



1. De uma função f , de domínio $\mathbb{R}$, com derivada finita em todos os pontos do seu domínio, sabe-se que
- $$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{f(x) - f(2)} = 4$$
- Qual é o valor de $f'(2)$?
- (A) $-\frac{1}{2}$ (B) $-\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{4}$

Exame 2017, 2.ª fase

2. Seja $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ uma função tal que $f'(x) < 0$, para qualquer número real positivo x
- Considere, num referencial o.n. xOy ,
- um ponto P , de abcissa a , pertencente ao gráfico de f
 - a reta r , tangente ao gráfico de f no ponto P
 - o ponto Q , ponto de intersecção da reta r com o eixo Ox

Sabe-se que $\overline{OP} = \overline{PQ}$

Determine o valor de $f'(a) + \frac{f(a)}{a}$

Exame 2017, 2.ª fase

3. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}$
- Sabe-se que $f'(2) = 6$ (f' designa a derivada de f)

Qual é o valor de $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x^2 - 2x}$?

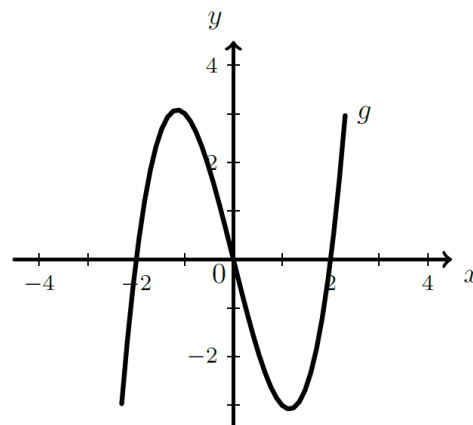
- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

Exame 2015, época especial

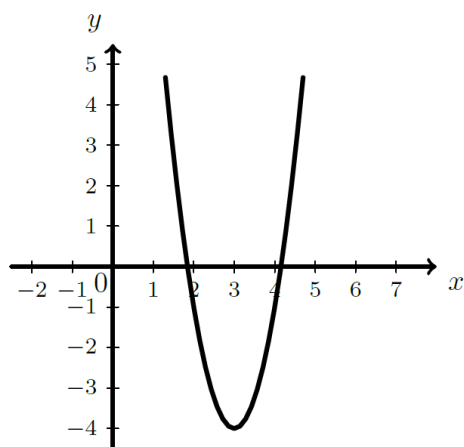
4. Na figura ao lado, está representada, num referencial ortogonal xOy , parte do gráfico de uma função polinomial g , de grau 3

Seja f uma função, de domínio $\mathbb{R}$, que verifica a condição $f(x) = g(x - 3)$

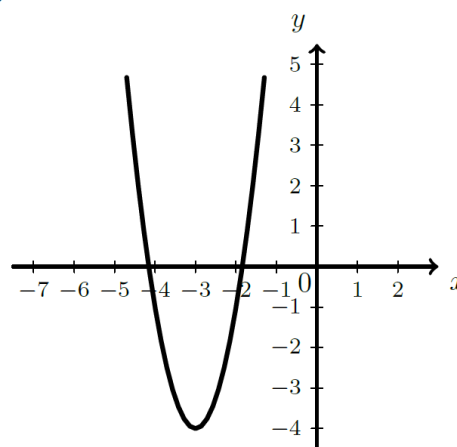
Em qual das opções seguintes pode estar representada parte do gráfico da função f' , primeira derivada da função f ?



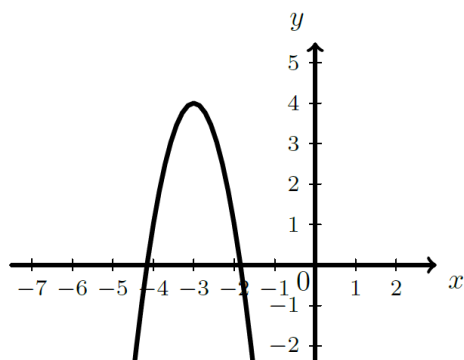
(A)



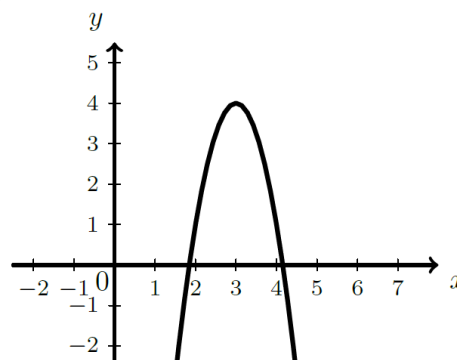
(B)



(C)



(D)

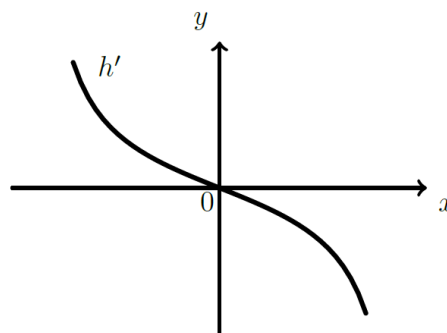


- reproduzir, num referencial, o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiver necessidade de visualizar, devidamente identificado(s);
- assinalar os pontos relevantes para responder à questão colocada.

