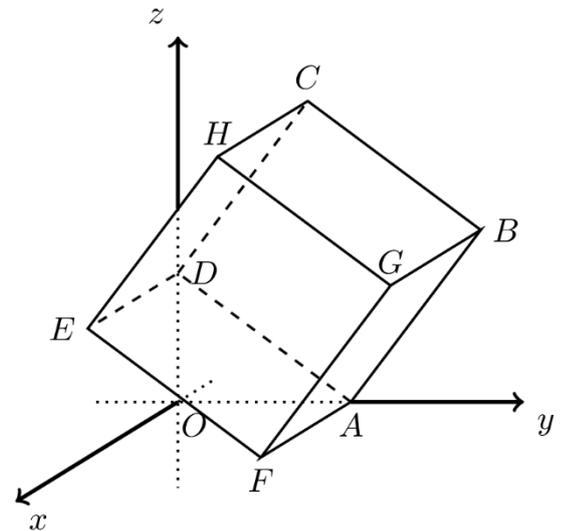




1. Na figura ao lado, está representado, num referencial o.n.  $Oxyz$ , o cubo  $[ABCDEFGH]$ .

Sabe-se que:

- o plano  $ABC$  é definido pela equação  $x=0$ ;
- o ponto  $A$  pertence ao semieixo positivo  $Oy$ , e  $\overline{OA} = 4$ ;
- o ponto  $F$  pertence ao plano  $Oxy$ ;
- a reta  $FC$  é definida pela equação vetorial  $(x, y, z) = (-5, 2, 14) + k(-5, -1, 7), k \in \mathbb{R}$ .



- 1.1. Qual das seguintes equações vetoriais define a reta que passa no ponto  $A$  e é paralela à reta  $FC$ ?

- (A)  $(x, y, z) = (-5, 1, 7) + k(1, -5, 0), k \in \mathbb{R}$   
 (B)  $(x, y, z) = (5, 1, -7) + k(-1, 5, 0), k \in \mathbb{R}$   
 (C)  $(x, y, z) = (-10, 2, 14) + k(5, 1, -7), k \in \mathbb{R}$   
 (D)  $(x, y, z) = (10, 2, -14) + k(5, 1, -7), k \in \mathbb{R}$

- 1.2. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Determine a equação cartesiana reduzida da superfície esférica que contém todos os vértices do cubo  $[ABCDEFGH]$ .

Exame 2024, 2.ª fase

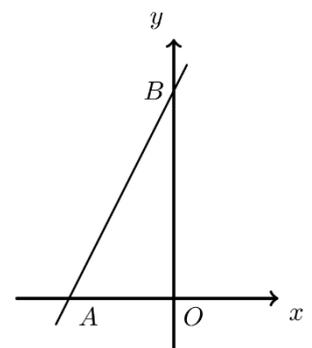
2. Na figura, está representada, num referencial o.n.  $Oxy$ , a reta  $AB$ .

Sabe-se que:

- o ponto  $A$  pertence ao semieixo negativo  $Ox$  e o ponto  $B$  pertence ao semieixo positivo  $Oy$ ;
- a reta  $AB$  tem equação  $y = 2x + 4$ .

Seja  $M$  o ponto médio do segmento de reta  $[AB]$ .

Quais são as coordenadas do ponto  $M$ ?



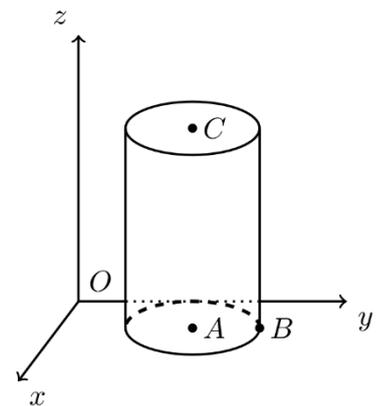
- (A)  $\left(-\frac{1}{2}, 2\right)$       (B)  $(-1, 2)$       (C)  $\left(-\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$       (D)  $(-2, 4)$

Exame 2019, 2.ª fase

3. Na figura, está representado, num referencial o.n.  $Oxyz$ , um cilindro de revolução de altura 3.

Sabe-se que:

- o ponto  $A$  tem coordenadas  $(1, 2, 0)$  e é o centro da base inferior do cilindro, a qual está contida no plano  $Oxy$ ;
- o ponto  $B$  tem coordenadas  $(1, 3, 0)$  e pertence à circunferência que delimita a base inferior do cilindro;
- o ponto  $C$  é o centro da base superior do cilindro.



