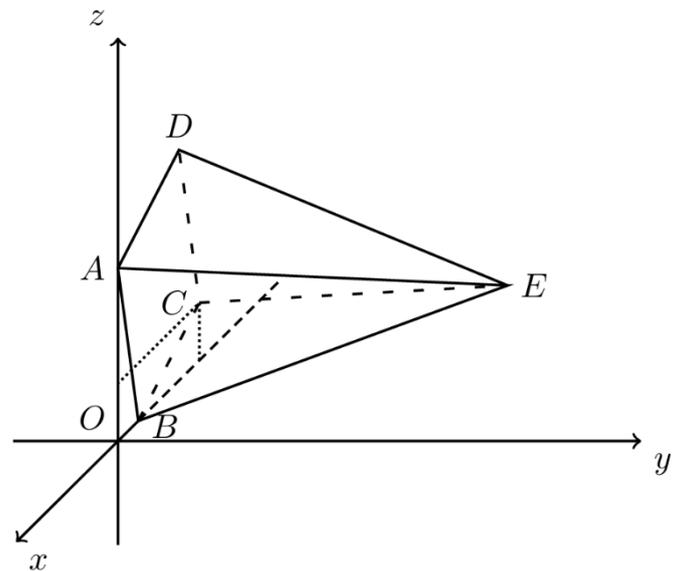




1. Na figura, está representada num referencial o.n. $Oxyz$, a pirâmide regular de base quadrada $[ABCD]$ e vértice E .

Sabe-se que:

- a base da pirâmide está contida no plano Oxz ;
- o vértice A pertence ao semieixo positivo Oz e o vértice B pertence ao semieixo negativo Ox ;
- o vértice E tem coordenadas $(-2, 6, 2)$;
- o vetor \overline{BE} tem coordenadas $(-1, 6, 2)$;
- o volume da pirâmide é 20.



Determine, sem recorrer à calculadora, as coordenadas do vetor \overline{AB}

Exame 2021, época especial

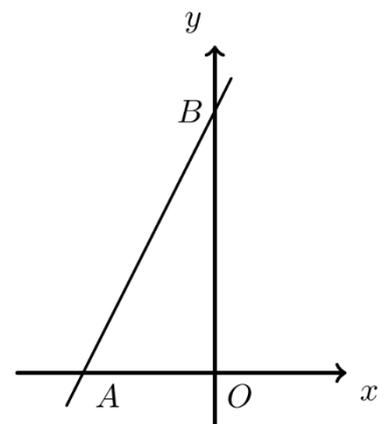
2. Na figura, está representado num referencial o.n. Oxy , a reta AB .

Sabe-se que:

- o ponto A pertence ao semieixo negativo Ox e o ponto B pertence ao semieixo positivo Oy ;
- a reta AB tem equação $y = 2x + 4$.

Seja M o ponto médio da reta $[AB]$.

Quais são as coordenadas do ponto M ?



- (A) $(-\frac{1}{2}, 2)$ (B) $(-1, 2)$ (C) $(-\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$ (D) $(-2, 4)$

Exame 2019, 2.ª fase

3. Considere num referencial o.n. $Oxyz$, a superfície esférica de equação $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ e o ponto P de coordenadas $(1, 1, 1)$, pertencente a essa superfície esférica.

Seja $\vec{u} = -2\overline{OP}$ e seja $Q = P + \vec{u}$

Determine as coordenadas do ponto Q e refira, no contexto do problema, o significado de $[PQ]$.

Exame 2018, época especial

4. Para um certo número real a , diferente de zero, são paralelas as retas r e s , definidas, num referencial o.n. Oxy , pelas condições $r: ax + 2y + 1 = 0$ e $s: (x, y) = (1, 1) + k(a, 2a)$, $k \in \mathbb{R}$.

Qual é o valor de a ?

