



$$1.1 \quad m(0) = \frac{30(1 + 0,006 \times 0)^3 - 29}{(1 + 0,006 \times 0)^2} = \frac{30 - 29}{1} = 1$$

$$m(1) = \frac{30(1 + 0,006 \times 1)^3}{(1 + 0,006 \times 1)^2} \approx 1,524$$

A diferença de massas ao fim de 1 minuto é $1,524 - 1 = 0,524$

em percentagem $52,4\% \approx 52\%$.

OPÇÃO: B

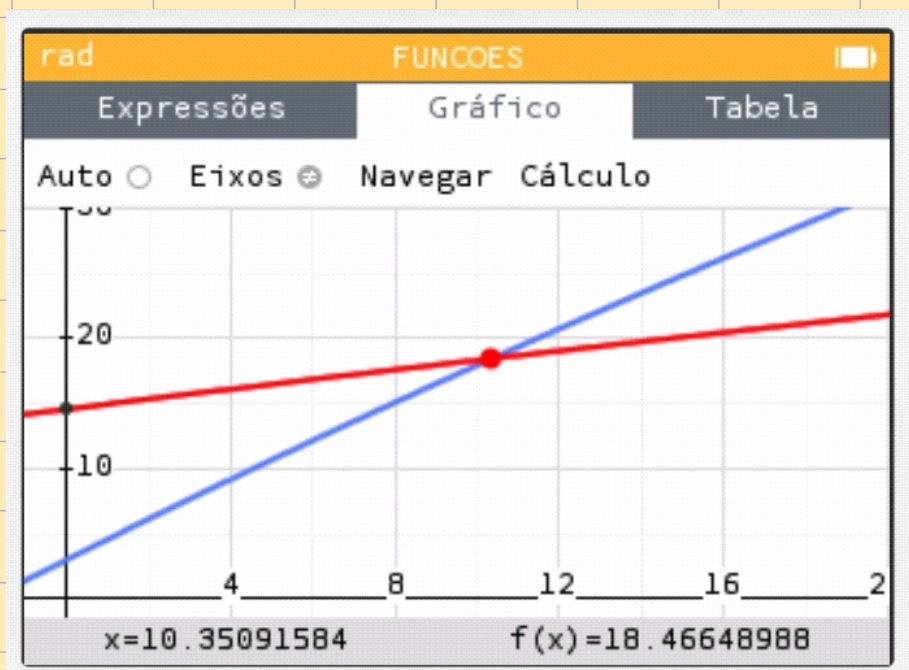
1.2 $t + 30$ é o instante, passando mais hora

A equação que permite resolver o problema é:

$$m(t + 30) = 3m(t)$$

Assim temos $f(x) = m(t + 30)$ e

$$g(x) = 3m(t)$$



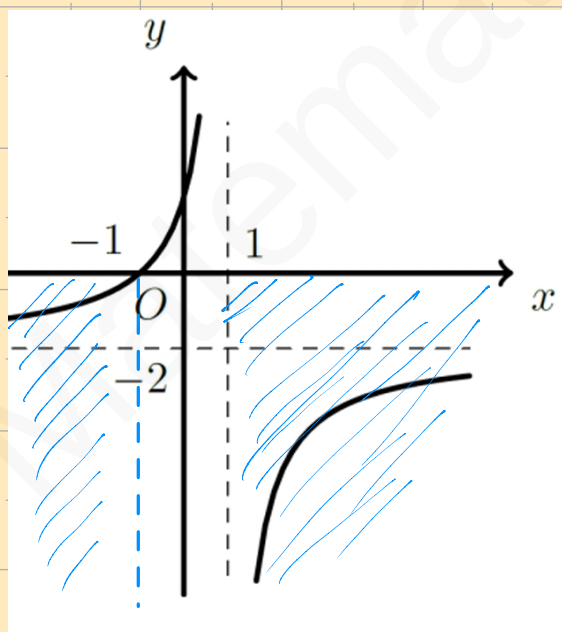
por observação do gráfico $x \approx 10,35$

$$0,35 \times 60 = 21$$

portanto o instante é aos 10 m 21 s

após a abertura das torneiras

3.



por observação do gráfico

$$f(x) \leq -2 \text{ em}$$

$$x \in]-\infty, -1] \cup]1, +\infty[$$

OPÇÃO : D

3.1 Para $x \in]1, +\infty[$

$$f(x) < \frac{1}{x-2} \Leftrightarrow \frac{2x-3}{1-x} < \frac{1}{x-2} \Leftrightarrow \frac{2x-3}{1-x} - \frac{1}{x-2} < 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{(2x-3)(x-2) - 1+x}{(1-x)(x-2)} < 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2-4x-3x+6-1+x}{(1-x)(x-2)} < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x^2-6x+5}{(1-x)(x-2)} < 0$$

C.A.