Determine a área da secção produzida no cilindro pelo plano de equação  $x = 1$

Exame 2017, época especial

4. Considere, num referencial o.n.  $Oxy$ , os pontos  $A(-1, 3)$  e  $B(2, 4)$ .

Qual das seguintes equações define uma reta paralela à reta  $AB$ ?

- (A)  $y = -\frac{1}{3}x$       (B)  $y = \frac{1}{3}x$       (C)  $y = 3x$       (D)  $y = -3x$

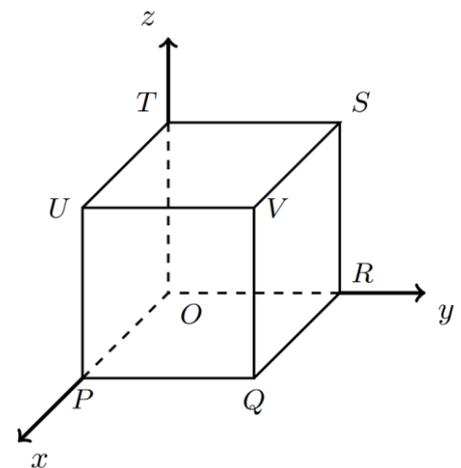
Exame 2016, época especial

5. Na figura, está representado, num referencial o.n.  $Oxy$ , o cubo  $[OPQRSTUV]$  de aresta 2.

Os pontos,  $P$ ,  $R$  e  $T$  pertencem aos semieixos positivos.

Numa das opções seguintes estão as coordenadas de um ponto pertencente a uma das arestas do cubo.

Em qual?

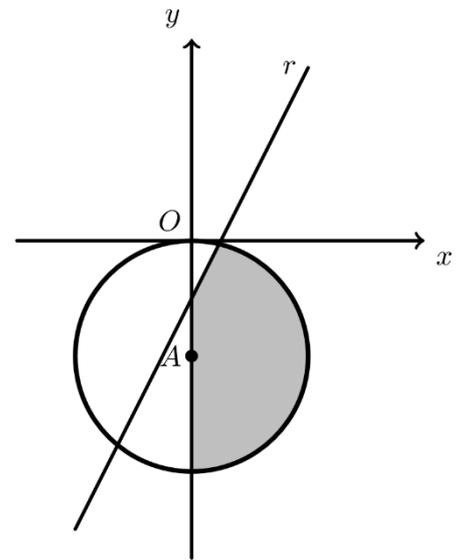


- (A)  $(1, 1, 2)$       (B)  $(1, 2, 0)$       (C)  $(0, 1, 1)$       (D)  $(1, 1, 1)$

Teste Intermédio 10.º ano, março 2012

6. Considere, num referencial o.n.  $Oxy$ :
- a reta  $r$ , definida pela equação  $y = 2x - 1$ ;
  - o ponto  $A$  de coordenadas  $(0, -2)$ .

Escreva a equação reduzida da reta paralela à reta  $r$  que passa no ponto  $A$ .

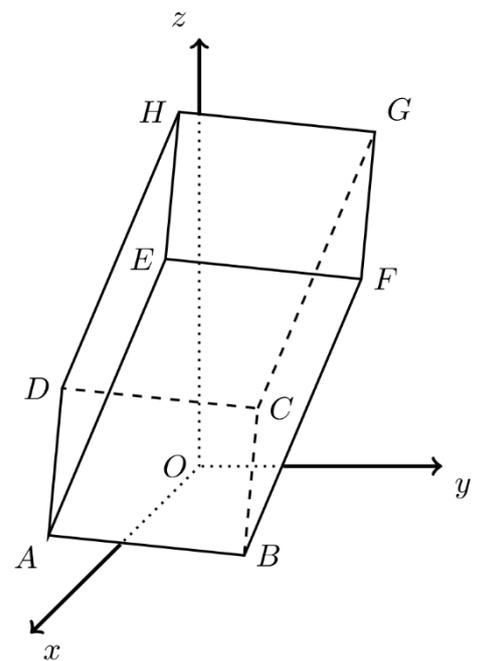


Teste Intermédio 10.º ano, março 2012

7. Na figura, está representado, num referencial o.n.  $Oxy$ , o prisma quadrangular regular  $[ABCDEFGH]$ .

As coordenadas dos ponto  $A$ ,  $B$  e  $G$  são  $(11, -1, 2)$ ,  $(8, 5, 0)$  e  $(6, 9, 15)$ , respetivamente.