- (A) -4 (B) 2 (C) -2 (D) 4

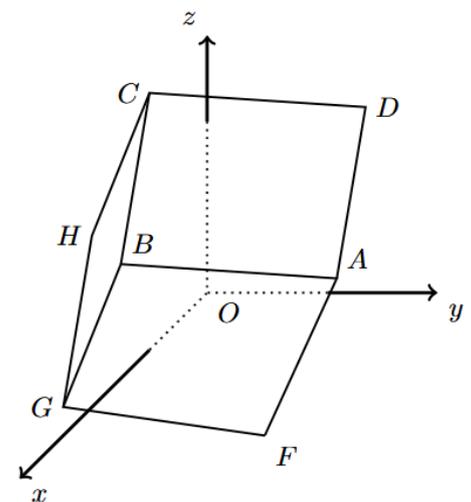
Exame 2018, época especial

5. Na figura está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o cubo $[ABCDEFGH]$ (o ponto E não está representado na figura).

Sabe-se que:

- o ponto F tem coordenadas $(1, 3, -4)$;
- o vetor \overline{FA} tem coordenadas $(2, 3, 6)$.

Escreva uma equação cartesiana que defina a superfície esférica de centro no ponto F à qual pertence o ponto G .



Teste Intermédio 11.º ano, março 2013

6. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, a reta t definida por

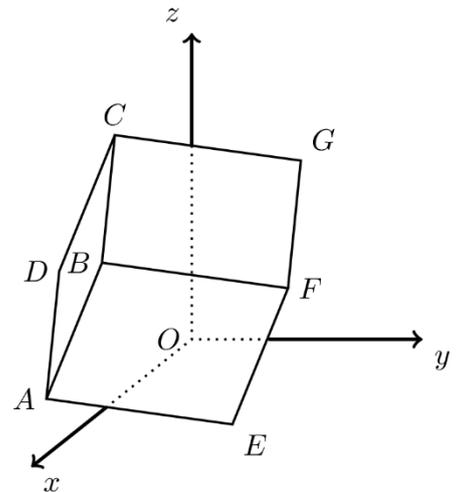
$$(x, y, z) = (-1, 2, 3) + k(0, 1, 0), k \in \mathbb{R}$$

Qual das condições seguintes também define a reta t ?

- (A) $x = -1 \wedge y = 2$ (B) $y = 2 \wedge z = 3$ (C) $x = -1 \wedge z = 3$ (D) $x = 0 \wedge y = 0$

Teste Intermédio 10.º ano, março 2012

10. Na figura, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o cubo $[ABCDEFGH]$ (o ponto H não está representado na figura).



10.1. Preencha cada um dos espaços seguintes utilizando a designação de um ponto ou de um vetor, de modo a obter afirmações verdadeiras.

..... + $\overrightarrow{FG} = \overrightarrow{AC}$

$F + \overrightarrow{CD} = \dots\dots\dots$

$D + 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CE} = \dots\dots\dots$

10.2. Admita agora que:

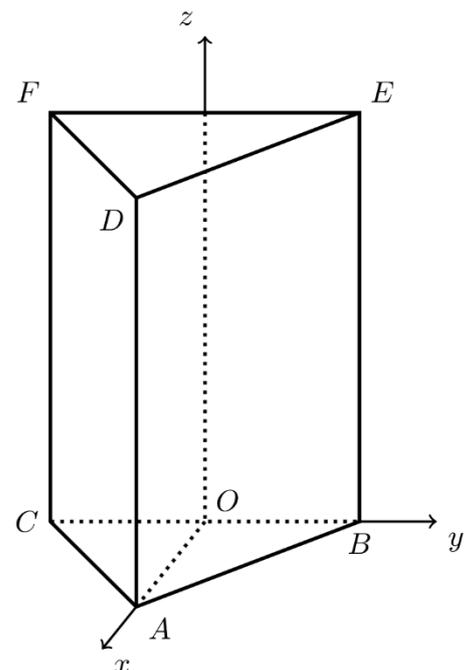
- o ponto A tem coordenadas $(11, -1, 2)$;
- o ponto B tem coordenadas $(13, 2, 8)$;
- o ponto E tem coordenadas $(8, 5, 0)$.

