1. Qual das expressões seguintes é termo geral de uma sucessão monótona?

(A) $(n-5)^2$ (B) $\frac{(-1)^n}{n+3}$ (C) $(-2)^n$ (D) $\frac{1}{n}$

Exame 2023, época especial

(A) $(n-5)^2$ a sequência é uma parábola com a concavidade virada para cima e e com um zero em $n=5$, logo nos termos entre $n=1$ a $n=5$ a sucessao é decrescente e para todos os termos superiores a $n=5$ a sucessão é crecente.
Portanto não é monótona.

(B) $\frac{(-1)^n}{n+3}=\begin{cases}\frac{1}{n+3} & \text{se } n \text{ é par}\\ -\frac{1}{n+3} & \text{se } n \text{ é ímpar}\end{cases}$, a sucessão oscila entre números positivos e negativos

Portanto não é monótona

(C) $(-2)^n=\begin{cases}2^n & \text{se } n \text{ é par}\\ -2^n & \text{se } n \text{ é ímpar}\end{cases}$,a sucessão oscila entre números positivos e negativos

Portanto não é monótona

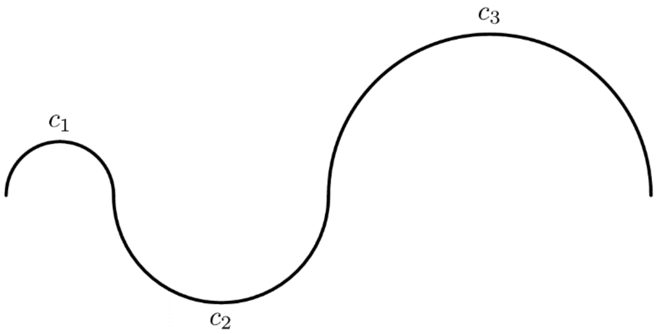
(D) $\frac{1}{n}$ $d_{n+1}-d_n=\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n}=\frac{n-n-1}{n(n+1)}=\frac{\overbrace{-1}^{<0}}{\underbrace{n(n+1)}_{>0}}<0\ ,\ \forall n\in IN$

Portanto a sucessão é monótona decrescente.

OPÇÃO: D

**2.** Uma composição geométrica é constituída por uma sequência de 25 semicircunferências em que, à exceção da primeira, o raio de cada semicircunferência é o dobro do raio da semicircunferência anterior.

A figura ao lado representa parte dessa composição, em que $c_1$, $c_2$, e $c_3$ são as três primeiras semicircunferências, com 1 cm, 2 cm e 4 cm de raio, respetivamente.




Determine o comprimento total da linha obtida com esta composição geométrica.

Apresente o resultado em quilómetros, arredondado às unidades.

Exame 2023, época especial

Temos que a sequência dos raios das semicircunferências é: 1, 2, 4, 8, 16, ... , isto é, $2^{n-1} = r_n$

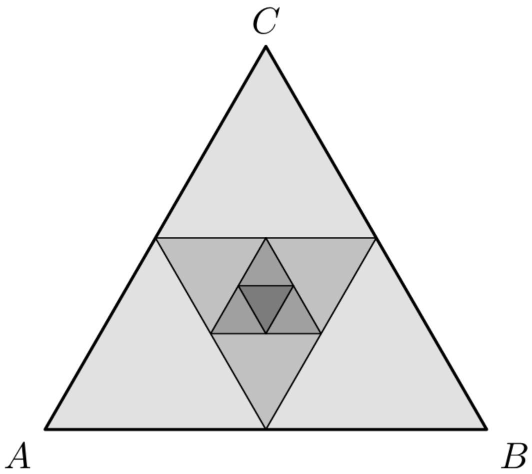
O comprimento total da linha obtida é a soma de todos os perímetros, das semicircunferências, entre 1 e 25. O perímetro de uma semicircunferência é: $c_n = \frac{2 \times r_n \times \pi}{2} = r_n \times \pi = \pi \times 2^{n-1}$ , que é uma progressão geométrica de razão 2.

Assim, $S_{25} = c_1 \times \frac{1-2^{25}}{1-2} = \pi \times 2^0 \times \frac{1-2^{25}}{-1} = \pi \times \left(2^{25} - 1\right) \approx 105\ 414\ 353.9$ cm

1054,1 km $\approx$ 1054 km

**3.** Considere um triângulo equilátero, $[ABC]$, com $\overline{AB}=1$.

Unindo os pontos médios dos lados desse triângulo, obtém-se um segundo triângulo equilátero; unindo os pontos médios dos lados do segundo triângulo, obtém-se o terceiro triângulo equilátero. Continuando a proceder deste modo, obtém-se uma sequência de $n$ triângulos, sendo $n>4$.