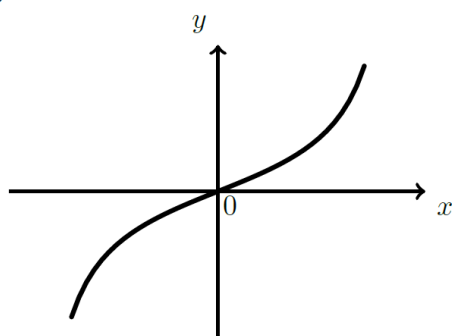
Exame 2013, 2.ª fase

5. Na figura ao lado, está representada, num referencial o. n. xOy , parte do gráfico de uma função h' , primeira derivada de h

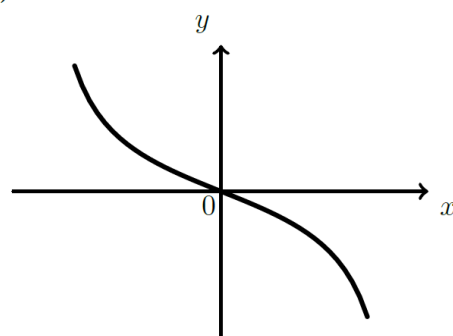
Em qual das opções seguintes pode estar representada parte do gráfico da função h ?



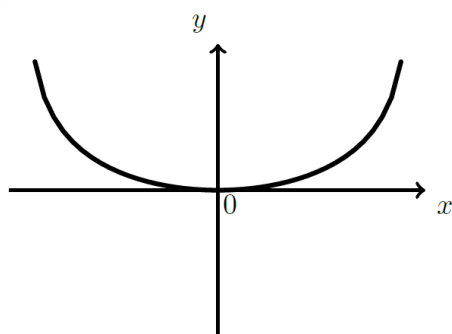
(A)



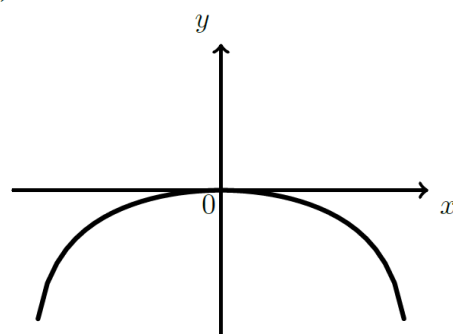
(B)



(C)



(D)



Exame 2011, prova especial

6. Sejam f e g duas funções deriváveis em $\mathbb{R}$
Sabe-se que:

- $f(1) = f'(1) = 1$
- $g(x) = (2x - 1) \times f(x)$, para todo o valor real de x

Qual é a equação reduzida da reta tangente ao gráfico de g no ponto de abcissa 1?

(A) $y = 3x - 2$

(B) $y = 3x + 4$

(C) $y = 2x - 1$

(D) $y = -3x + 2$

Exame 2011, prova especial

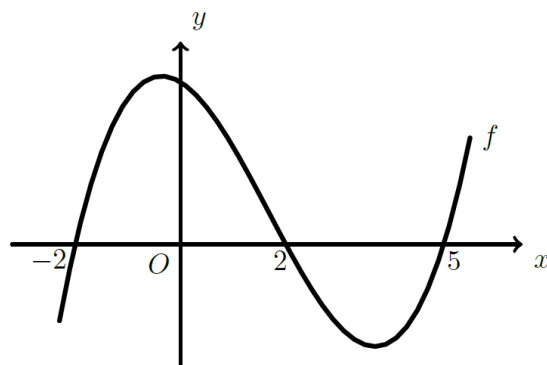
7. Na figura ao lado, está representada, num referencial ortogonal xOy , parte do gráfico de uma função polinomial f , de grau 3, de domínio $\mathbb{R}$

Sabe-se que:

- -2, 2 e 5 são zeros de f
- f' representa a função derivada de f

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (A) $f'(0) \times f'(6) = 0$ (B) $f'(-3) \times f'(6) < 0$
(C) $f'(-3) \times f'(0) > 0$ (D) $f'(0) \times f'(6) < 0$



Exame 2011, 1.ª fase

8. Seja f uma função real de variável real.
Sabe-se que:

- $f'(2) = 9$
- a reta tangente ao gráfico de f , no ponto de abcissa 2, intersecta o eixo Oy no ponto de ordenada -15

Qual é o valor de $f(2)$?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

Teste Intermédio 11.º Ano – maio 2011

9. Considere a função f , de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 11$

Estude, utilizando métodos exclusivamente analíticos, a função f quanto à monotonia e quanto aos extremos relativos.

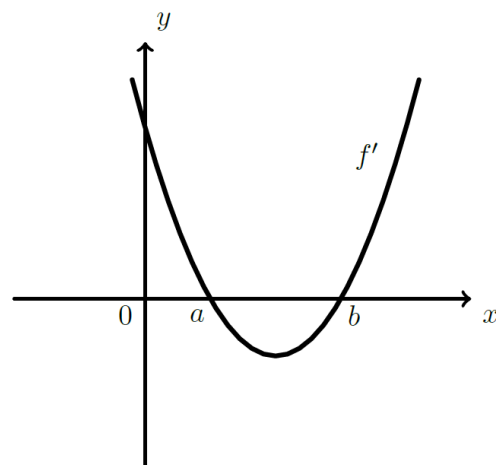
Na sua resposta deve apresentar:

- o(s) intervalo(s) em que a função é crescente;
- o(s) intervalo(s) em que a função é decrescente;
- os extremos relativos, caso existam.