Quadro de sinais:

$$2x^2-6x+5=0 \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36-40}}{4} \text{ impossível por IR}$$

Como $a > 0$ a concavidade está voltada para cima



x	1		2	$+\infty$
$2x^2-6x+5$	n.d.	+	+	+
$1-x$	n.d.	-	-	-
$x-2$	n.d.	-	0	+
	n.d.	+	n.d.	-

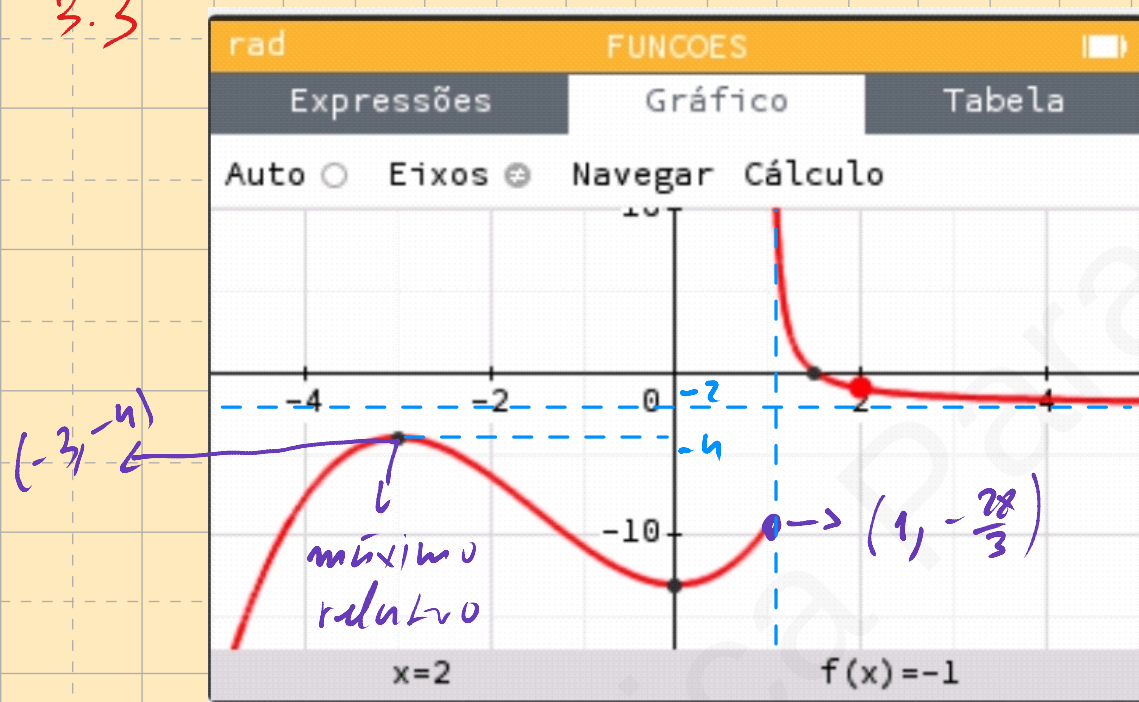
$x \in]2, +\infty[$

$$3.2 \quad (f \circ f)(-3) = 6 \Leftrightarrow f(f(-3)) = 6 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow f\left(\frac{2}{3}(-3)^3 + 3(-3)^2 - 13\right) = 6 \Leftrightarrow f(-4) = 6 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow k(-4) + 2 = 6 \Leftrightarrow -4k = 4 \Leftrightarrow k = -1$$

3.3



As retas $x=1$ e $y=-2$ são Assíntotas

-4 é um máximo relativo

Assim $D_f =]-\infty, -4] \cup]-2, +\infty[$

4.