Escreva uma condição que defina a reta que passa no ponto  $G$  e que é paralela ao eixo  $Oy$ .



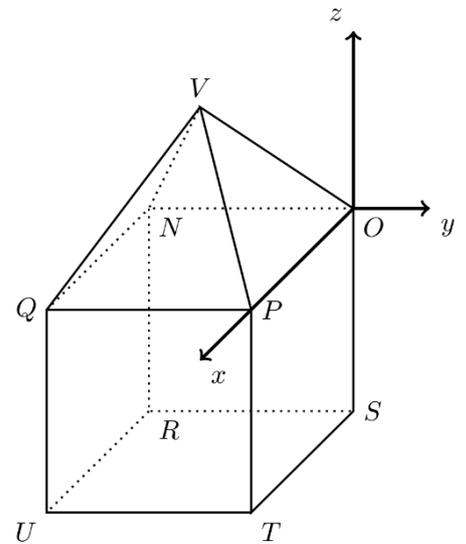
Teste Intermédio 10.º ano, maio 2011

8. Na figura, está representado, num referencial o.n.  $Oxyz$ , o poliedro  $[VNOPQRST]$ , que se pode decompor num cubo e numa pirâmide quadrangular regular.

Sabe-se que:

- a base da pirâmide coincide com a face superior do cubo e está contida no plano  $Ox$ ;
- o ponto  $P$  pertence ao eixo  $Ox$ ;
- o ponto  $U$  tem coordenadas  $(4, -4, -4)$ .

Escreva uma condição cartesiana que defina o plano perpendicular à reta  $QN$  e que passa no ponto  $V$ .



Teste Intermédio 10.º ano, janeiro 2011

9. Considere, num referencial o.n.  $Oxy$ , a reta  $r$  que intersesta o eixo  $Ox$  no ponto de abcissa 2 e que intersesta o eixo  $Oy$  no ponto de ordenada 8.

Qual é a equação reduzida da reta  $r$ ?

- (A)  $y = -4x + 8$       (B)  $y = 4x + 8$       (C)  $y = -2x + 4$       (D)  $y = 2x + 4$

Teste Intermédio 10.º ano, maio 2010

10. Na figura, estão representados, num referencial o.n.  $Oxyz$ , um prisma quadrangular regular e uma pirâmide.

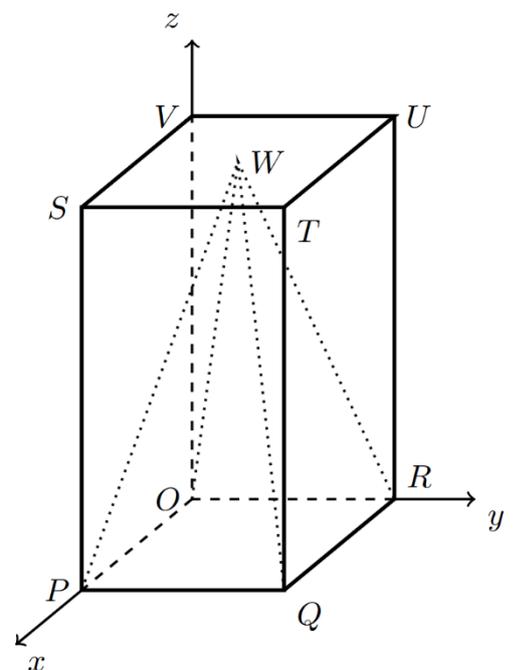
A base da pirâmide,  $[OPQR]$ , está contida no plano  $Oxy$  e coincide com a base inferior do prisma.

O ponto  $W$ , vértice da pirâmide, coincide com o centro da base superior,  $[STUV]$ , do prisma.

O ponto  $P$  tem coordenadas  $(5, 0, 0)$ .

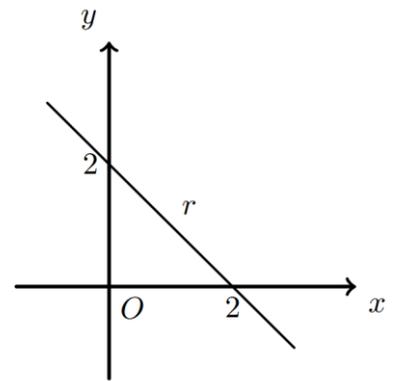
Sabe-se que o volume da pirâmide é igual a 75.