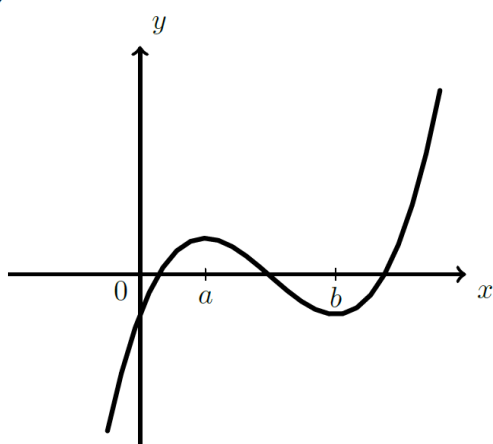
Teste Intermédio 11.º Ano – maio 2011

10. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n. xOy , parte do gráfico da função derivada, f' , de uma função f

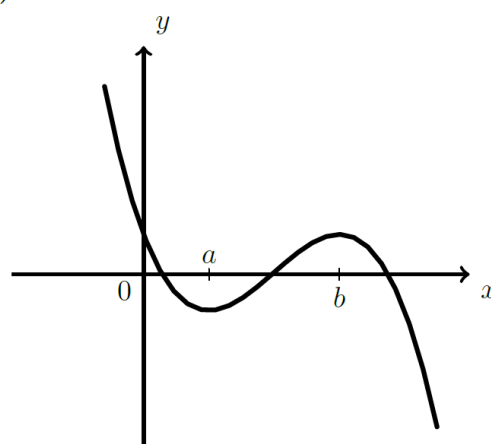
Em qual das figuras seguintes pode estar representada parte do gráfico da função f ?



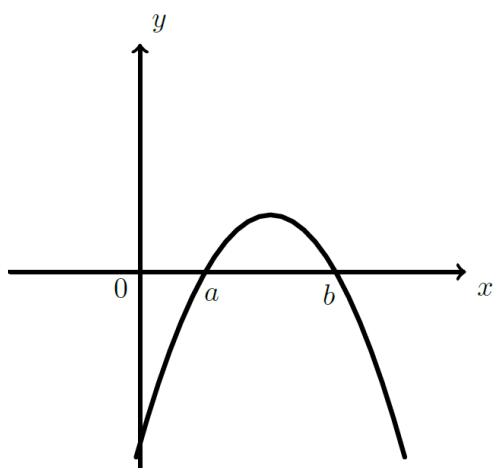
(A)



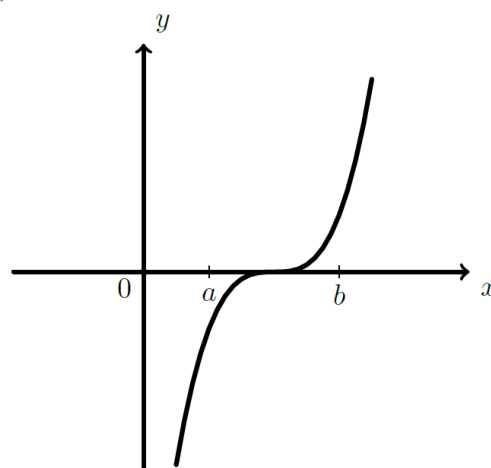
(B)



(C)



(D)



Exame 2015, época especial

11. Considere:

- a função f , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, definida por $f(x) = 3 + \frac{6}{x}$
- a função g , de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x - 3$

Resolva os dois itens seguintes **usando exclusivamente métodos analíticos**.

Nota: a calculadora pode ser utilizada em cálculos numéricos.

11.1. Seja P o ponto do gráfico da função f que tem abcissa igual a 2

Seja r a reta tangente ao gráfico da função f no ponto P

Determine a equação reduzida da reta r

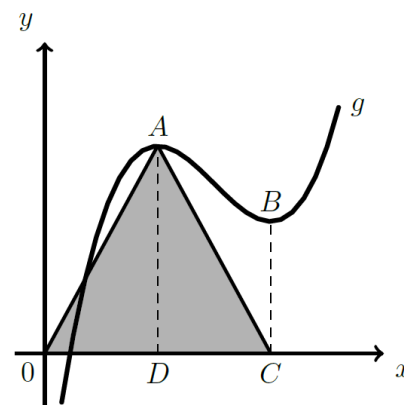
11.2. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n. xOy , parte do gráfico da função g

Os pontos A e B pertencem ao gráfico da função g , sendo as suas ordenadas, respetivamente, o máximo relativo e o mínimo relativo desta função.

Os pontos C e D pertencem ao eixo Ox .

A abcissa do ponto C é igual à do ponto B e a abcissa do ponto D é igual à do ponto A

Determine a área do triângulo $[OAC]$

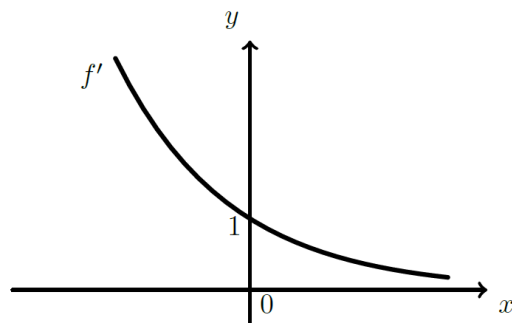


Teste Intermédio 11.º Ano – maio 2010

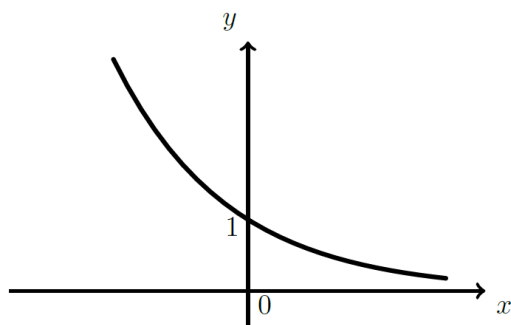
12. Na figura ao lado, está representada parte do gráfico de uma função f' , derivada de f , ambas de domínio $\mathbb{R}$, em que o eixo Ox é uma assíntota do gráfico de f'