10.2.1. Determine a área da secção produzida no cubo pelo plano ABG .

10.2.2. Defina, por uma condição, a reta que contém o ponto F e é paralela ao eixo Oz .

Teste Intermédio 10.º ano, janeiro 2010

11. Na figura, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o prisma triangular **não regular** $[ABCDEF]$.



Sabe-se que:

- as bases são triângulos isósceles ($\overline{AB} = \overline{AC}$ e $\overline{DE} = \overline{DF}$);
- a base $[ABC]$ está contida no plano Oxy ;
- as arestas laterais do prisma são perpendiculares às bases;
- o ponto A tem coordenadas $(4, 0, 0)$;
- o ponto E tem coordenadas $(0, 3, 8)$;
- o ponto F é simétrico do ponto E relativamente ao plano Oxz .

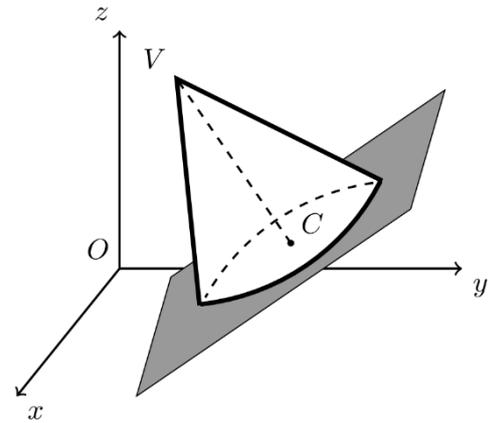
Determine uma equação vetorial da reta DF

Teste Intermédio 10.º ano, maio 2009

12. Na figura, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um cone de revolução.

Sabe-se que:

- o vértice V tem coordenadas $(1, 2, 6)$;
- o ponto C é o centro da base do cone.



Seja W o ponto simétrico do ponto V , em relação ao plano Oxy .

Indique as coordenadas do ponto W e escreva uma condição que defina o segmento de reta $[VW]$.

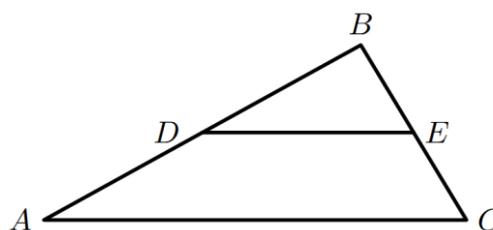
Teste Intermédio 11.º ano, janeiro 2009

13. Qual das condições seguintes define, num referencial o.n. $Oxyz$, uma reta paralela ao eixo Oz ?

- (A) $(x, y, z) = (7, 0, 0) + k(1, 1, 0)$, $k \in \mathbb{R}$
 (B) $(x, y, z) = (1, 1, 0) + k(0, 0, 7)$, $k \in \mathbb{R}$
 (C) $(x, y, z) = (1, 1, 0) + k(7, 0, 0)$, $k \in \mathbb{R}$
 (D) $(x, y, z) = (0, 0, 7) + k(1, 1, 0)$, $k \in \mathbb{R}$

Teste Intermédio 10.º ano, janeiro 2009

14. Na figura está representado um triângulo $[ABC]$. Os pontos D e E são pontos médios dos lados $[AB]$ e $[BC]$ respetivamente.



Utilizando o cálculo vetorial, prove que as retas AC e DE são paralelas.

Sugestão:

Percorra as seguintes etapas:

- exprima o vetor \overrightarrow{AC} à custa dos vetores \overrightarrow{AB} e \overrightarrow{BC} ;
- relacione o vetor \overrightarrow{AB} com o vetor \overrightarrow{DB} ;
- relacione o vetor \overrightarrow{BC} com o vetor \overrightarrow{BE} ;
- mostre que $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{DE}$;
- utilize a igualdade anterior para justificar que as retas AC e DE são paralelas.