Na figura ao lado, representam-se os primeiros quatro triângulos da sequência.

Mostre que a soma dos perímetros dos $n$ triângulos da sequência é menor do que 6 unidades, qualquer que seja o valor de $n$.

Exame 2023, 2.ª fase

$P_{[ABC]} = 3\times 1 = 3$

Seja $D$, $E$ e $F$ os pontos médios de cada um dos lados do triângulo $[ABC]$ então cada um dos lados do triângulo $[DEF]$ mede $\frac{1}{2}$, logo $P_{[DEF]} = 3\times\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{\frac{3}{2}}{3} = \frac{1}{2} \quad ; \quad \frac{u_3}{u_2} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{2}$$

Ou, seja o perímetro de cada figura é $\frac{1}{2}$ do perímetro da figura anterior, pelo que $p_n$ é uma progressão geométrica de razão $\frac{1}{2}$

A soma dos perímetros é $S_n = 3\times\dfrac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1-\frac{1}{2}}$

$$\lim S_n = \lim\left(3\times\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1-\frac{1}{2}}\right) = \lim\left(3\times\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{\frac{1}{2}}\right) = \lim\left(6\times\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)\right) =$$

$$= \lim\left(6-6\left(\frac{1}{2}\right)^n\right) = 6-6\times\frac{1}{+\infty} = 6-0 = 6$$

à medida que o número de triângulos aumenta o seu perímetro tende para 6.

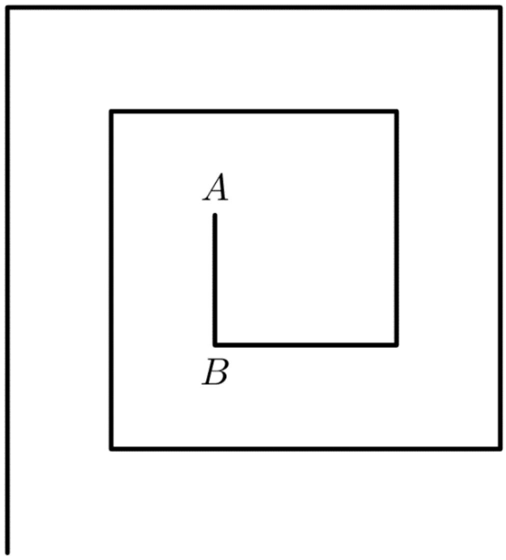
$\left(\frac{1}{2}\right)^n>0 \Leftrightarrow -\left(\frac{1}{2}\right)^n<0 \Leftrightarrow 1-\left(\frac{1}{2}\right)^n<1 \Leftrightarrow 6\times\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)<6$, $\forall n\in IN$, logo a soma de todos os perímetros é inferior a 6.

4. A figura ao lado representa uma linha poligonal simples que começou a ser construída a partir do segmento de reta [*AB*]. O segundo segmento de reta, com uma das extremidades em *B*, foi construído com mais 2 cm do que o primeiro, o terceiro segmento foi construído com mais 2 cm do que o segundo, e assim sucessivamente, tendo cada segmento de esta sempre mais 2 cm do que o anterior.

Continuando a construção da linha poligonal, do modo acima descrito, até ao 100.º segmento de reta, obtém-se uma linha poligonal com o comprimento total de 104 metros.

Determine o comprimento do segmento de reta [*AB*].

Apresente o valor pedido em centímetros.




