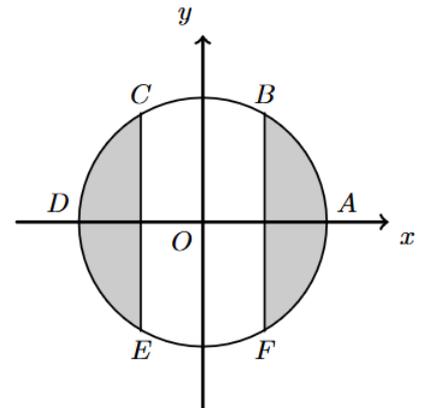




1. Na figura seguinte, está representada o.n. Oxy , uma circunferência de centro na origem e que passa nos pontos A, B, C, D, E e F .

Sabe-se que:

- o ponto A pertence ao semieixo positivo Ox e tem abcissa igual a 2;
- os pontos B e F têm ambos abcissa igual a 1;
- os pontos C, D e E são, respetivamente, os simétricos dos pontos B, A e F relativamente ao eixo Oy .



Qual das condições seguintes define o domínio do plano apresentado a sombreado?

- (A) $x^2 + y^2 \leq 2 \wedge |x| \geq 1$ (B) $x^2 + y^2 \leq 4 \wedge |x| \leq 1$
(C) $x^2 + y^2 \leq 4 \wedge |x| \geq 1$ (D) $x^2 + y^2 \leq 2 \wedge |x| \leq 1$

Por observação da figura, verificamos que os pontos do plano que pertencem à zona sombreada, são:

- os pontos que pertencem ao interior da circunferência de raio 2 e centro na origem, isto é:

$$x^2 + y^2 \leq 4$$

- os pontos, cuja abcissa é inferior a -1 ou superior a 1 , ou seja:

$$x \leq -1 \vee x \geq 1 \Leftrightarrow |x| \geq 1$$

Portanto a região sombreada é definida por:

$$x^2 + y^2 \leq 4 \wedge |x| \geq 1$$

OPÇÃO: C

Exame 2018, 1.ª fase

2. Considere, num referencial o.n. Oxy , a região definida pela condição:

$$(x+1)^2 + (y+1)^2 \leq 1 \wedge x+y+2 \geq 0$$

Qual é o perímetro dessa região?

- (A) $\pi+1$ (B) $\frac{\pi}{2}+1$ (C) $\pi+2$ (D) $\frac{\pi}{2}+2$

$(x+1)^2 + (y+1)^2 \leq 1$, representa um círculo de raio 1, centrado no ponto $(-1, -1)$

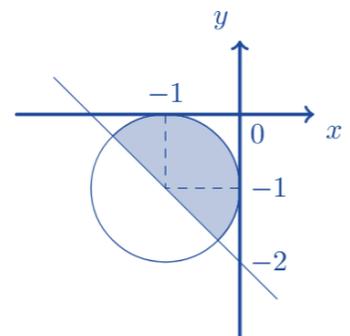
$x+y+2 \geq 0 \Leftrightarrow y \geq -x-2$, representa o semiplano superior limitado pela reta de declive -1 e ordenada na origem -2

A região da condição descrita está representada na figura.

Podemos observar que a região é um semicírculo de raio 1

Assim, o perímetro é definido pela soma do diâmetro do círculo com metade do perímetro do círculo.

$$\therefore P = \frac{\cancel{2}\pi r}{\cancel{2}} + d = \pi + 2$$



OPÇÃO: C

Exame 2017, 2.ª fase

3. Considere, num referencial o.n. Oxy , o quadrado definido pela condição:

$$0 \leq x \leq 4 \wedge 1 \leq y \leq 5$$

Qual das condições seguintes define a circunferência inscrita neste quadrado?

- (A) $(x-4)^2 + (y-5)^2 = 16$ (B) $(x-4)^2 + (y-5)^2 = 4$
 (C) $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$ (D) $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 16$

O centro da circunferência inscrita é o ponto médio de uma das diagonais do quadrado, e o raio é metade do comprimento do lado.