$$f(x) = \frac{1}{x+1}, \quad D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

$x = -1$ é uma assíntota vertical

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{+\infty} = 0 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{-\infty} = 0$$

$y = 0$ é uma assíntota horizontal

$f(x) = (x+a) + k$ é uma translação através
do vetores $\vec{u}(-a, 0)$ e $\vec{v}(0, k)$, como

$x = -2$ é uma assíntota vertical de g então

$$a = 1$$

$y = 2$ é uma assíntota horizontal de g então

$$k = 2$$

$$f(x) = 4(x+1) + 2$$

OPÇÃO: B

5.1.1 $y = -1$ é assíntota horizontal então $f(x) = k$
é impossível por $k = -1$

5.1.2 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$, por observação do
gráfico.

5.2 $f(x) = \frac{6-x}{x-2}$

5.2.1 $f(x) \leq \frac{4-x}{x+2} \Leftrightarrow \frac{6-x}{x-2} \leq \frac{4-x}{x+2} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{6-x}{x-2} - \frac{4-x}{x+2} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(6-x)(x+2) - (4-x)(x-2)}{(x-2)(x+2)} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\cancel{6x} + 12 - \cancel{x^2} - 2x - \cancel{4x} + 8 + \cancel{x^2} - 2x}{(x-2)(x+2)} \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{-2x+20}{(x-2)(x+2)} \leq 0$$

6A.

$$-2x+20=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x=20 \Leftrightarrow x=10$$

Análise de sinais:

	$-\infty$	-2		2		10	$+\infty$
$-2x+20$	+	+	+	+	+	0	-
$x-2$	-	-	-	0	+	+	+
$x+2$	-	0	+	+	+	+	+
	+	n.d.	-	n.d.	+	0	-

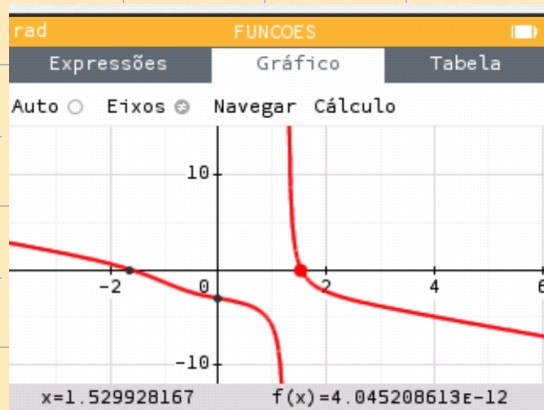
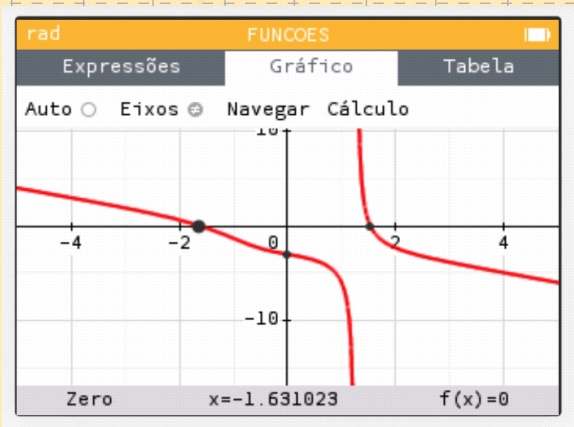
$$x \in]-2, 2[\cup [10, +\infty[$$

5.2.2

$$g(x) = x^3$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x^3) = \frac{6-x^3}{x^3-2}$$