Teste Intermédio 10.º ano, janeiro 2009

15. Num referencial o.n. $Oxyz$, considere:

- a esfera E definida pela condição $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$;
- a reta r de equação vetorial $(x, y, z) = (0, 0, 2) + k(0, 1, 0)$, $k \in \mathbb{R}$

A interseção da esfera E com a reta r é

- (A) um segmento de reta de comprimento 2 (B) um segmento de reta de comprimento 4
 (C) um ponto (D) o conjunto vazio

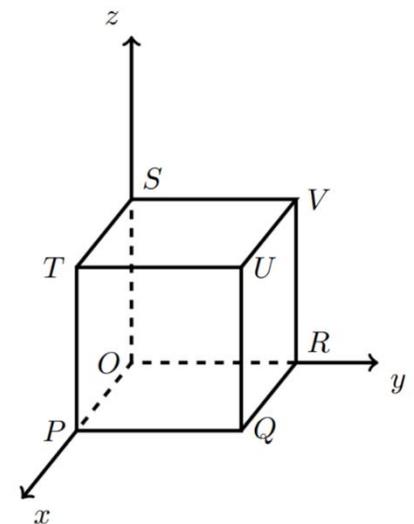
Teste Intermédio 10.º ano, maio 2008

16. Na figura está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um cubo $[OPQRSTUV]$

A aresta $[OP]$ está contida no semieixo Ox , a aresta $[OR]$ está contida no semieixo positivo Oy e a aresta $[OS]$ está contida no semieixo positivo Oz

O ponto U tem coordenadas $(2, 2, 2)$

Defina, por meio de uma condição, a aresta $[UQ]$



Teste Intermédio 10.º ano, maio 2008

17. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, a reta r definida por $(x, y, z) = (1, 2, 3) + k(0, 0, 1)$, $k \in \mathbb{R}$

Qual das condições seguintes define uma reta paralela à reta r ?

- (A) $(x, y, z) = (1, 2, 3) + k(0, 1, 0)$, $k \in \mathbb{R}$ (B) $(x, y, z) = (0, 0, 1) + k(1, 2, 3)$, $k \in \mathbb{R}$
 (C) $x = 2 \wedge y = 1$ (D) $x = 2 \wedge z = 1$

Teste Intermédio 11.º ano, maio 2008

18. Num referencial o.n. $Oxyz$, considere um ponto A pertencente ao semieixo positivo Ox e um ponto B pertencente ao semieixo positivo Oy .

Quais das seguintes podem ser as coordenadas do vetor \overline{AB} ?

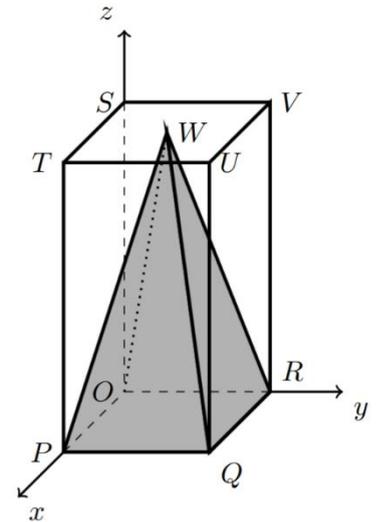
- (A) $(-2,0,1)$ (B) $(2,0,-1)$ (C) $(-2,1,0)$ (D) $(2,-1,0)$

Exame 2001, época especial

19. Na figura estão representados, num referencial o.n. $Oxyz$, um prisma e uma pirâmide quadrangulares regulares, com a mesma altura.

A base do prisma, que coincide com a base da pirâmide, está contida no plano Oxy .