Seja A e B os pontos que definem uma das diagonais, $[AB]$, e C o ponto médio da diagonal.

$$A(0,1) \text{ e } B(4,5), \text{ então, } C\left(\frac{0+4}{2}, \frac{1+5}{2}\right) = (2,3) \text{ e raio } = r = \frac{4}{2} = 2$$

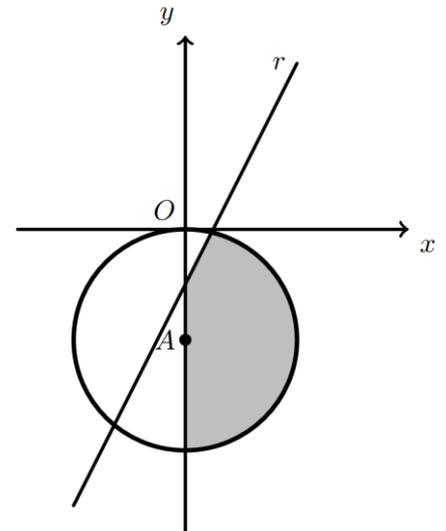
$$\therefore (x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$$

OPÇÃO: C

Exame 2016, 2.ª fase

4. Considere, num referencial o.n. Oxy :
- a reta r , definida pela equação $y = 2x - 1$;
 - o ponto A de coordenadas $(0, -2)$.

Na figura, estão representados a reta r , o ponto A e a circunferência que tem centro em A e que passa em O .



Defina por uma condição, a região representada a sombreado, incluindo a sua fronteira,

Por observação da figura, a região a sombreado é limitada por três condições:

Interior da circunferência de centro em $A(0, -2)$ e raio 2, isto é:

$$x^2 + (y + 2)^2 \leq 4$$

Semiplano inferior limitado pela reta $y = 2x - 1$, ou seja:

$$y \leq 2x - 1$$

Semiplano cuja a abcissa é superior a 0, isto é:

$$x \geq 0$$

Portanto a condição que define a região sombreada, incluindo a sua fronteira, é:

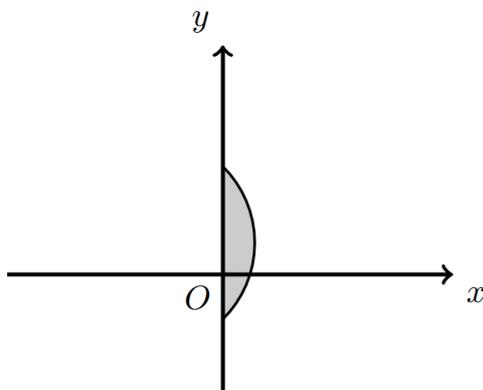
$$x^2 + (y + 2)^2 \leq 4 \wedge y \leq 2x - 1 \wedge x \geq 0$$

Teste Intermédio 10.º ano, março 2012

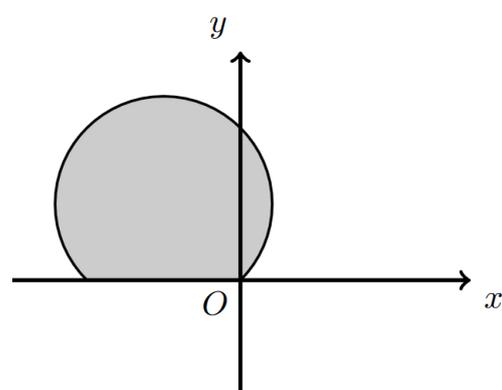
5. Considere a condição $(x+1)^2 + (y-1)^2 \leq 2 \wedge x \geq 0$.

Em qual das condições seguintes está representado, num referencial o.n. Oxy , o conjunto de pontos definido por esta condição?