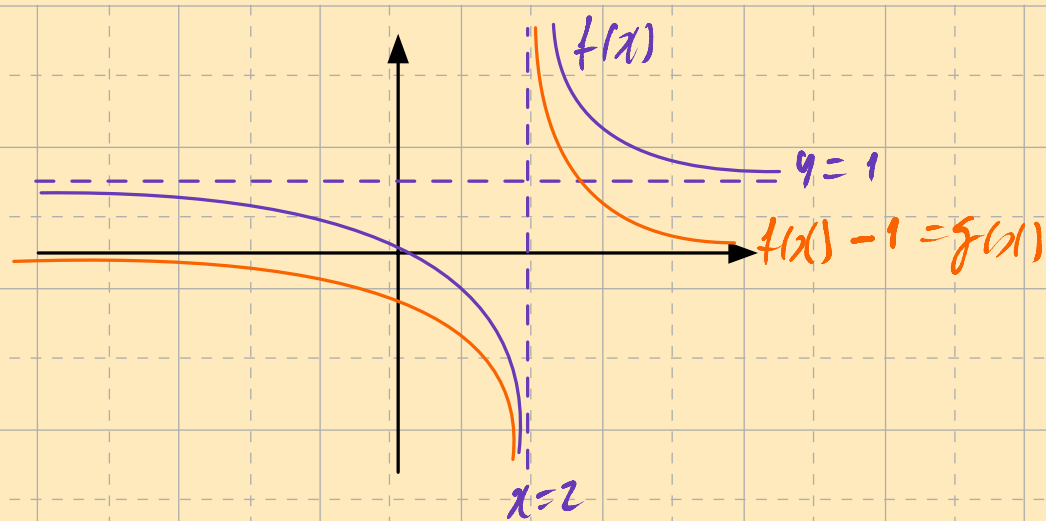
$$(f \circ g)(x) = x \Leftrightarrow \frac{6-x^3}{x^3-2} = x \Leftrightarrow \frac{6-x^3}{x^3-2} - x = 0$$



por observação
do gráfico

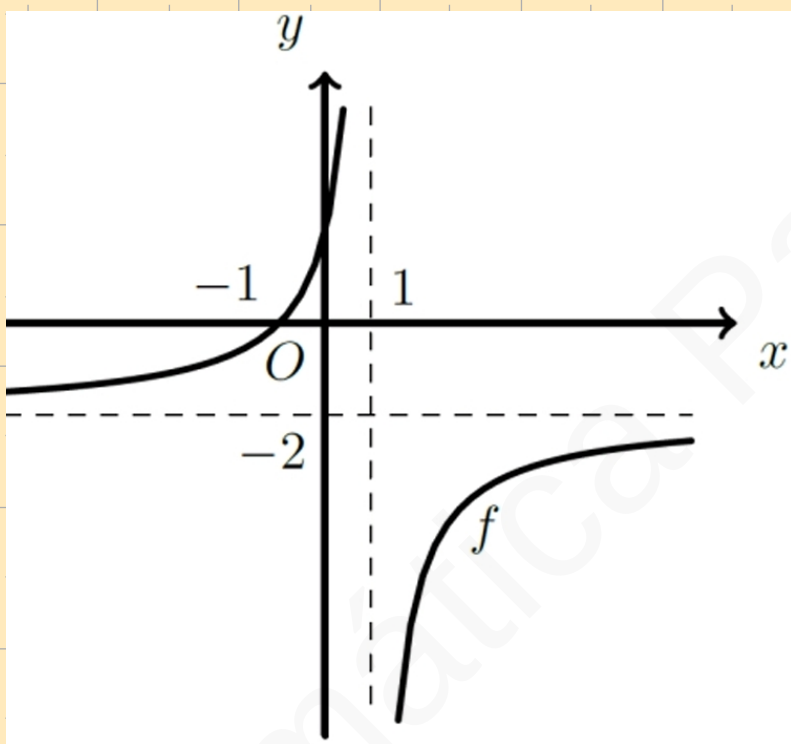
$$x \approx -1,63 \vee x \approx 1,53$$

6.



OPÇÃO: A.