Determine as coordenadas do ponto  $W$ , vértice da pirâmide.



Teste Intermédio 10.º ano, maio 2010

11. Na figura, está representada, num referencial o.n.  $Oxy$ , a reta  $r$ , que intersesta o eixo  $Ox$  no ponto de abcissa 2 e o eixo de  $Oy$  no ponto de ordenada 2.



Qual é a equação reduzida da reta  $r$  ?

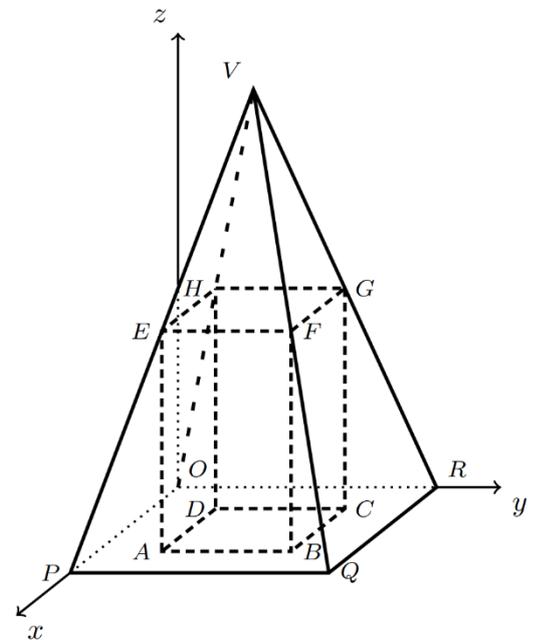
- (A)  $y = 2x + 2$       (B)  $y = -2x + 2$       (C)  $y = -x + 2$       (D)  $y = x + 2$

Teste Intermédio 10.º ano, janeiro 2010

12. Na figura, estão representados, num referencial o.n.  $Oxy$ , a pirâmide quadrangular regular  $[VOPQR]$  e o prisma quadrangular regular  $[ABCDEFGH]$ .

Sabe-se que:

- os vértices  $P$  e  $R$  da pirâmide pertencem aos eixos coordenados  $Ox$  e  $Oy$ , respetivamente;
- uma das bases da prisma está contida na base da pirâmide e cada vértice da outra base pertence a uma aresta da pirâmide.



Preencha cada um dos espaços seguintes, de modo a obter afirmações verdadeiras quanto à posição relativa das retas e /ou planos.

Copie as afirmações obtidas para a sua folha de respostas.

As retas  $DQ$  e  $VF$  são .....

As retas  $EH$  e ..... são coplanares.

A reta  $PQ$  e o plano  $HGB$  são .....

A reta  $FQ$  e o plano  $ADH$  são .....

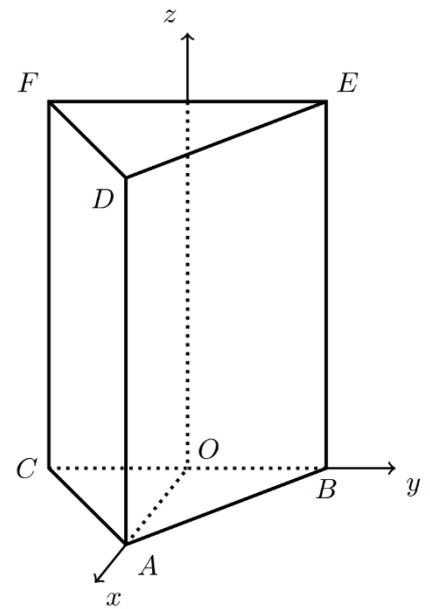
Os planos  $BQV$  e ..... são perpendiculares.

Teste Intermédio 10.º ano, janeiro 2010

13. Na figura, está representado, num referencial o.n.  $Oxyz$ , o prisma triangular não regular  $[ABCDEF]$ .

Sabe-se que:

- as bases são triângulos isósceles ( $\overline{AB} = \overline{AC}$  e  $\overline{DE} = \overline{DF}$ );
- a base  $[ABC]$  está contida no plano  $Oxy$ ;
- as arestas laterais do prisma são perpendiculares às bases;
- o ponto  $A$  tem coordenadas  $(4, 0, 0)$ ;
- o ponto  $E$  tem coordenadas  $(0, 3, 8)$ ;
- o ponto  $F$  é o simétrico do ponto  $E$ , relativamente ao plano  $Oxz$ .