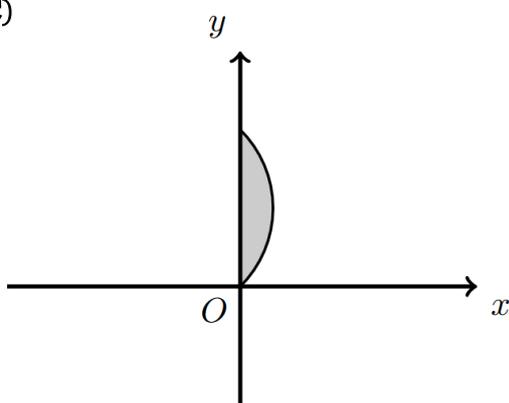
(A)



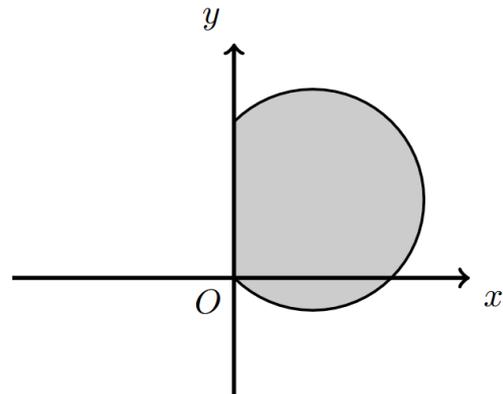
(B)



(C)



(D)



$(x+1)^2 + (y-1)^2 \leq 2$, circunferência com centro em $(-1, 1)$ e raio $\sqrt{2}$

$x \geq 0$, representa todos os pontos com abcissa positiva, isto é, os 1.º e 4.º quadrantes.

Das condições representadas as que podem representar a condição, são a opção (A) ou (C).

Na opção (A) a origem do referencial não pertence à circunferência e na opção (C) a origem do referencial pertence à circunferência.

Vamos verificar se a origem pertence à circunferência.

$O(0, 0)$

$(0+1)^2 + (0-1)^2 = 2 \Leftrightarrow 2 = 2$, portanto O pertence à circunferência.

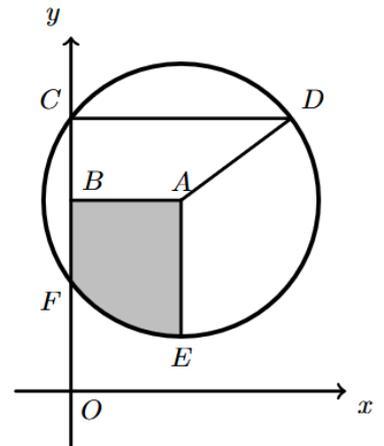
OPÇÃO: C

Teste Intermédio 10.º ano, maio 2011

6. Na figura, está representada, num referencial o.n. Oxy , a circunferência que tem centro no ponto $A(4,7)$ e que contém o ponto $D(8,10)$.

Sabe-se que:

- $[CF]$ é a corda da circunferência contida no eixo Oy ;
- $[CD]$ é uma corda da circunferência, paralela ao eixo Ox ;
- $[AE]$ é um raio da circunferência, paralelo ao eixo Oy ;
- $[ABCD]$ é um trapézio retângulo.



Defina, por uma condição, a região sombreada, incluindo a fronteira.

Região limitada pela circunferência com centro em $A(4,7)$ e raio \overline{AD} :

$$d(A, D) = \sqrt{(4-8)^2 + (7-10)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$(x-4)^2 + (y-7)^2 \leq 25$$

Região em que a ordenada é inferior a 7:

$$y \leq 7$$

Região em que a abcissa está compreendida entre 0 e 4:

$$0 \leq x \leq 4$$

Assim a região sombreada é definida pela condição:

$$(x-4)^2 + (y-7)^2 \leq 25 \wedge 0 \leq x \leq 4 \wedge y \leq 7$$

Teste Intermédio 10.º ano, janeiro 2010

7. Na figura está representada, num referencial o.n. Oxy , uma circunferência de centro no ponto $P(2,-1)$.

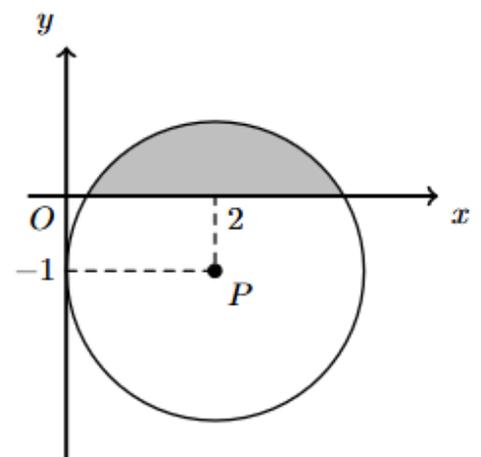
Qual das condições seguintes define a região sombreada, incluindo a fronteira?