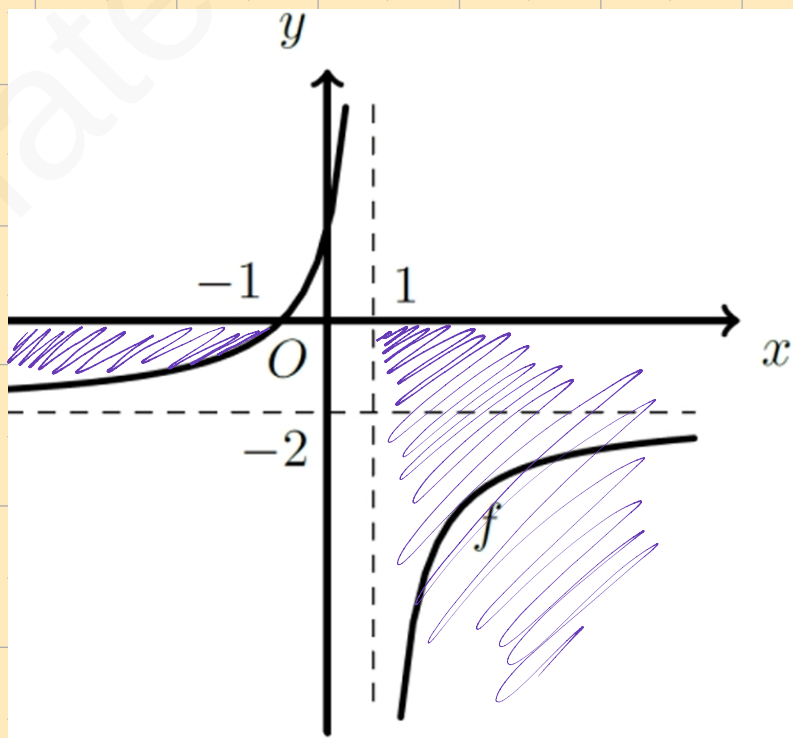
7.1.1



Por observação do gráfico

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$$

7.1.2



Por observação do gráfico $f(x) \leq 0$

$$x \in]-\infty, -1] \cup]1, +\infty[$$

7.2 O gráfico da função é uma hipérbole com uma assíntota horizontal $y = -2$ e uma assíntota vertical $x = 1$

$$f(x) = -2 + \frac{a}{x-1}$$

Como $f(-1) = 0$ então

$$-2 + \frac{a}{-1-1} = 0 \Leftrightarrow -2 + \frac{a}{-2} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -4 + a = 0 \Leftrightarrow a = 4$$

Assim $f(x) = -2 + \frac{4}{x-1}$

8. $(g \circ h)(a) = \frac{1}{9} \Leftrightarrow g(h(a)) = \frac{1}{9} \Leftrightarrow g(a+1) = \frac{1}{9} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{a+1} = \frac{1}{9} \Leftrightarrow a+1 = 9 \Leftrightarrow a = 8$$

OP(AU): B

9.

$$g(x) = \frac{x-1}{x+1}$$

$$D_g = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x-1}{x+1} = \frac{-1^+ - 1}{-1^+ + 1} = \frac{-2}{0^-} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x-1}{x+1} = \frac{-1^- - 1}{-1^- + 1} = \frac{-2}{0^+} = -\infty$$

$$x = -1 \quad \bar{e} \quad A.V.$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-1}{x+1} = \frac{x}{x} = 1$$

$$y = 1 \quad \bar{e} \quad A.H.$$

$$\text{Assim } P(-1, 1)$$

$$\text{Logo } h(-1) = 1 \Leftrightarrow f(-1) + k = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-1)^3 + 3(-1)^2 - 9(-1) - 11 + k = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -1 + 3 + 9 - 11 + k = 1 \Leftrightarrow k = \underline{1}$$

$$10. \quad A(0) = \frac{11 \times 0 + 6}{0 + 1} = 6$$

$$A(1) = \frac{11 \times 1 + 6}{1 + 1} = \frac{17}{2} = 8,5$$

$$A(1) - A(0) = 8,5 - 6 = 2,5 \rightarrow 2500 \text{ animais}$$

Como morreram 500 animais neste período de

tempo, significa que nasceram $2500 + 500 = 3000$

animais.

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} A(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{11t+6}{t+1} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{11\cancel{t}+6}{\cancel{t}} = 11$$

$y=11$ é a assíntota horizontal de $A(t)$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} B(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{t+4}{t+3} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\cancel{t}+4}{\cancel{t}+3} = 1$$

$y=1$ é a assíntota horizontal de $B(t)$

$$11 - 1 = 10 \text{ milhares}$$

$$11.1 \quad f(x) \leq 5 \Leftrightarrow 3 + \frac{6}{x} \leq 5 \Leftrightarrow 3 + \frac{6}{x} - 5 \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x+6-5x}{x} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-2x+6}{x} \leq 0$$