Exame 2023, 1.ª fase

Seja $u_1 = \overline{AB}$ , sabe-se que 104 metros corresponde a 10400 cm

Temos que a razão é igual a 2, porque $u_{n+1} = u_n + 2 \Leftrightarrow u_{n+1} - u_n = 2$

Assim, como $u_{100} = u_1 + (100-1)\times 2 \Leftrightarrow u_{100} = u_1 + 198$, $s_{100}=10400$ e $S_{100} = \frac{u_1 + u_{100}}{2}\times 100$

Então,

$$\frac{u_1 + u_{100}}{2}\times 100 = 10400 \Leftrightarrow (u_1 + u_1 + 198)\times 50 = 10400 \Leftrightarrow 2u_1 + 198 = \frac{10400}{50} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2u_1 + 198 = 208 \Leftrightarrow 2u_1 = 10 \Leftrightarrow u_1 = 5$$

5. De uma progressão aritmética, $(v_n)$, sabe-se que $v_3 = 1$ e $v_{10} = \frac{5}{4}v_9$.

Averigue, sem recorrer à calculadora, se $-50$ é termo da progressão $(v_n)$

Exame 2022, época especial

Sabe-se que:

- $v_3 = 1 \Leftrightarrow v_1 + 2r = 1 \Leftrightarrow v_1 = 1-2r$
- $v_9 = v_1 + 8r \Leftrightarrow v_9 = 1-2r+8r \Leftrightarrow v_9 = 1+6r$
- $v_{10} = v_1 + 9r \Leftrightarrow v_{10} = 1-2r+9r \Leftrightarrow v_{10} = 1+7r$

Como $v_{10} = \frac{5}{4}v_9$ , então, $1+7r = \frac{5}{4}(1+6r) \Leftrightarrow 4+28r \Leftrightarrow 5+30r \Leftrightarrow -2r = 1 \Leftrightarrow r = -\frac{1}{2}$

Assim, $v_1 = 1 - 2r \Leftrightarrow v_1 = 1 + 1 \Leftrightarrow v_1 = 2$

Logo, $v_n = v_1 + r(n-1) \Leftrightarrow v_n = 2 - \frac{1}{2}(n-1) \Leftrightarrow v_n = 2 - \frac{n}{2} + \frac{1}{2} \Leftrightarrow v_n = \frac{5}{2} - \frac{n}{2}$

Assim, $v_n = -50 \Leftrightarrow \frac{5}{2} - \frac{n}{2} = -50 \Leftrightarrow 5 - n = -100 \Leftrightarrow -n = -105 \Leftrightarrow n = 105 \in IN$

Portanto $-50$ é termo da progressão.

6. Seja $(u_n)$ a sucessão definida por

$$u_n = \begin{cases} (-1)^n & \text{se } n \leq 3 \\ \frac{4n-1}{n+3} & \text{se } n > 3 \end{cases}$$

Mostre que a sucessão $(u_n)$ é limitada.

Exame 2022, 2.ª fase

Para $1 \leq n \leq 3$ tem-se: $u_1 = (-1)^1 = -1$ ; $u_2 = (-1)^2 = 1$ e $u_3 = (-1)^3 = -1$

Para $n \geq 4$ tem-se: $u_n = \frac{4n-1}{n+3}$

C.A.

$$\begin{array}{r|l} 4n-1 & n+3 \\ \hline -4n-12 & 4 \\ \hline -13 & \end{array}$$

$u_n = 4 - \frac{13}{n+3}$

Assim, $\forall n \geq 4$, tem-se que, $0 < \frac{13}{n+3} \leq \frac{13}{7} \Leftrightarrow -\frac{13}{7} \leq -\frac{13}{n+3} < 0 \Leftrightarrow 4 - \frac{13}{7} \leq 4 - \frac{13}{n+3} < 4 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{15}{7} \leq 4 - \frac{13}{n+4} < 4$

Logo, $\forall \in IN$, $-1 \leq u_n < 4$, portanto a sucessão é limitada.

7. Qual das expressões seguintes é termo geral de uma sucessão convergente?

(A) $(-1)^n \times n$ (B) $\frac{(-1)^n}{n}$ (C) $(-1)^n + n$ (D) $(-1)^n - n$

Exame 2022, 1.ª fase

Se $n$ é par, $\lim \frac{1}{n} = \frac{1}{+\infty} = 0$

Se $n$ é ímpar, $\lim \frac{-1}{n} = \frac{-1}{+\infty} = 0$

Portanto, $\lim \frac{(-1)^n}{n} = 0$, é convergente.

**OPÇÃO: B**

8. A soma dos cinco primeiros termos de uma progressão geométrica de razão $\frac{2}{3}$ é 211.

Determine o quinto termo desta progressão.