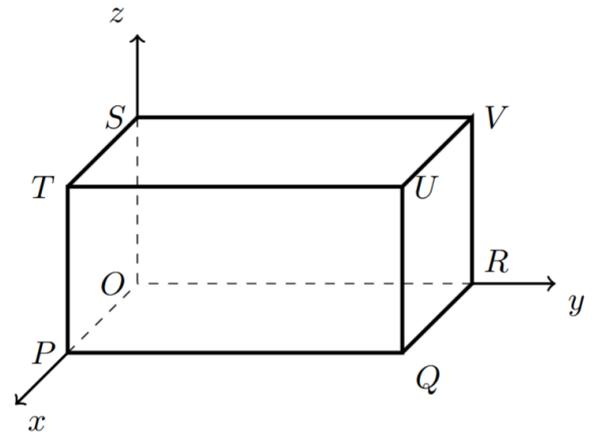
- O vértice P pertence ao eixo Ox
- O vértice R pertence ao eixo Oy
- O vértice S pertence ao eixo Oz
- O vértice U tem coordenadas $(2,2,4)$



Escreva uma condição que define a reta TU

Exame 2001, época especial

20. Na figura está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um paralelepípedo retângulo.



O vértice O é a origem do referencial.

O vértice P pertence ao eixo Ox

O vértice R pertence ao eixo Oy

O vértice S pertence ao eixo Oz

O vértice U tem coordenadas $(2,4,2)$

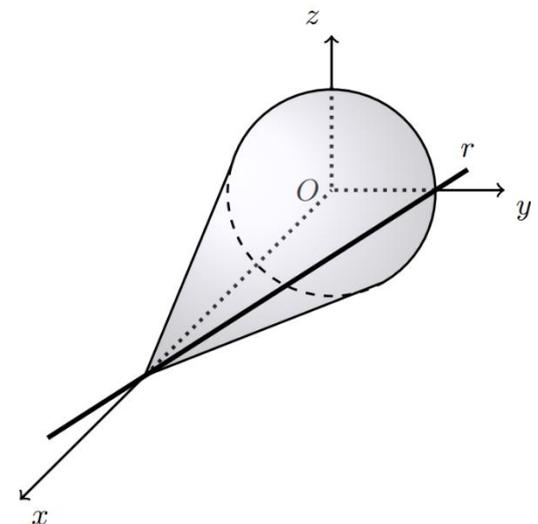
Seja r a reta de equação $(x,y,z)=(2,0,2)+k(0,0,1)$, $k \in \mathbb{R}$

Qual é o ponto de interseção da reta r com o plano OUV ?

- (A) O ponto P (B) O ponto T (C) O ponto U (D) O ponto V

Exame 2001, 2.ª fase

21. Na figura está representado num referencial o.n. $Oxyz$, um cone cuja base está contida no plano Oyz e cujo vértice pertence ao semieixo positivo Ox .



A base tem raio 3 e centro em O , origem do referencial.

A reta r , de equação $(x,y,z)=(0,3,0)+k(3,-1,0)$, $k \in \mathbb{R}$ contém a geratriz do cone.

Mostre que a altura do cone é 9.

Exame 2000, época especial

22. Num referencial o.n. $Oxyz$, qual das seguintes retas intersesta os três planos coordenados?

- (A) $(x,y,z)=(1,1,1)+k(1,0,0)$, $k \in \mathbb{R}$ (B) $(x,y,z)=(1,1,1)+k(0,2,0)$, $k \in \mathbb{R}$
 (C) $(x,y,z)=(1,1,1)+k(1,2,0)$, $k \in \mathbb{R}$ (D) $(x,y,z)=(1,1,1)+k(1,2,3)$, $k \in \mathbb{R}$

Exame 2000, 1.ª fase – 1.ª chamada

23. Considere num referencial o.n. $Oxyz$, os pontos $A(2, 3, 10)$ e $B(10, 13, 25)$.

Um tiro é disparado de A , de tal forma que o projétil passa pelo ponto B .