Quadro de sinais:

x	$-\infty$	0		3	$+\infty$
$-2x+6$	$+$	$+$	$+$	0	$-$
x	$-$	0	$+$	$+$	$+$
	$-$	n.d.	$+$	0	$-$

$$x \in]-\infty, 0[\cup]3, +\infty[$$

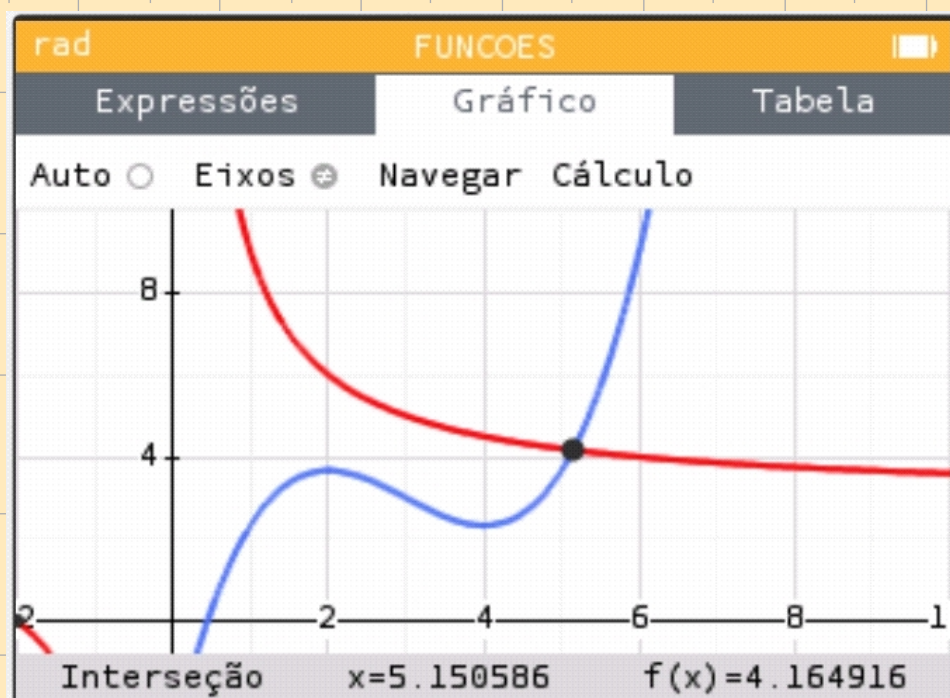
C.A.

$$-2x+6=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -2x = -6 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 3$$

11.2



$$x \approx 5,15$$

12.1

$$f(x) \geq 3 \Leftrightarrow 4 - \frac{4}{x+2} \geq 3 \Leftrightarrow 4 - \frac{4}{x+2} - 3 \geq 0$$

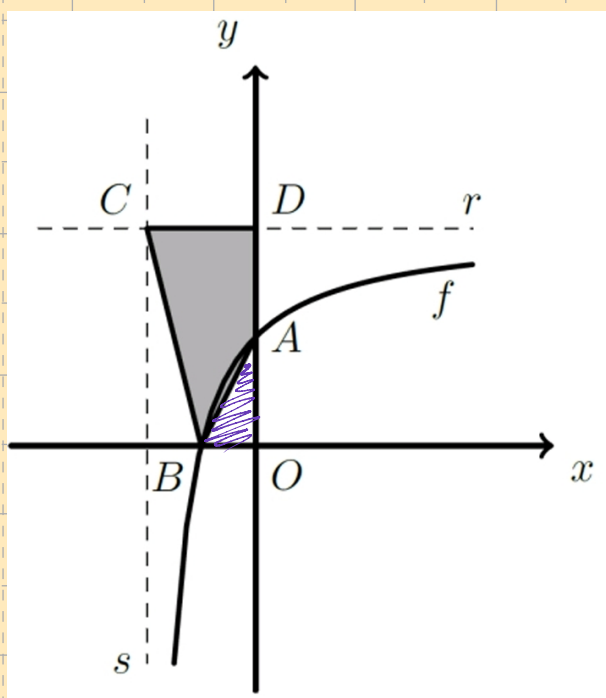
$$\Leftrightarrow 1 - \frac{4}{x+2} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x+2-4}{x+2} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x-2}{x+2} \geq 0$$