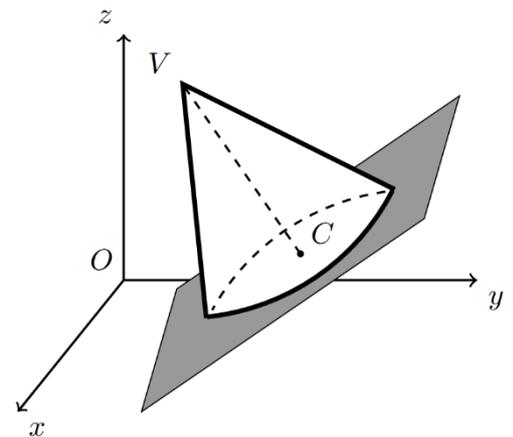
Determine a área lateral do prisma.

Teste Intermédio 10.º ano, maio 2009

14. Na figura está representado, num referencial o.n.  $Oxyz$ , um cone de revolução.

Sabe-se que:

- o vértice  $V$  do cone tem coordenadas  $(1, 2, 6)$ ;
- o ponto  $C$  é o centro da base do cone.



Seja  $W$  o ponto simétrico do ponto  $V$ , em relação ao plano  $Oxy$ .

Indique as coordenadas do ponto  $W$  e escreva uma condição que defina o segmento de reta  $[VW]$ .

Teste Intermédio 10.º ano, janeiro 2009

15. Na figura está representado, num referencial o.n.  $Oxyz$ , um sólido que pode ser decomposto num cubo e numa pirâmide quadrangular regular.

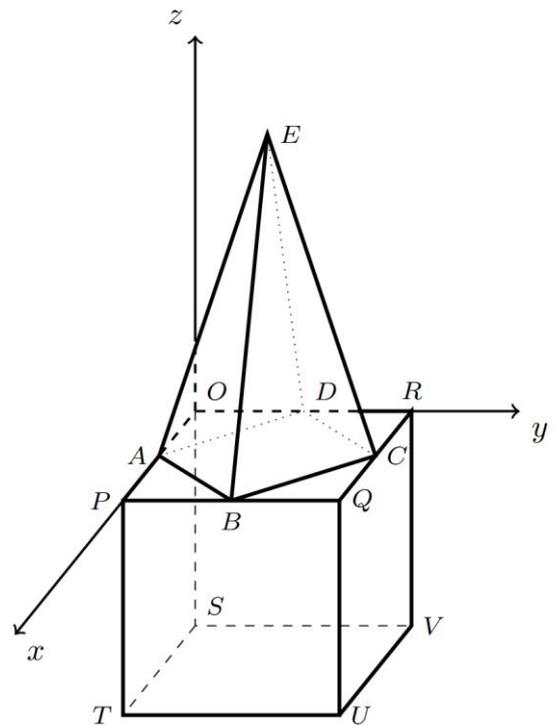
A origem do referencial é um dos vértices do cubo, o vértice  $P$  pertence ao eixo  $Ox$  e o vértice  $R$  pertence ao eixo  $Oy$ .

Os vértices da base da pirâmide são os pontos médios dos lados do quadrado  $[OPQR]$ .

O ponto  $Q$  tem coordenadas  $(2, 2, 0)$ .

O volume do sólido é igual a 10.

Determine a cota do ponto  $E$ .



Teste Intermédio 10.º ano, janeiro 2009

16. Considere, num referencial o.n.  $Oxy$ , a reta  $r$  que intersesta o eixo  $Ox$  no ponto de abcissa 2 e que intersesta o eixo  $Oy$  no ponto de ordenada 6.

Qual é a equação reduzida da reta  $r$ ?

- (A)  $y = -3x + 6$       (B)  $y = 3x + 6$       (C)  $y = -2x + 3$       (D)  $y = 2x + 3$