23.1. Pretende-se atingir um alvo situado no ponto $C(98, 123, 190)$.

Mostre que, se o projétil seguir uma trajetória retilínea, o alvo é atingido.

23.2. A trajetória retilínea só é garantida se o alvo se encontrar a menos de 300 unidades do local onde o projétil é disparado.

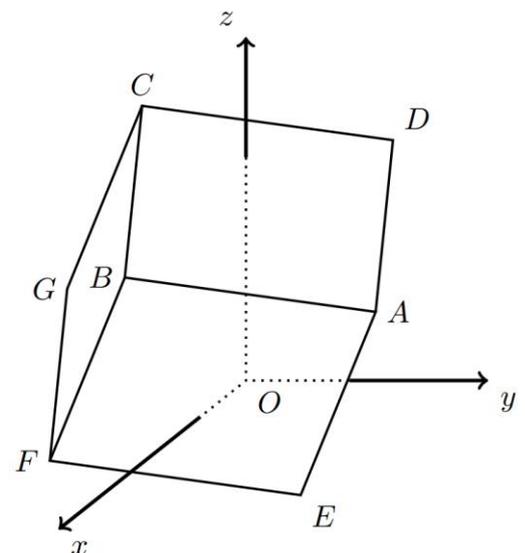
Prove que, no caso presente, a trajetória retilínea está garantida.

Exame 1999, prova militares

24. Na figura, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um cubo.

Sabe-se que:

- $[ABCD]$ é uma face do cubo;
- $[EFGH]$ é a face oposta a $[ABCD]$ (o ponto H não está representado na figura);
- $[AE]$, $[BF]$, $[CG]$ e $[DH]$ são quatro arestas do cubo;
- o ponto A tem coordenadas $(3, 5, 3)$;
- o ponto D tem coordenadas $(-3, 3, 6)$;
- o ponto E tem coordenadas $(1, 2, -3)$.



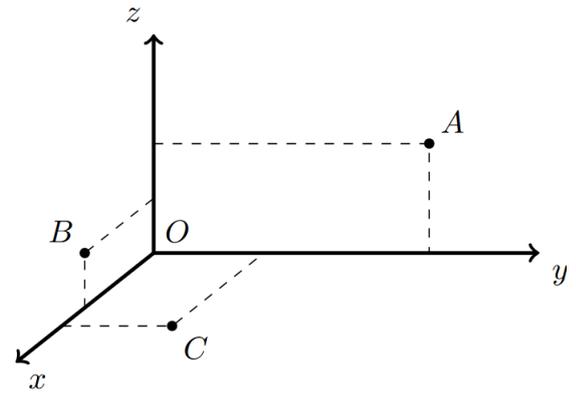
Determine as coordenadas do ponto H e comente a seguinte afirmação: o ponto H pertence a um dos eixos coordenados.

Exame 1999, época especial

25. Na figura estão representados três pontos num referencial o.n. $Oxyz$.

Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(0, 5, 2)$;
- o ponto B pertence ao plano Oxz ;
- o ponto C pertence ao plano Oxy ;
- a reta BC tem equação vetorial $(x, y, z) = (5, 4, -1) + k(1, 2, -1), k \in \mathbb{R}$.



Mostre que o ponto B tem coordenadas $(3, 0, 1)$ e que o ponto C tem coordenadas $(4, 2, 0)$.

Exame 1999, 2.ª fase

26. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, os planos α e β , definidos pelas seguintes equações:

$$\alpha: x=1 \quad \text{e} \quad \beta: y=2$$

Seja r a reta de interseção de α e β .

Indique qual das expressões seguintes é uma equação vetorial da reta r .