Quadro de sinais:

	$-\infty$	-2		2	$+\infty$
$x-2$	-	-	-	0	+
$x+2$	-	0	+	+	+
	+	nd	-	0	+

$$x \in]-\infty, -2[\cup [2, +\infty[$$

12.2



$$A_{[ABO]} = A_{[CDOB]} - A_{[ABO]}$$

$$A_{[CDOB]} = \frac{\overline{CD} + \overline{OB}}{2} \times \overline{OD}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 4 - \frac{4}{x+2} = 0 \Leftrightarrow \frac{4x+8-4}{x+2} = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x+4=0 \wedge x \neq -2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \wedge x \in D_f$$

$$\overline{OB} = 1$$

Como s é assíntota vertical de f então

$$s: x = -2, \text{ então } \overline{DC} = 2$$

Como r é assíntota horizontal de f então

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(4 - \frac{4}{x+2} \right) = 4 - \frac{4}{+\infty} = 4 - 0 = 4$$

$$r: y = 4, \text{ então } \overline{OD} = 4$$

$$A[CDOB] = \frac{2+1}{2} \times 4 = \frac{3}{2} \times 4 = 6$$

$$A[ABO] = \frac{\overline{BO} \times \overline{OA}}{2}$$

$$\overline{BO} = 1$$

$$\overline{OA}: f(0) = 4 - \frac{4}{0+2} = 4 - \frac{4}{2} = 2$$

$$A[ABO] = \frac{1 \times 2}{2} = 1$$

$$A[ABCO] = A[CDOB] - A[ABO] = 6 - 1 = 5$$

13. $f(x) = a + \frac{b}{x-c}$

$y=3$ e $x=2$ são assíntotas ao gráfico de f

Assim, $f(x) = 3 + \frac{b}{x-2}$

Como $O(0,0)$ pertence ao gráfico de f

então $f(0) = 0 \Leftrightarrow 3 + \frac{b}{0-2} = 0 \Leftrightarrow 3 - \frac{b}{2} = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow -\frac{b}{2} = -3 \Leftrightarrow b = 6$$

Portanto $f(x) = 3 + \frac{6}{x-2}$

$$a = 3; \quad b = 6 \quad \text{e} \quad c = 2$$

14.

Seja x o comprimento de um dos lados do retângulo e y o comprimento de outro lado do retângulo.

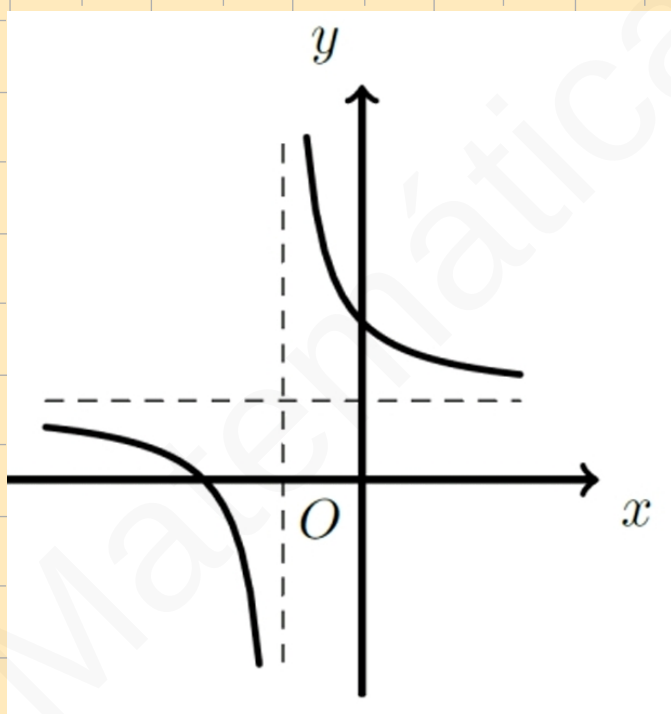
$$x \cdot y = 5 \Rightarrow y = \frac{5}{x}$$

Assim o perímetro é:

$$x + \frac{5}{x} + x + \frac{5}{x} = 2x + \frac{10}{x}$$

OPÇÃO: D

15.