Exame 2022, 1.ª fase

Sabemos que razão é $\frac{2}{3}$

Então $u_1 \times \frac{1-\left(\frac{2}{3}\right)^5}{1-\frac{2}{3}} = 211 \Leftrightarrow u_1 \times \frac{\frac{211}{243}}{\frac{1}{3}} = 211 \Leftrightarrow u_1 \times \frac{633}{243} = 211 \Leftrightarrow u_1 = \frac{211 \times 243}{633} \Leftrightarrow u_1 = 81$

Assim, $u_5 = u_1 \times r^{5-1} \Leftrightarrow u_5 = 81 \times \left(\frac{2}{3}\right)^4 \Leftrightarrow u_5 = 16$

9. Seja $(u_n)$ a sucessão definida por $u_n = 2n+1$ .

Determine, sem recorrer à calculadora, a soma dos primeiros duzentos termos de ordem ímpar da sucessão $(u_n)$

Exame 2021, época especial

A ordem ímpar dos termos de uma sucessão pode ser definida por $2p-1$ , $p \in IN$.
Assim, os termos de ordem ímpar da sucessão são: $u_p = 2(2p-1)+1 = 4p-2+1 = 4p-1$.
Logo, é uma progressão aritmética de razão 4, pelo que a soma dos primeiros 200 termos é:

$S_{200} = \frac{v_1 + v_{200}}{2} \times 200 = \frac{4-1+800-1}{2} \times 200 = 802 \times 100 = 80\,200$

10. Seja $(u_n)$ uma progressão aritmética.

Sabe-se que, relativamente a $(u_n)$ , a soma do sexto termo com o vigésimo é igual a $-5$ e que o décimo nono termo é igual ao quádruplo do sétimo termo.

Determine a soma dos dezasseis primeiros termos desta progressão.

Exame 2021, 2.ª fase

Sabe-se que $u_6 = u_1 + 5r$ , $u_7 = u_1 + 6r$, $u_{19} = u_1 + 18r$ e que $u_{20} = u_1 + 19r$.

Pretende-se determinar $S_{16} = \frac{u_1 + u_{16}}{2} \times 16$

- $u_6 + u_{20} = -5 \Leftrightarrow u_1 + 5r + u_1 + 19r = -5 \Leftrightarrow 2u_1 + 24r = -5 \Leftrightarrow u_1 = -\frac{24r+5}{2}$
- $u_{19} = 4u_7 \Leftrightarrow u_1 + 18r = 4(u_1 + 6r) \Leftrightarrow u_1 + 18r = 4u_1 + 24r \Leftrightarrow -3u_1 = 6r \Leftrightarrow u_1 = -2r$

Assim, $-\frac{24r+5}{2} = -2r \Leftrightarrow -24r - 5 = -4r \Leftrightarrow -20r = 5 \Leftrightarrow r = -\frac{5}{20} \Leftrightarrow r = -\frac{1}{4}$

$u_1 = -2r = -2\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$ e $u_{16} = u_1 + 15r = \frac{1}{2} + 15\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2} - \frac{15}{4} = -\frac{13}{4}$

Portanto, $S_{16} = \frac{u_1 + u_{16}}{2} \times 16 = \frac{\frac{1}{2} - \frac{13}{4}}{2} \times 16 = -22$

11. Seja $(u_n)$ uma progressão geométrica.

Sabe-se que $v_5 = 4$ e que $v_8 = 108$

Qual é o valor de $v_6$ ?

(A) 12 (B) 24 (C) 48 (D) 60

Exame 2021, 1.ª fase

$v_n$ é uma progressão geométrica, logo de $v_n = v_p \times r^{n-p}$ vem que $v_8 = v_5 \times r^{8-5} \Leftrightarrow v_8 = v_5 \times r^3$

Assim, de acordo com os dados do enunciado, tem-se que: $108 = 4 \times r^3 \Leftrightarrow r^3 = 27 \Leftrightarrow r = 3$

Portanto, $v_6 = v_5 \times r = 4 \times 3 = 12$

**OPÇÃO: A**

12. Seja $(u_n)$ a sucessão definida por $u_n = 2 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$

Determine sem recorre à calculadora, quantos termos de ordem ímpar da sucessão $(u_n)$ pertencem ao intervalo $\left[\frac{83}{41}, \frac{67}{33}\right]$

Exame 2021, 1.ª fase

A subsucessão dos termos de ordem ímpar é dada pela expressão $2+\frac{1}{n}$

Pretende-se calcular quantos termos de ordem ímpar verificam a condição $\frac{81}{41} \leq u_n \leq \frac{67}{33}$

Assim, $\frac{83}{41} \leq u_n \leq \frac{67}{33} \Leftrightarrow \underbrace{\frac{83}{41} \leq 2+\frac{1}{n} \leq \frac{67}{33}}_{\text{Para } n \text{ ímpar}} \Leftrightarrow \frac{1}{41} \leq \frac{1}{n} \leq \frac{1}{33} \Leftrightarrow 33 \leq n \leq 41$

Logo, os termos de ordem ímpar são 33, 35, 37, 39 e 41.