Seja a função g , de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x) = f(x) + x$

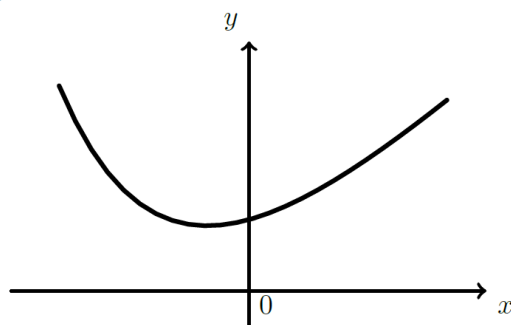
Qual das figuras seguintes pode representar parte do gráfico da função g' , derivada de g ?



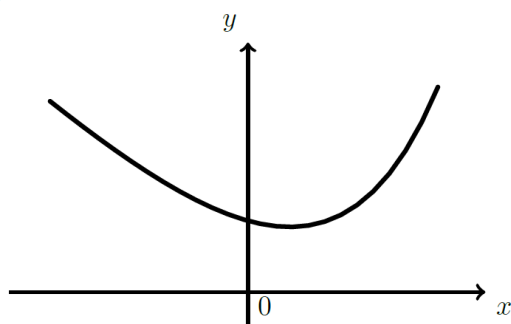
(A)



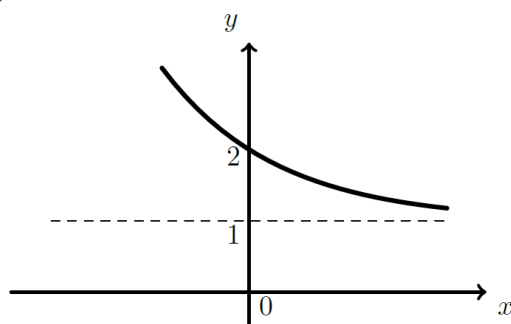
(B)



(C)



(D)



Exame 2009, 2.ª fase

13. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = x^2 + 1$
Seja g a função cujo gráfico é a reta representada na figura ao lado.

Seja $h = f + g$

Seja h' a função derivada da função h . O gráfico da função h' é uma reta. Sejam m e b , respetivamente, o declive e a ordenada na origem desta reta.

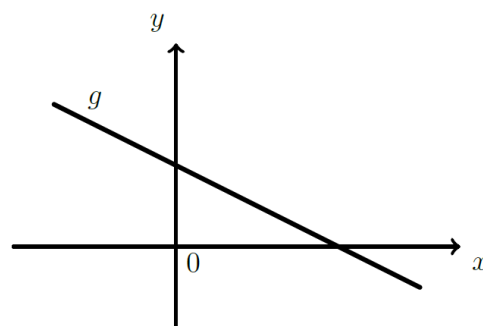
Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) $m > 0$ e $b > 0$

(B) $m > 0$ e $b < 0$

(C) $m < 0$ e $b > 0$

(D) $m < 0$ e $b < 0$



Teste Intermédio 11.º Ano – maio 2009

14. O gráfico de uma função f é uma parábola com a concavidade voltada para baixo cujo vértice é o ponto $(3,2)$. Seja f' a função derivada da função f .

Qual dos valores seguintes é negativo ?

- (A) $f'(1)$ (B) $f'(2)$ (C) $f'(3)$ (D) $f'(4)$

Teste Intermédio 11.º Ano – maio 2009

15. Na figura ao lado está representado um referencial o.n. $Oxyz$

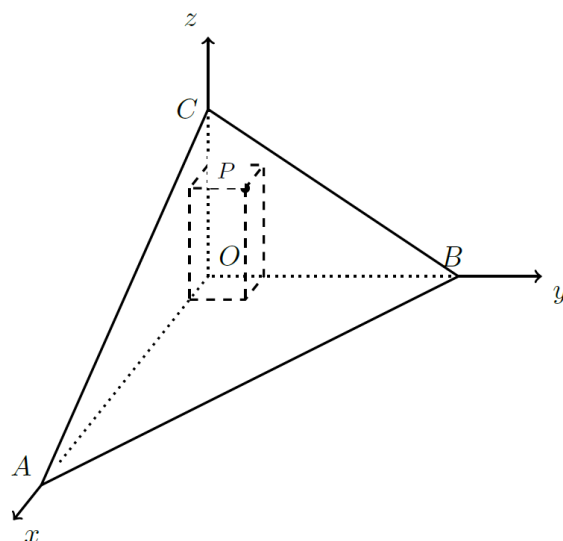
Cada um dos pontos A , B e C pertence a um eixo coordenado.

O ponto P pertence ao plano ABC .

O ponto P desloca-se no plano ABC , de tal modo que é sempre vértice de um prisma **quadrangular regular**, em que os restantes vértices pertencem aos planos coordenados.