$$f(x) = a + \frac{1}{x-b}$$

Por observação do gráfico

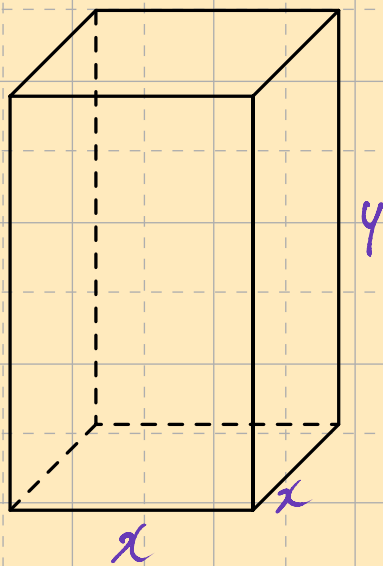
$$y = a \text{ com } a > 0$$

$$x = b \text{ com } b < 0$$

$$x = -b \text{ com } b < 0$$

OPÇÃO: A

16.



$$x \cdot x \cdot y = 64$$

$$x^2 \cdot y = 64$$

$$y = \frac{64}{x^2}$$

(A) $x^2 \cdot y = 4^2 \times 4 = 64$

OPÇÃO: A

17.1 $f(x) \leq -1 \Leftrightarrow 2 + \frac{1}{1-x} \leq -1 \Leftrightarrow 3 + \frac{1}{1-x} \leq 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{3-3x+1}{1-x} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-3x+4}{1-x} \leq 0$$

Quadro de sinais:

x	$-\infty$	1		$\frac{4}{3}$	$+\infty$
$-x+4$	+	+	+	0	-
$1-x$	+	0	-	-	-
	+	m.d.	-	0	+

$$x \in]1, \frac{4}{3}]$$

r.A.

$$-3x+4=0$$

$$-3x=-4$$

$$x=\frac{4}{3}$$

17.2

$$f(x) = 2 + \frac{1}{1-x} = 2 - \frac{1}{x-1}$$

Assim $y=2$ e $x=1$ são as assíntotas no gráfico de f .

18.

$$f(x) = \frac{x-2}{x-3}$$

Degrau do numerador

	1	-2
3		3
	1	1

Assim $\frac{x-2}{x-3} = 1 + \frac{1}{x-3}$

$y=1$ e $x=3$ são as assíntotas

OPÇÃO: C

19.

Em dois dentes de vinho habido existem

$2 \times 5 = 10$ gramas de álcool

70% do peso de uma pessoa com x Kg

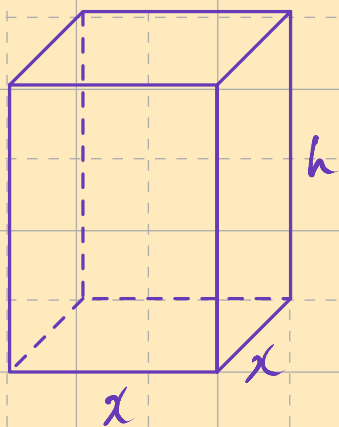
é $0,7x$

Portanto o quociente entre o peso do álcool

ingerido e 70% do peso dessa pessoa é $\frac{10}{0,7x}$

OPÇÃO: B

20.



$$\text{Área da base} = x^2$$

$$V = x^2 \cdot h$$

$$V = 2 \Leftrightarrow x^2 \cdot h = 2 \Leftrightarrow h = \frac{2}{x^2}$$

Assim como o prisma tem 2 bases quadradas
 $= 2x^2$

e 4 faces laterais retangulares $= 4 \times \frac{2}{x^2} \times x =$
 $= \frac{8}{x}$

Portanto $2x^2 + \frac{8}{x} = \frac{2x^3 + 8}{x}$ c. q. m.

21.

$$A(d) = 5 \Leftrightarrow \frac{5}{5-d} = 5 \Leftrightarrow \frac{5}{5-d} - 5 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{5 - 25 + 5d}{5-d} = 0 \Leftrightarrow 5d - 20 = 0 \wedge 5-d \neq 0$$

$$\Leftrightarrow 5d = 20 \wedge d \neq 5 \Leftrightarrow d = 4 \wedge d \neq 5$$

OPÇÃO: B