Portanto, existem 5 termos da sucessão que pertencem ao intervalo $\left[\frac{81}{41}, \frac{67}{33}\right]$

13. Considera uma progressão geométrica não monótona $(u_n)$

Sabe-se que $u_3 = \frac{1}{12}$ e que $u_{18} = 4u_{20}$

Determina uma expressão do termo geral de $u_n$

Apresenta essa expressão na forma $a \times b^n$ , em que $a$ e $b$ são números reais.

Exame 2020, época especial

Sabe-se que $u_3 = u_1 \times r^2$ , $u_{18} = u_1 \times r^{17}$ e $u_{20} = u_1 \times r^{19}$

Temos:

- $u_3 = \frac{1}{12} \Leftrightarrow u_1 \times r^2 = \frac{1}{12} \Leftrightarrow u_1 = \frac{1}{12r^2}$
- $u_{18} = 4u_{20} \Leftrightarrow u_1 \times r^{17} = 4\left(u_1 \times r^{19}\right)$

Assim, $u_1 \times r^{17} = 4u_1 \times r^{19} \Leftrightarrow \frac{1}{12r^2} \times r^{17} = \frac{4}{12r^2} \times r^{19} \Leftrightarrow \frac{1}{12} \times r^{15} = \frac{1}{3} \times r^{17} \Leftrightarrow \frac{r^{15}}{r^{17}} = \frac{12}{3} \Leftrightarrow r^{-2} = 4 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow r^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow r = \pm\frac{1}{2}$ , como a sucessão é não monótona, $r = -\frac{1}{2}$

$$u_1 = \frac{1}{12r^2} = \frac{1}{12\left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{12\left(\frac{1}{4}\right)} = \frac{1}{3}$$

Portanto $u_n = \frac{1}{3} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{3} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{n} = -\frac{2}{3} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{n}$

14. Considera a sucessão $v_n$ definida por recorrência, por:

$$v_n = \begin{cases} v_1 = 2 \\ v_{n+1} = \dfrac{1}{v_n}, \quad \textit{para qualquer número natural } n \end{cases}$$

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(A) A sucessão $v_n$ é uma progressão aritmética.

(B) A sucessão $v_n$ é uma progressão geométrica

(C) A sucessão $v_n$ é monótona

(D) A sucessão $v_n$ é limitada

Exame 2020, época especial

$$v_1 = 2 \quad ; \quad v_2 = \frac{1}{v_1} = \frac{1}{2} \quad ; \quad v_3 = \frac{1}{v_2} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2 \quad ; \quad v_4 = \frac{1}{v_3} = \frac{1}{2}$$

Como se verifica a sucessão varia entre $2$ quando $n$ é ímpar e $\frac{1}{2}$ quando $n$ é par.

Logo a sucessão é limitada.

**OPÇÃO: D**

15. De uma progressão aritmética $u_n$ sabe-se que o sétimo termo geral é igual ao dobro do segundo e que a soma dos doze primeiros termos é igual a 57

Sabe-se ainda que 500 é termo da sucessão $u_n$

Determina a ordem deste termo.

Exame 2020, 2ª fase

Seja $r$ a razão da progressão aritmética.

Sabe-se que, $u_2 = u_1 + r$ , $u_7 = u_1 + 6r$ e $u_{12} = u_1 + 11r$

Como $u_7 = 2u_2 \Leftrightarrow u_1 + 6r = 2(u_1 + r) \Leftrightarrow u_1 + 6r = 2u_1 + 2r \Leftrightarrow u_1 = 4r$

Temos que $S_{12} = 57 \Leftrightarrow \frac{u_1 + u_{12}}{2} \times 12 = 57 \Leftrightarrow (4r + 4r + 11r) \times 6 = 57 \Leftrightarrow 114r = 57 \Leftrightarrow r = \frac{1}{2}$