- (A) $(x, y, z) = (1, 2, 0) + k(0, 0, 2), k \in \mathbb{R}$ (B) $(x, y, z) = (1, 1, 0) + k(1, 2, 0), k \in \mathbb{R}$
 (C) $(x, y, z) = (1, 1, 0) + k(0, 0, 2), k \in \mathbb{R}$ (D) $(x, y, z) = (1, 2, 0) + k(1, 2, 0), k \in \mathbb{R}$

Exame 1999, 1.ª fase – 1.ª chamada

27. Considere a esfera definida pela condição $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 \leq 14$.

Sabendo que $[AB]$ é um diâmetro dessa esfera e que A tem coordenadas $(1, 1, 1)$ indique as coordenadas de B .

- (A) $(2, 4, 8)$ (B) $(3, 5, 7)$ (C) $(4, 6, 5)$ (D) $(5, 3, 6)$

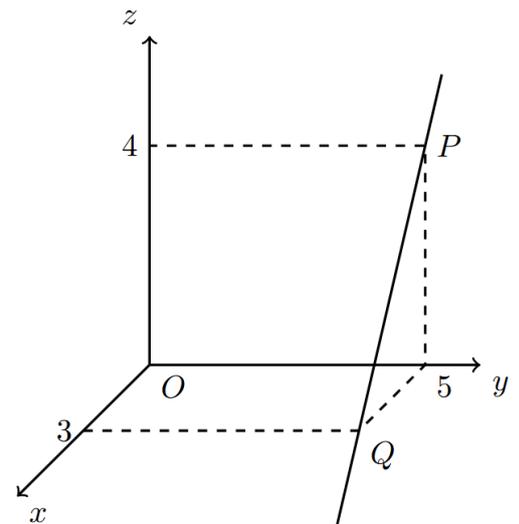
Exame 1998, 2.ª fase

28. Na figura está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, uma reta PQ .

- o ponto P pertence ao plano Oyz ;
- o ponto Q pertence ao plano Oxy .

Indique qual das condições seguintes define a reta PQ .

- (A) $3x + 5y + 4z = 0$
 (B) $(x, y, z) = (3, 0, -4) + k(3, 5, 0), k \in \mathbb{R}$
 (C) $x = 3 \wedge y = 5 \wedge z = 4$
 (D) $(x, y, z) = (3, 5, 0) + k(3, 0, -4), k \in \mathbb{R}$



Exame 1999, 1.ª fase – 2.ª chamada

29. Considere num referencial o.n. $Oxyz$:

- a esfera $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 \leq 36$
- a reta r de equação $(x, y, z) = (1, 2, 3) + k(-2, 0, 1), k \in \mathbb{R}$

A interseção da reta r com a esfera é um segmento de reta.

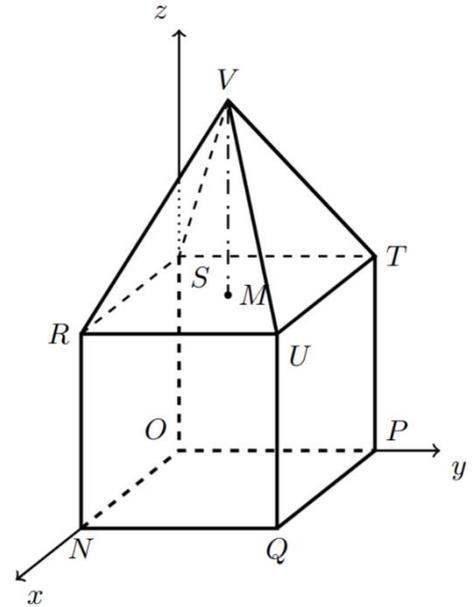
Qual é o comprimento desse segmento de reta?

- (A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14

Exame 1998, 1.ª fase – 1.ª chamada

30. Na figura está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um sólido formado por um cubo e uma pirâmide quadrangular regular.

- a base da pirâmide coincide com a face superior do cubo;
- o vértice O coincide com a origem do referencial;
- o vértice N pertence ao semieixo positivo Ox ;
- o vértice P pertence ao semieixo positivo Oy ;
- o vértice S pertence ao semieixo positivo Oz ;
- a altura da pirâmide, \overline{VM} , é igual ao comprimento da aresta do cubo;
- o vértice V tem coordenadas $(3,3,12)$.



