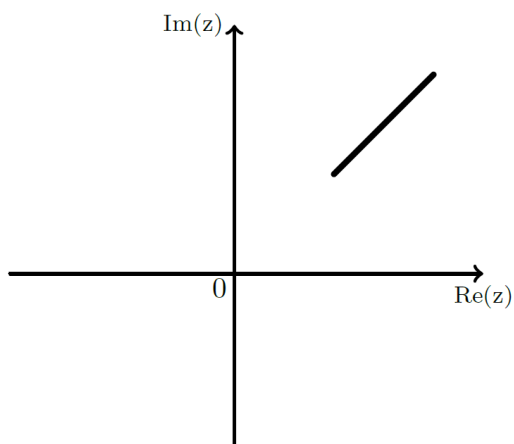
Represente, no plano complexo, a região do plano definida por

$$0 \leq \arg(z - z_1) \leq \frac{3\pi}{4} \wedge |z - z_1| \leq 1$$

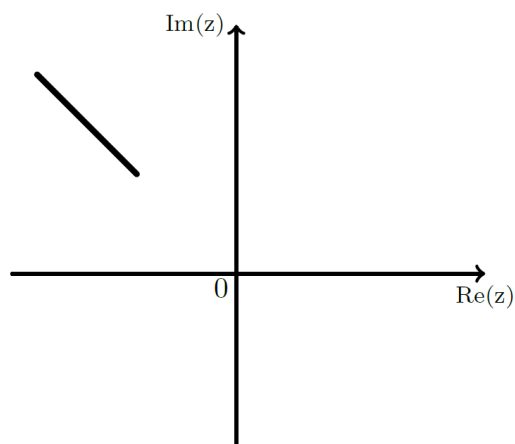
Exame 2005, 1.ª fase

38. Qual das figuras seguintes pode ser a representação geométrica, no plano complexo, do conjunto $\{z \in \mathbb{C} : |z + 1| = |z - i| \wedge 2 \leq \text{Im}(z) \leq 4\}$?

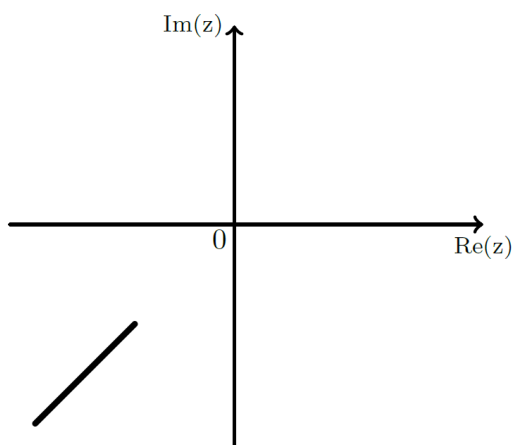
(A)



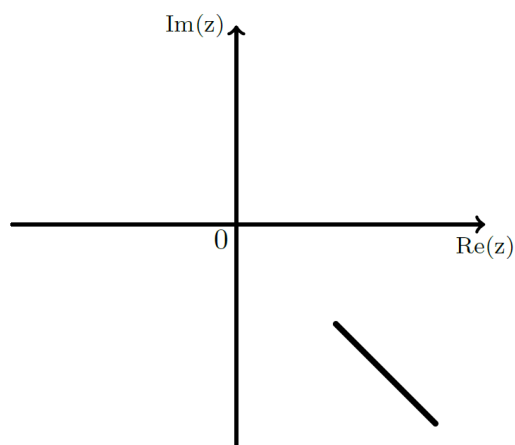
(B)



(C)



(D)