Logo, $u_n = u_1 + r(n-1) \Leftrightarrow u_n = 4 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(n-1) \Leftrightarrow u_n = 2 + \frac{1}{2}n - \frac{1}{2} \Leftrightarrow u_n = \frac{n+3}{2}$

$$u_n = 500 \Leftrightarrow \frac{n+3}{2} = 500 \Leftrightarrow n + 3 = 100 \Leftrightarrow n = 997$$

Pelo que 500 é o termo de ordem 997 da sucessão

16. Seja $v_n$ a sucessão definida por

$$v_n = \begin{cases} n & se\ n < 10 \\ 1 + \dfrac{1}{n} & se\ n \geq 10 \end{cases}$$

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(A) A sucessão $v_n$ tem limite nulo

(B) A sucessão $v_n$ é divergente

(C) A sucessão $v_n$ é limitada

(D) A sucessão $v_n$ é monótona

Exame 2020, 2ª fase

$\lim\left(1+\frac{1}{n}\right)=1+0=1$, logo a sucessão não tem limite nulo e também não é divergente. $\cancel{(A)}$ e $\cancel{(B)}$

Tem-se que $v_1=1$, $v_9=9$ e $v_{10}=1+\frac{1}{10}=1{,}1$. Assim, $v_1<v_9$ e $v_9>v_{10}$, portanto não é monótona. $\cancel{(D)}$

Como, $1\leq v_n\leq 9,\ \forall n<9$ e $1<v_n\leq 1{,}1$, $\forall n\geq 10$, portanto $v_n$ é limitada

**OPÇÃO: C**

17. Considera a sucessão $u_n$ de termo geral $u_n = \frac{8n-4}{n+1}$

Estuda a sucessão quanto à monotonia.

Exame 2020, 1ª fase

$$u_{n+1}-u_n=\frac{8(n+1)-4}{n+1+1}-\frac{8n-4}{n+1}=\frac{8n+4}{n+2}-\frac{8n-4}{n+1}=\frac{8n^2+8n+4n+4-8n^2+4n-16n+8}{(n+2)(n+1)}=$$

$$=\frac{\overset{>0}{12}}{\underbrace{(n+2)(n+1)}_{>0\ ,\ n\in IN}}>0\ .$$

Portanto, como $u_{n+1}-u_n>0$, a sucessão é monótona crescente.

18. Considera a sucessão $u_n$ de termo geral $u_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}$

Determina a menor ordem a partir da qual todos os termos da sucessão $u_n$ são maiores do que $-0{,}01$

Exame 2019, época especial

$$u_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{n+1} & \text{se } n \text{ é impar} \\ -\frac{1}{n+1} & \text{se } n \text{ é par} \end{cases}$$

Quando $n$ é impar todos os termos são positivos, pelo que todos os termos de ordem ímpar são maiores do que $-0{,}01$

Quando $n$ é par:

$$u_n > -0{,}01 \Leftrightarrow -\frac{1}{n+1} > -\frac{1}{100} \Leftrightarrow \frac{1}{n+1} < \frac{1}{100} \Leftrightarrow n+1 > 100 \Leftrightarrow n > 99$$

Assim, todos os termos da sucessão são maiores do que $-0{,}01$ para os termos de ordem par superiores a 99 e também para todos os termos de ordem ímpar, portanto a ordem a partir da qual todos os termos são superiores a $-0{,}01$ é 99.

19. Sejam $a$ e $b$ dois números reais diferentes de zero

Sabe-se que 2, $a$ e $b$ são três termos consecutivos de uma progressão geométrica

Sabe-se ainda que $a-2$ , $b$ e 2 são três termos consecutivos de uma progressão aritmética

Determina $a$ e $b$

Exame 2019, 2ª fase

Como 2, $a$ e $b$ são termos consecutivos de uma progressão geométrica, tem-se que $\frac{a}{2} = \frac{b}{a} \Leftrightarrow a^2 = 2b$

Sabe-se ainda que $a-2$ , $b$ e 2 são três termos consecutivos de uma progressão aritmética, tem-se que,

$$b-(a-2) = 2-b \Leftrightarrow b-a+2 = 2-b \Leftrightarrow -a = -2b \Leftrightarrow a = 2b$$

$$\begin{cases} a^2 = 2b \\ a = 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2b)^2 = 2b \\ ------ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4b^2 = 2b \\ ----- \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{2}{4} \\ --- \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{2} \\ a = 1 \end{cases}$$

Portanto, $a = 1$ e $b = \frac{1}{2}$

20. Seja $r$ um número real maior do que 1 .

Sabe-se que $r$ é a razão de uma progressão geométrica de termos positivos.