Determine a interseção da reta que contém a aresta $[UV]$ com o plano de equação $x = 4$

Exame 1998, 1.ª fase – 1.ª chamada

31. Num referencial o.n. $Oxyz$, considere a reta r de equação vetorial

$$(x, y, z) = (1, 2, 0) + k(3, 0, -1), k \in \mathbb{R}$$

A reta r

- | | |
|-------------------------------|--|
| (A) é paralela ao plano Oxy | (B) é paralela ao plano Oxz |
| (C) é paralela ao plano Oyz | (D) não é paralela a nenhum dos planos coordenados |

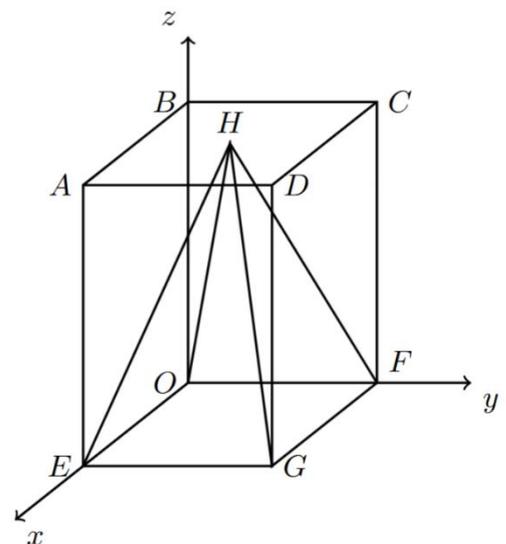
Exame 1997, prova militares

32. Na figura estão representados, num referencial o.n. $Oxyz$, um prisma quadrangular regular e uma pirâmide cuja base $[OFG E]$ coincide com a do prisma e está assente no plano Oxy .

O vértice da pirâmide coincide com o centro da base superior do prisma de altura 6.

O ponto G tem coordenadas $(4, 4, 0)$.

Indique, justificando, uma equação vetorial da reta que é a interseção do plano OEH com o plano ABC .



Exame 1997, prova militares

33. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, um cilindro de revolução como o apresentado na figura.

A base inferior do cilindro tem centro na origem O do referencial e está contida no plano Oxy .

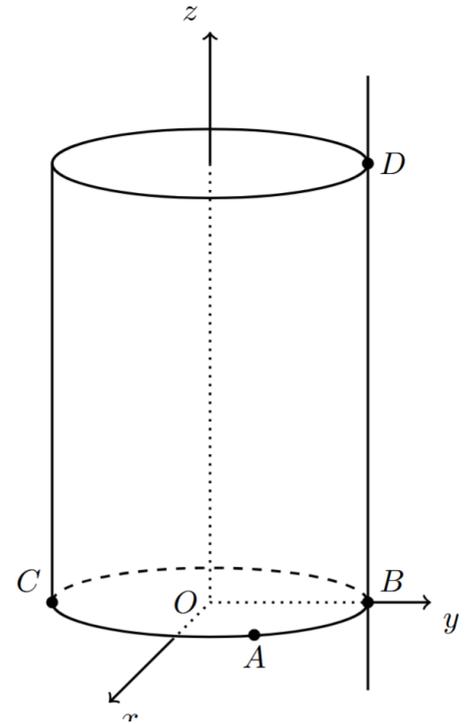
$[BC]$ é um diâmetro da base inferior, contido no eixo Oy e o ponto C tem coordenadas $(0, -5, 0)$.

O ponto A pertence à circunferência que limita a base inferior do cilindro e tem coordenadas $(4, 3, 0)$.

A reta r passa no ponto B e é paralela ao eixo Oz .

O ponto D pertence à reta r e à circunferência que limita a base superior do cilindro.

Escreva uma equação vetorial da reta r .



Exame 1997, 1.ª fase