Exame 2002, 1.ª fase – 2.ª chamada

39. Qual das seguintes condições define, no plano complexo, o eixo imaginário?

(A) $z + \bar{z} = 0$

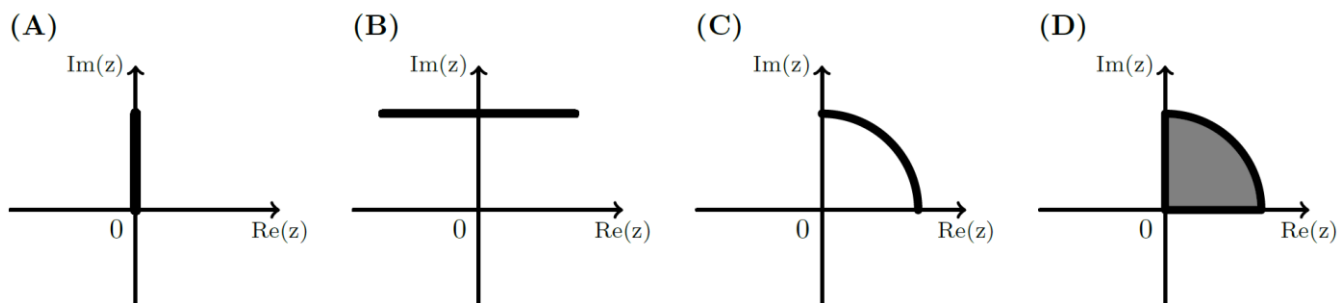
(B) $\text{Im}(z) = 1$

(C) $|z| = 0$

(D) $z - \bar{z} = 0$

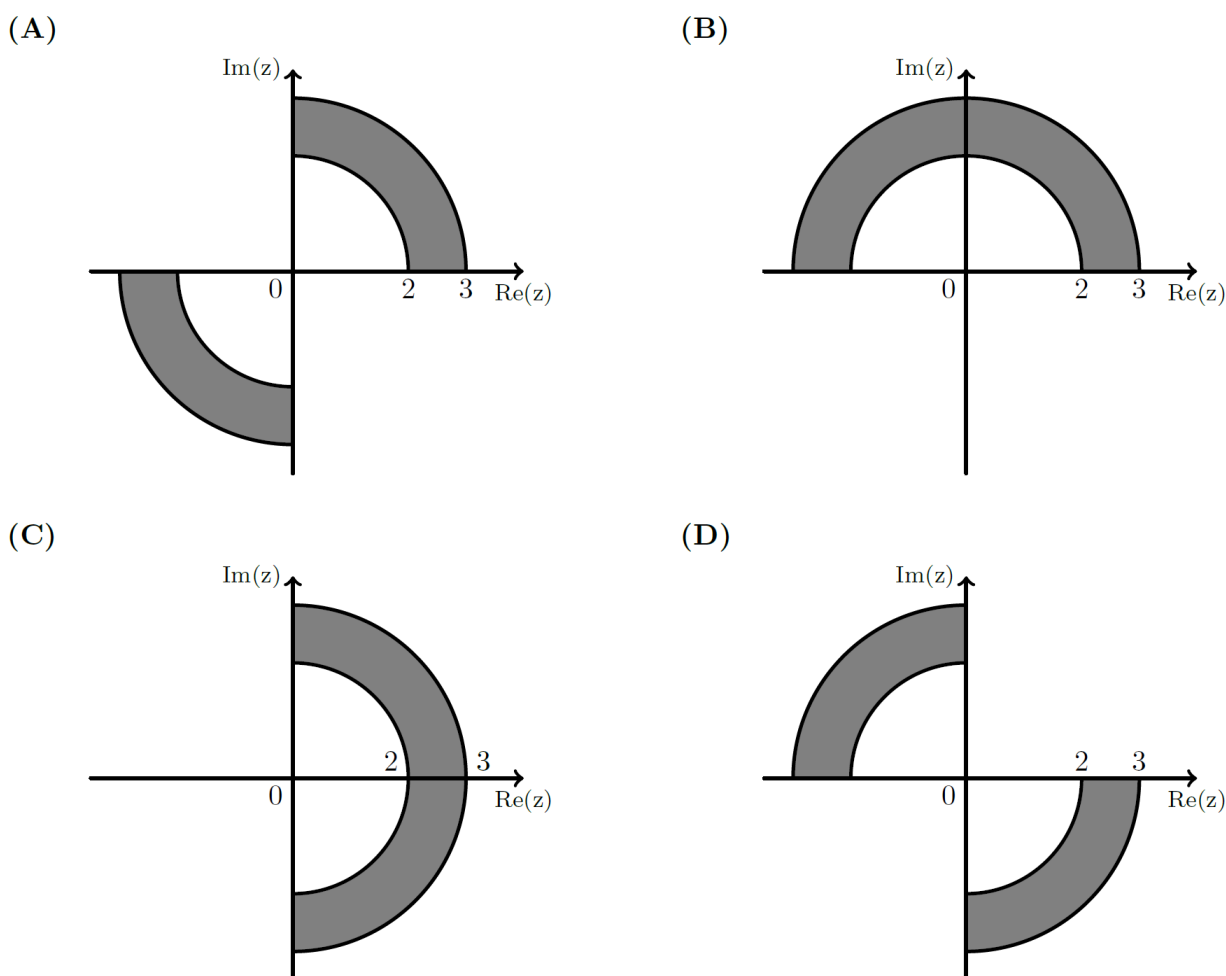
Exame 2002, 1.ª fase – 1.ª chamada

40. Qual das figuras seguintes pode ser a representação geométrica, no plano complexo, do conjunto $\left\{ z \in \mathbb{C} : |z| \leq 1 \wedge \arg(z) = \frac{\pi}{2} \right\}$?



Exame 2001, época especial

41. Qual das seguintes regiões do plano complexo (indicadas a sombreado) contém as imagens geométricas das **raízes quadradas** de $3 + 4i$?

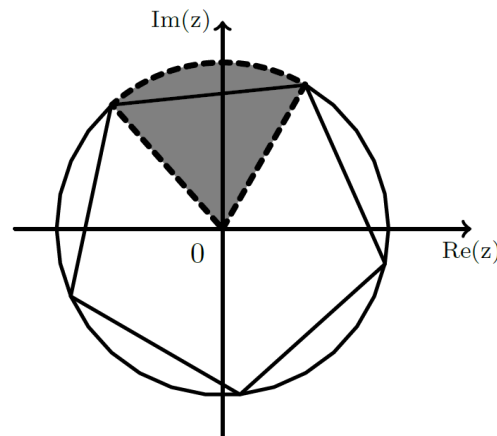


Exame 2001, 2.ª fase

42. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, seja $z_1 = 2e^{i(\frac{\pi}{3})}$

No plano complexo, a imagem geométrica de z_1 é um dos cinco vértices do pentágono regular representado na figura ao lado. Este pentágono está inscrito numa circunferência centrada na origem do referencial.