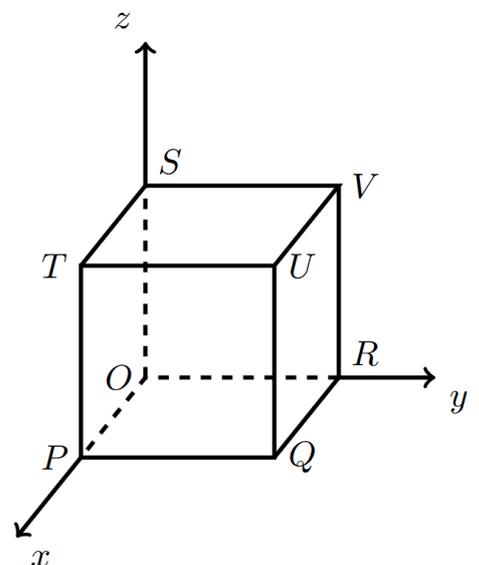
Teste Intermédio 10.º ano, maio 2008

17. Na figura está representado, num referencial o.n.  $Oxyz$ , um cubo  $[OPQRSTUW]$ .

A aresta  $[OP]$  está contida no semieixo positivo  $Ox$ , a aresta  $[OR]$  está contida no semieixo positivo  $Oy$  e a aresta  $[OS]$  está contida no semieixo positivo  $Oz$ .

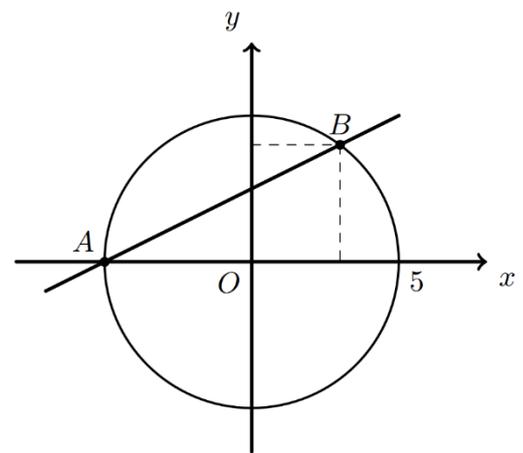
O ponto  $U$  tem coordenadas  $(2, 2, 2)$ .

Defina, por meio de uma condição, a aresta  $[UQ]$ .



Teste Intermédio 10.º ano, maio 2008

18. Na figura estão representados, num referencial o.n.  $Oxy$ , uma reta  $AB$  e uma circunferência com centro na origem e raio igual a 5.



Os pontos  $A$  e  $B$  pertencem à circunferência.

O ponto  $A$  também pertence ao eixo das abcissas.

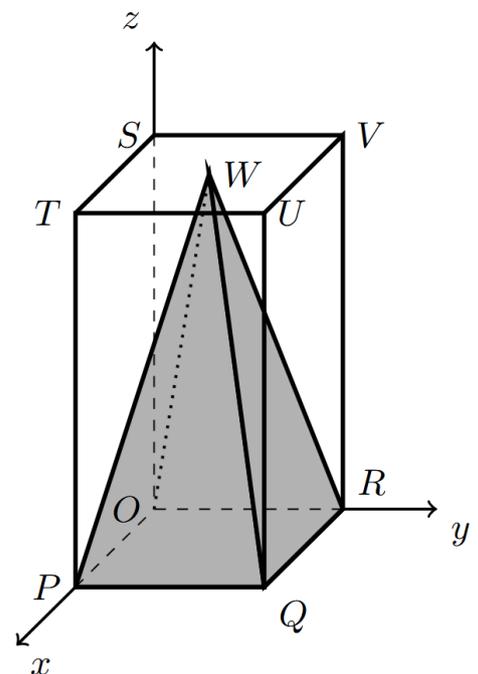
Admitindo que o declive da reta é igual a  $\frac{1}{2}$ , resolva as duas alíneas seguintes.

18.1. Mostre que uma equação da reta  $AB$  é  $x - 2y + 5 = 0$ .

18.2. Mostre que o ponto  $B$  tem coordenadas  $(3, 4)$ .

Teste Intermédio 10.º ano, janeiro 2008

19. Na figura estão representados, num referencial o.n.  $Oxyz$ , um prisma e uma pirâmide quadrangulares regulares, com a mesma altura.



A base do prisma, que coincide com a base da pirâmide, está contida no plano  $Oxy$ .

O vértice  $P$  pertence ao eixo  $Ox$ .

O vértice  $R$  pertence ao eixo  $Oy$ .

O vértice  $S$  pertence ao eixo  $Oz$ .

O vértice  $U$  tem coordenadas  $(2, 2, 4)$ .

Escreva uma condição que defina a reta  $TU$ .