O plano é definido pela equação $x + 2y + 3z = 9$

Considerando a como a abcissa do ponto P ($a \in]0,3[$), o volume do prisma é dado, em função de a , por $V(a) = 3a^2 - a^3$

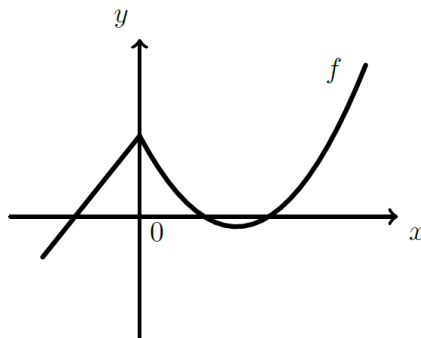


Estude a função V quanto à monotonia, **sem recorrer à calculadora**, e conclua qual é o valor de a para o qual o volume do prisma é máximo.

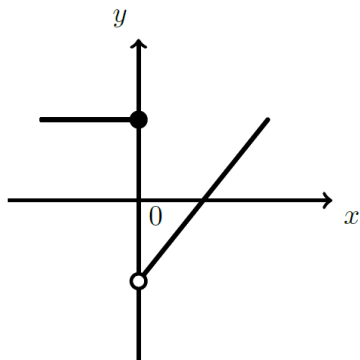
Teste Intermédio 11.º Ano – maio 2009

16. A figura ao lado representa parte do gráfico de uma função f de domínio $\mathbb{R}$.

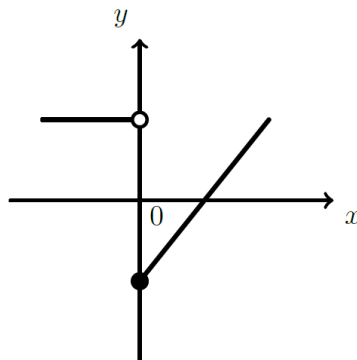
Em qual das figuras seguintes pode estar parte da representação gráfica de f' , derivada de f ?



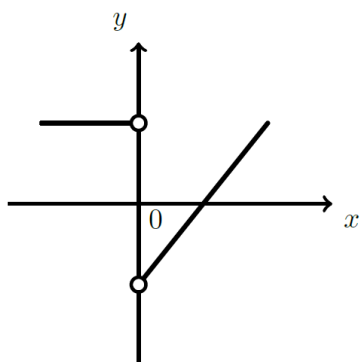
(A)



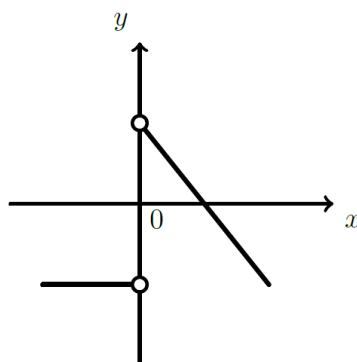
(B)



(C)



(D)



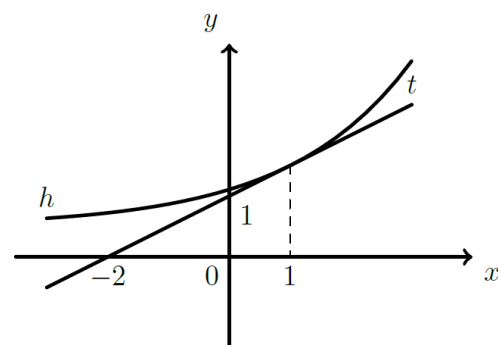
Exame 2008, 1.ª fase

17. Na figura ao lado estão representadas, em referencial o.n. xOy :

- parte do gráfico de uma função h
- uma reta t , tangente ao gráfico de h no ponto de abscissa 1

Tal como a figura sugere, a reta t intersecta o eixo Ox no ponto de abscissa -2 e o eixo Oy no ponto de ordenada 1

Indique o valor de $h'(1)$, derivada da função h no ponto 1



- (A) -2 (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 2

Teste Intermédio 11.º Ano – maio 2008

18. Na figura seguinte está representada, em referencial o.n. $Oxyz$, uma pirâmide quadrangular.

Admita que o vértice E se desloca no semieixo positivo Oz , entre a origem e o ponto de cota 6, nunca coincidindo com qualquer um destes dois pontos.

Com o movimento do vértice E , os outros quatro vértices da pirâmide deslocam-se no plano xOy , de tal forma que:

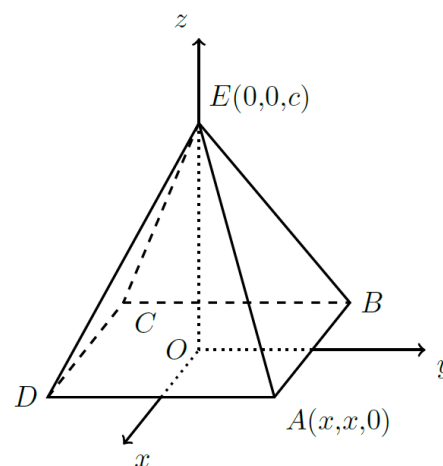
- a pirâmide permanece sempre regular
- o vértice A tem sempre abcissa igual à ordenada
- sendo x a abcissa de A e sendo c a cota de E , tem-se sempre

$$x + c = 6$$

O volume da pirâmide, em função de x , ($x \in]0,6[$) é:

$$V(x) = 8x^2 - \frac{4}{3}x^3$$

Utilizando a função derivada de V e recorrendo a métodos exclusivamente analíticos, estude a função V quanto à monotonia, conclua qual é o valor de x para o qual é máximo o volume da pirâmide e determine esse volume máximo.