Sabe-se ainda que, de dois termos consecutivos dessa progressão, a sua soma é igual a 12 e a diferença entre o maior e o menor é igual a 3 .

Determina o valor de $r$

Exame 2019, 1ª fase

21. Considera a sucessão $u_n$ de termo geral $u_n = \frac{n+5}{n+3}$

Estuda a sucessão quanto à monotonia

Exame 2018, época especial

22. De uma progressão aritmética $u_n$ sabe-se que o terceiro termo é igual a 4 e que a soma dos doze primeiros termos é igual a 174.

Averigua se 5371 é termo da sucessão $u_n$

Exame 2018, 2ª fase

23. Seja $a$ um número real.

Sabe-se que $a$ , $a+6$ $e$ $a+18$ são três termos consecutivos de uma progressão geométrica.

Relativamente a essa progressão gbeométrica, sabe-se ainda que a soma dos sete primeiros termos é igual a 381.

Determina o primeiro termo dessa progressão.

Exame 2018, 1ª fase

24. Seja $u_n$ uma sucessão real em que todos os termos são positivos.

Sabe-se que, para todo o número natural $n$, $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$

Qual das afirmações é verdadeira?

(A) A sucessão $u_n$ é limitada

(B) A sucessão $u_n$ é uma progressão aritmética

(C) A sucessão $u_n$ é crescente

(D) A sucessão $u_n$ é infinitamente grande

Exame 2017, época especial

25. Seja $u_n$ a sucessão definida por $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{1-n}$

Qual das afirmações é verdadeira?

(A) A sucessão $u_n$ é uma progressão geométrica de razão $\frac{1}{2}$

(B) A sucessão $u_n$ é uma progressão geométrica de razão 2

(C) A sucessão $u_n$ é uma progressão aritmética de razão $\frac{1}{2}$

(D) A sucessão $u_n$ é uma progressão aritmética de razão 2

Exame 2017, 2ª fase

26. Seja $u_n$ a sucessão definida por $u_n = \begin{cases} n & se\ n \leq 20 \\ (-1)^n & se\ \ n > 20 \end{cases}$

Qual das afirmações é verdadeira?

(A) A sucessão $u_n$ é monótona crescente

(B) A sucessão $u_n$ é monótona decrescente

(C) A sucessão $u_n$ é limitada

(D) A sucessão $u_n$ é infinitamente grande

Exame 2017, 1ª fase

27. De uma progressão geométrica $u_n$ , monótona crescente, sabe-se que $u_4 = 32$ e que $u_8 = 8192$

Qual é o quinto termo da sucessão $u_n$ ?

(A) 64 (B) 128 (C) 256 (D) 512

Exame 2016, 2ª fase

28. De uma progressão geométrica $a_n$ , sabe-se que o terceiro termo é igual a $\frac{1}{4}$ e que o sexto termo é igual a 2

Qual é o valor do vigésimo termo?

(A) 8192 (B) 16384 (C) 32768 (D) 65536

Exame 2015, época especial

29. Qual das expressões seguintes é termo geral de uma sucessão monótona e limitada?

(A) $(-1)^n$ (B) $(-1)^n \times n$ (C) $-\frac{1}{n}$ (D) $1 + n^2$

Exame 2015, 2ª fase

30. Seja $a$ um número real.

Considera a sucessão $u_n$ definida por

$$\begin{cases} u_1 = a \\ u_{n+1} = -3u_n + 2\,, \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Qual é o terceiro termo desta sucessão?

(A) $6a + 4$ (B) $9a - 4$ (C) $6a - 4$ (D) $9a + 4$

Exame 2015, 1ª fase

31. Estuda, quanto à monotonia, a sucessão $u_n$ de termo geral $u_n = \frac{1-2n}{n+3}$

Teste Intermédio 11º ano, maio de 2011

**32.** Seja $u_n$ a sucessão definida por recorrência do seguinte modo:

$$\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_2 = u_{n-1} + 2n \quad se\ n > 1 \end{cases}$$

Seja $w_n$ a sucessão de termo geral $w_n = 5n - 13$

Qual é o valor de $n$ para o qual se tem $w_n = u_2$

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

Teste Intermédio 11º ano, maio de 2011