Exame 2001, época especial

20. Considere, num referencial o.n.  $Oxyz$ , uma reta  $r$ , perpendicular ao plano  $Oyz$ .

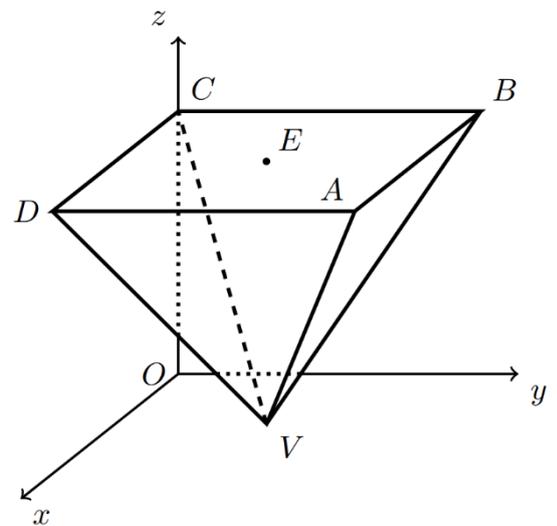
Qual das afirmações seguintes é necessariamente verdadeira?

- (A) A reta  $r$  é perpendicular ao plano  $Oxy$ .      (B) A reta  $r$  está contida no plano  $Oxy$ .  
 (C) A reta  $r$  é perpendicular ao eixo  $Ox$ .      (D) A reta  $r$  é paralela ao eixo  $Ox$ .

Exame 2000, prova de reserva

21. Na figura está representada, num referencial o.n.  $Oxyz$ , uma pirâmide quadrangular regular.

- a base da pirâmide é paralela ao plano  $Oxy$ ;
- o ponto  $A$  tem coordenadas  $(8, 8, 7)$ ;
- o ponto  $B$  pertence ao plano  $Oyz$ ;
- o ponto  $C$  pertence ao eixo  $Oz$ ;
- o ponto  $D$  pertence ao plano  $Oxz$ ;
- o ponto  $E$  é o centro da base da pirâmide;
- o vértice  $V$  da pirâmide pertence ao plano  $Oxy$ .



Determine o perímetro de uma face lateral da pirâmide.

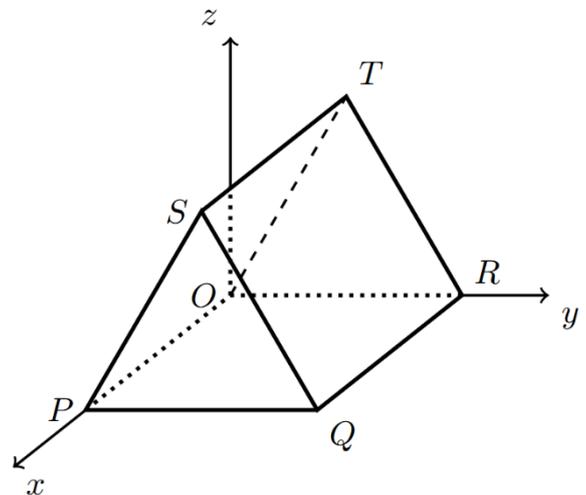
Exame 2000, época especial

22. Na figura está representada, num referencial o.n.  $Oxyz$ , um prisma triangular regular.

Sabe-se que:

- o vértice  $O$  coincide com a origem do referencial;
- o vértice  $P$  pertence ao semieixo positivo  $Ox$ ;
- o vértice  $R$  pertence ao semieixo positivo  $Oy$ ;
- o segmento de reta  $[QR]$  tem comprimento 6.

Sabendo que a área lateral do prisma é 72, determine as coordenadas do ponto  $S$ .



Exame 2000, 1.ª fase – 2.ª chamada

23. Num referencial o.n.  $Oxyz$ , a condição  $\begin{cases} x = 0 \\ z = 3 \end{cases}$  define:

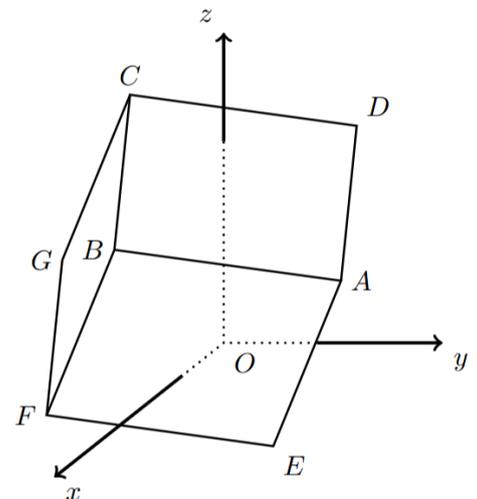
- (A) o conjunto vazio    (B) um ponto    (C) uma reta    (D) um plano