Teste Intermédio 11.º Ano – maio 2008

19. Considere a função f , de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = 1 - x^2$

Seja t a reta tangente ao gráfico f de no ponto de abcissa $\frac{1}{2}$

Qual é a inclinação da reta t ?

- (A) 30° (B) 45° (C) 135° (D) 150°

Teste Intermédio 11.º Ano – maio 2007

20. Durante os ensaios de um motor, a velocidade de rotação do seu eixo variou, ao longo dos primeiros oito minutos da experiência, de acordo com a função

$$v(t) = t^3 - 15t^2 + 63t$$

onde t designa o tempo (medido em minutos), contado a partir do início da experiência, e $v(t)$ designa a velocidade de rotação do eixo do motor (medida em **centenas** de rotações por minuto).

Sem recorrer à calculadora, a não ser para efetuar eventuais cálculos numéricos, determine qual foi a velocidade máxima atingida, nos primeiros oito minutos da experiência. Apresente o resultado em centenas de rotações por minuto.

Teste Intermédio 11.º Ano – maio 2007

21. De uma função f , de domínio $\mathbb{R}$, sabe-se que:

- f tem derivada finita em todos os pontos de $\mathbb{R}$
- $f(0) = -1$
- f é estritamente crescente em $\mathbb{R}^-$ e é estritamente decrescente em $\mathbb{R}^+$

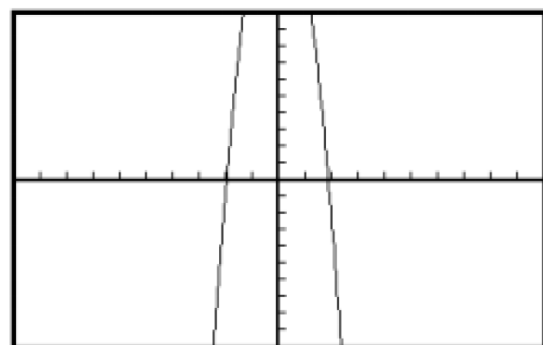
Seja g a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x) = [f(x)]^2$.
Prove que 1 é o mínimo da função g .

Exame 2005, época especial

22. De uma certa função h , **contínua** em $\mathbb{R}$, obteve-se com a calculadora, na janela de visualização *standard* $[-10,10] \times [-10,10]$, o gráfico apresentado na figura ao lado.

A função h é crescente em $[-3,0]$ e é decrescente em $[0,3]$.
Qual das afirmações seguintes **pode** ser verdadeira?

- (A) $\lim_{x \rightarrow 0} h(x) = +\infty$ (B) A função h é ímpar
- (C) $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 10$ (D) $\forall x \in \mathbb{R}, h'(x) > 0$



Exame 2004, época especial

23. Seja f a função definida, em $\mathbb{R}$, por $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x} & \text{se } x < 0 \\ \frac{3x + 2}{2x + 2} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$

Sem recorrer à calculadora, estude a função f quanto à monotonia em $\mathbb{R}^+$.

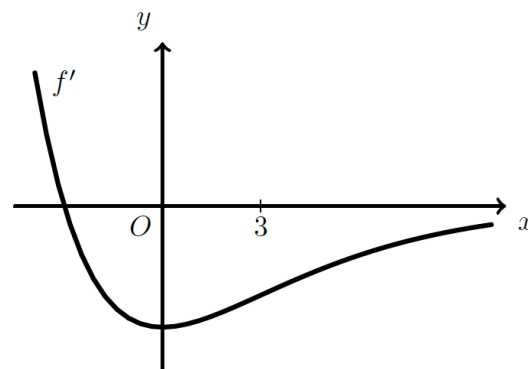
Exame 2004, época especial

24. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}$, com derivada finita em todos os pontos do seu domínio.

Na figura ao lado encontra-se parte do gráfico de f' ,
função derivada de f .
Sabe-se ainda que $f(0) = 2$

Qual pode ser o valor de $f(3)$?

- (A) 1 (B) 2 (C) 5 (D) 7



Exame 2004, 2.ª fase

25. Seja g uma função, de domínio $\mathbb{R}$, cuja expressão analítica é um polinómio do quarto grau, que tem uma raiz dupla x_0 . Prove que o eixo Ox é tangente ao gráfico de g no ponto de abcissa x_0 .

Sugestão: tenha em conta que, se x_0 é uma raiz dupla do polinómio que define a função g , então tem-se $g(x) = (x - x_0)^2(ax^2 + bx + c)$

Exame 2003, prova militares

- 26.** Prove que, para qualquer função quadrática, existe um e um só ponto do gráfico onde a reta tangente é paralela à bissetriz dos quadrantes ímpares.

Exame 2002, 2.ª fase

27. Uma nova empresa de refrigerantes pretende lançar embalagens de sumo de fruta, com capacidade de **dois litros**. Por questões de *marketing*, as embalagens deverão ter a forma de um **prisma quadrangular regular**.

A área total da embalagem é dada por

$$A(x) = \frac{2x^3 + 8}{x}$$

(x é o comprimento da aresta da base, em dm)

Utilizando métodos exclusivamente analíticos, mostre que existe um valor de x para o qual a área total da embalagem é mínima e determine-o.