Defina, por meio de uma condição em $\mathbb{C}$, a região sombreada, excluindo a fronteira.



Exame 2001, 1.ª fase – 1.ª chamada

43. Qual das seguintes condições define uma reta no plano complexo?

(A) $|z - 1| = 4$ (B) $\arg(z) = \frac{\pi}{2}$ (C) $3z + 2i = 0$ (D) $|z - 1| = |z + i|$

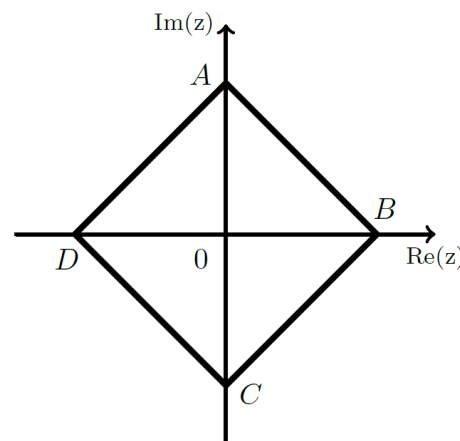
Exame 2000, 2.ª fase

44. Considere, no plano complexo, o quadrado $[ABCD]$.

Os pontos A e C pertencem ao eixo imaginário, e os pontos B e D pertencem ao eixo real.

Estes quatro pontos encontram-se à distância de uma unidade da origem do referencial.

Defina, por meio de uma condição em $\mathbb{C}$, a circunferência inscrita no quadrado $[ABCD]$.



Exame 2000, 1.ª fase – 2.ª chamada

45. Seja A o conjunto dos números complexos cuja imagem, no plano complexo, é o interior do círculo de centro na origem do referencial e raio 1.

Defina, por meio de uma condição em $\mathbb{C}$, a parte de A contida no segundo quadrante (excluindo os eixos do referencial).

Exame 2000, 1.ª fase – 1.ª chamada