Exame 1999, época especial

24. Na figura, está representado, num referencial o.n.  $Oxyz$ , um cubo.

Sabe-se que:

- $[ABCD]$  é uma face do cubo;
- $[EFGH]$  é a face oposta à face  $[ABCD]$   
(o ponto  $H$  não está representado na figura);
- $[AE]$ ,  $[BF]$ ,  $[CG]$  e  $[DH]$  são quatro arestas do cubo;
- o ponto  $A$  tem coordenadas  $(3, 5, 3)$ ;
- o ponto  $D$  tem coordenadas  $(-3, 3, 6)$ ;
- o ponto  $E$  tem coordenadas  $(1, 2, -3)$ .



Determine o volume do cubo.

Exame 1999, época especial

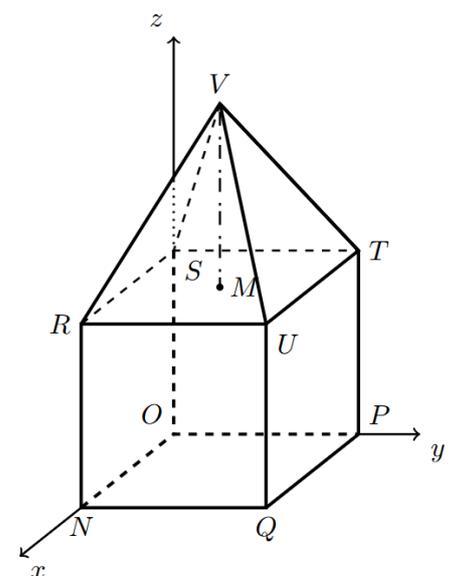
25. Qual das condições seguintes define, num referencial o.n.  $Oxyz$ , uma reta paralela ao eixo  $Oy$ ?

- (A)  $x = 1 \wedge y = 2 \wedge z = 3$                       (B)  $x = 2 \wedge z = 1$   
 (C)  $x = y = z$                                       (D)  $y = 1$

Exame 1998, prova para militares

26. Na figura está representado, num referencial o.n.  $Oxyz$ , um sólido formado por um cubo e uma pirâmide quadrangular regular.

- a base do pirâmide coincide com a face superior do cubo;
- o vértice  $O$  coincide com a origem do referencial;
- o vértice  $N$  pertence ao semieixo positivo  $Ox$ ;
- o vértice  $P$  pertence ao semieixo positivo  $Oy$ ;
- o vértice  $S$  pertence ao semieixo positivo  $Oz$ ;
- a altura da pirâmide,  $\overline{VM}$ , é igual ao comprimento da aresta do cubo;
- o vértice  $V$  tem coordenadas  $(3, 3, 12)$



Justifique que  $\overline{UQ} = 6$  e que  $\overline{UV} = 3\sqrt{6}$ .

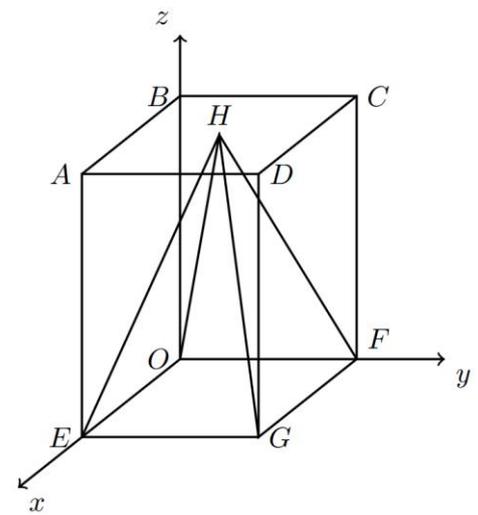
Exame 1998, 1.ª fase – 1.ª chamada

27. Na figura estão representados, num referencial o.n.  $Oxyz$ , um prisma quadrangular regular e uma pirâmide cuja base  $[OEFG]$  coincide com a do prisma e está assente no plano  $Oxy$ .

O vértice da pirâmide coincide com o centro da base superior do prisma.

O ponto  $G$  tem coordenadas  $(4, 4, 0)$ .

Sabendo que, na unidade considerada, o volume do prisma é igual a 96, mostre que o ponto  $H$  tem coordenadas  $(2, 2, 6)$



Exame 1997, prova para militares