Exame 2002. 2.ª fase

- 28.** Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}$, com derivada finita em todos os pontos do domínio, e **crescente**.
Sejam a e b dois quaisquer números reais. Considere as retas r e s , tangentes ao gráfico de f nos pontos de abscissas a e b , respectivamente.
Prove que as retas r e s não podem ser perpendiculares.

Exame 2002, 2.ª fase

- 29.** Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}$.
Sabe-se que a sua **derivada**, f' , é tal que $f'(x) = x - 2, \forall x \in \mathbb{R}$
Relativamente à **função**, f qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (A) f é crescente em $\mathbb{R}$
- (B) f é decrescente em $\mathbb{R}$
- (C) f tem um mínimo para $x = 2$
- (D) f tem um máximo para $x = 2$

Exame 2001, época especial

30. Seja f uma função tal que a sua derivada, no ponto 3, é 4.

Indique o valor de $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x^2 - 9}$

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) 4 (D) 0

Exame 2001, 2.ª fase

31. A reta de equação $y = x$ é tangente ao gráfico de uma certa função f , no ponto de abcissa 0.

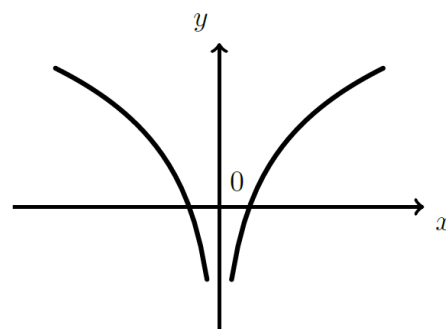
Qual das seguintes expressões pode definir a função f ?

- (A) $x^2 + x$ (B) $x^2 + 2x$ (C) $x^2 + 2x + 1$ (D) $x^2 + x + 1$

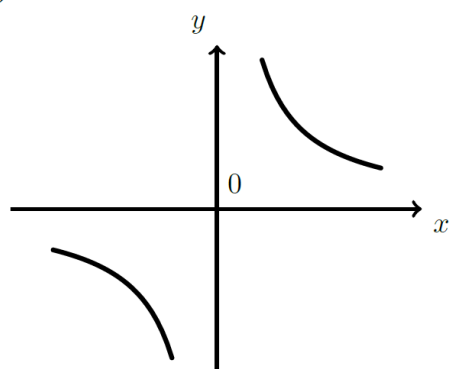
Exame 2001, 1.ª fase - 1.ª fase

32. Na figura ao lado está parte da representação gráfica de uma função g , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

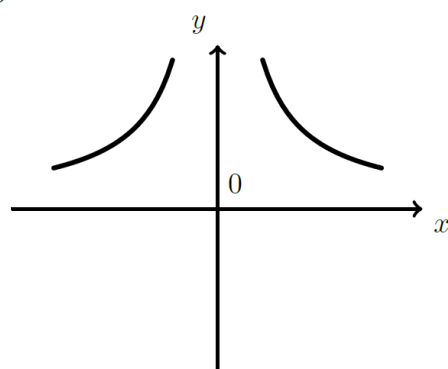
Qual das figuras seguintes poderá ser parte da representação gráfica da função g' , **derivada** de g ?



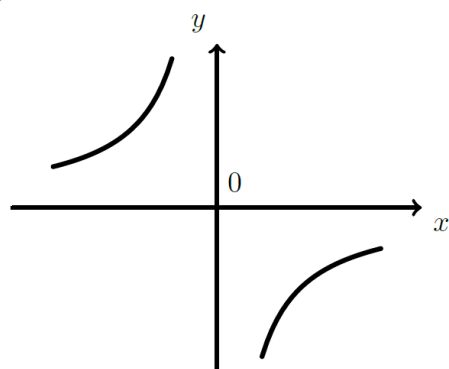
(A)



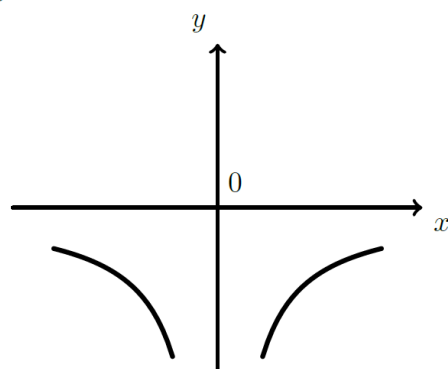
(B)



(C)



(D)



Exame 2002, 1.ª fase – 1.ª chamada

33. Considere uma função h de domínio $\mathbb{R}^+$.
A reta de equação $y = -2$ é assíntota do gráfico de h .
Seja h' a função derivada de h .
Indique qual dos seguintes pode ser o valor de $\lim_{x \rightarrow +\infty} h'(x)$

(A) 0 (B) -2 (C) $+\infty$ (D) $-\infty$

Exame 1999, prova militares

34. Na figura ao lado estão representadas:

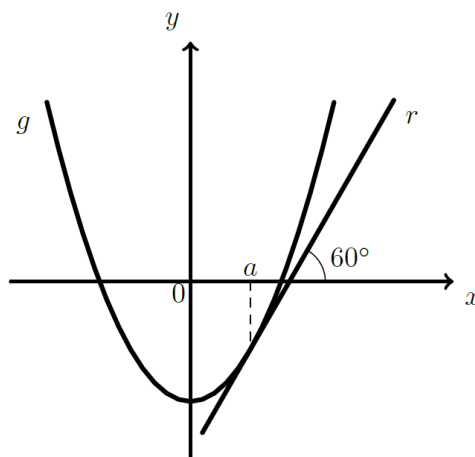
- parte do gráfico da função g , de domínio $\mathbb{R}$ definida por

$$g(x) = \sqrt{3}x^2 - 1$$

- uma reta r , tangente ao gráfico de g , no ponto de abcissa a .
A inclinação da reta r é 60° .

Indique o valor de a

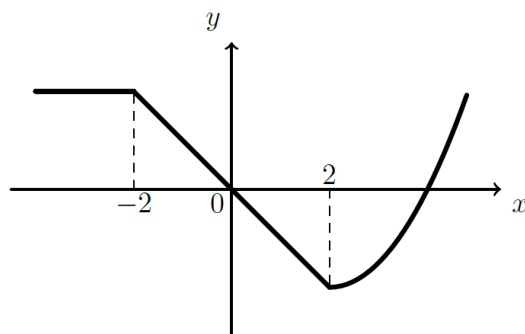
- (A) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$



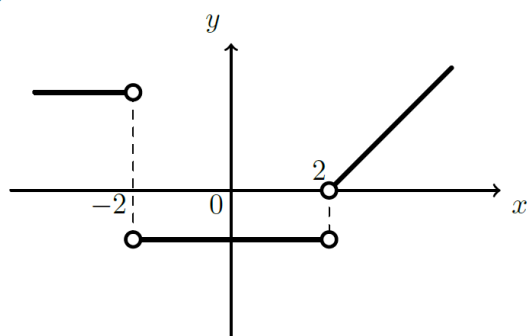
Exame 1999, 1.ª fase – 1.ª chamada

35. Na figura ao lado está a representação gráfica de uma função h , de domínio $\mathbb{R}$.

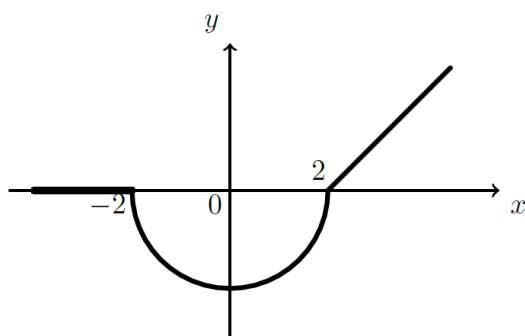
Em qual das opções seguintes pode estar a representação gráfica da função h' , função derivada de h ?



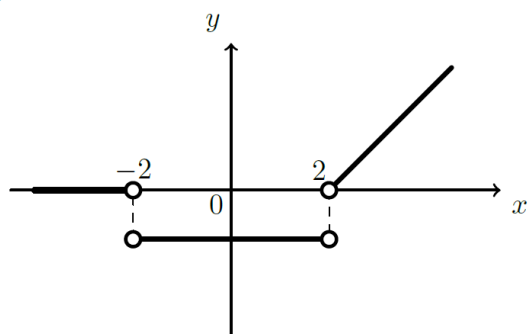
(A)



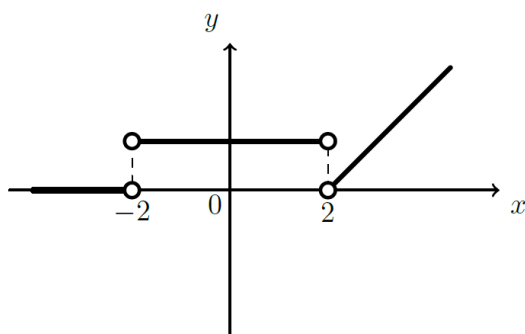
(B)



(C)



(D)



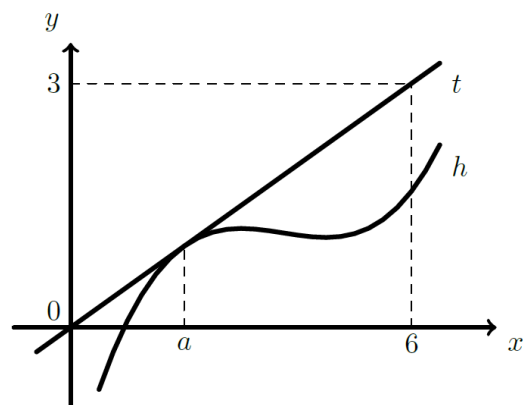
Exame 1998, prova modelo

36. Na figura ao lado está a representação gráfica de uma função h , de domínio $\mathbb{R}$, e de uma reta t , tangente ao gráfico de h no ponto de abscissa a .

A reta t passa pela origem do referencial e pelo ponto de coordenadas $(6,3)$.

Qual é o valor de $h'(a)$?

- (A) $-\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$



Exame 1997, 1.ª fase – 1.ª chamada

Soluções

- | | | |
|--|--|---------------------------------|
| 1. C | 2. 0 | 3. A |
| 4. A | 5. D | 6. A |
| 7. D | 8. C | 9. A |
| 10. A | 11.1 $y = -\frac{3}{2}x + 9$ | 11.2 $A_{[OAC]} = \frac{22}{3}$ |
| 12. D | 13. B | 14. D |
| 15. O volume do prisma é máximo para $a = 2$ | 16. C | 17. C |
| 18. $\frac{128}{3}$ | 19. C | 20. 81 |
| 22. C | 23. f é estritamente crescente em $\mathbb{R}^+$ | 24. A |
| 29. C | 30. A | 31. A |
| 32. A | 33. A | 34. D |
| 35. C | 36. D | |