(A) $(x-2)^2 + (y+1)^2 \leq 4 \wedge x \geq 0$

(B) $(x-2)^2 + (y+1)^2 \leq 4 \wedge y \geq 0$

(C) $(x+2)^2 + (y-1)^2 \leq 4 \wedge y \geq 0$

(D) $(x+2)^2 + (y-1)^2 \leq 4 \wedge x \geq 0$



Por observação da figura, podemos observar que a região sombreada está limitada por uma circunferência de centro no ponto P e raio 2, $(x-2)^2 + (y+1)^2 \leq 4$, e pelo semiplano de ordenada não negativa, $y \geq 0$.

Portanto a condição que define a região sombreada, é:

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 \leq 4 \wedge y \geq 0$$

OPÇÃO: B

Teste Intermédio 10.º ano, maio 2009

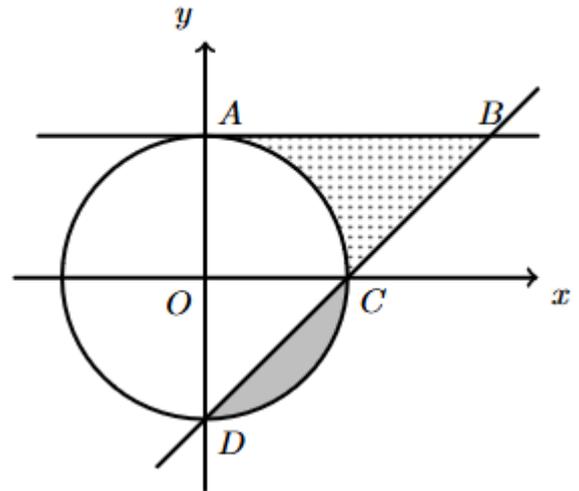
8. Na figura estão representados, num referencial o.n. Oxy :

- os pontos A e D , pertencentes ao eixo Oy ;
- o ponto C , pertencente ao eixo Ox ;
- a circunferência de centro na origem do referencial e raio 3, que contém os pontos A , C e D ;
- a reta BD , que contém o ponto C ;
- a reta AD , paralela ao eixo Ox .

O ponto B tem coordenadas $(6,3)$.

Estão assinaladas nas figuras duas regiões:

- uma, ponteadada, no primeiro quadrante;
- outra, sombreada, no quarto quadrante.



8.1. Defina, por meio de uma condição, a região a **sombreado**, incluindo a fronteira.

Por observação da figura, a região a sombreado é o conjunto de pontos constituídos pelo interior da circunferência de centro na origem e pelo semiplano superior da reta CD .

Circunferência:

$$x^2 + y^2 \leq 9$$

Semiplano superior da reta CD :

$$y \geq mx + b \quad ; \quad C(0, -3) \quad ; \quad D(3, 0)$$

$$m_{CD} = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \frac{0 - (-3)}{3 - 0} = 1$$

Como $D(0, -3)$, a ordenada na origem é -3 , isto é, $b = -3$

$$\text{Assim, } y \geq x - 3$$

Portanto, a condição que define a região sombreada é_

$$x^2 + y^2 \leq 9 \wedge y \geq x - 3$$

8.2. Determine a área da região **ponteada**. Apresente o resultado arredondado às centésimas.

A área da região sombreada pode ser determinada pela diferença entre a área do trapézio $[ABCO]$ e um quarto do círculo de centro na origem e raio 3.

Área trapézio:

$$A_{[ABCO]} = \frac{\overline{AB} + \overline{OC}}{2} \times \overline{OA} = \frac{|x_B - x_A| + |x_C - x_O|}{2} \times |y_A - y_O| = \frac{|6-0| + |3-0|}{2} \times |3-0| = \frac{9}{2} \times 3 = \frac{27}{2}$$

Área de um quarto do círculo:

$$A_{\frac{1}{4}\odot} = \frac{1}{4} \pi \times 3^2 = \frac{9}{4} \pi$$

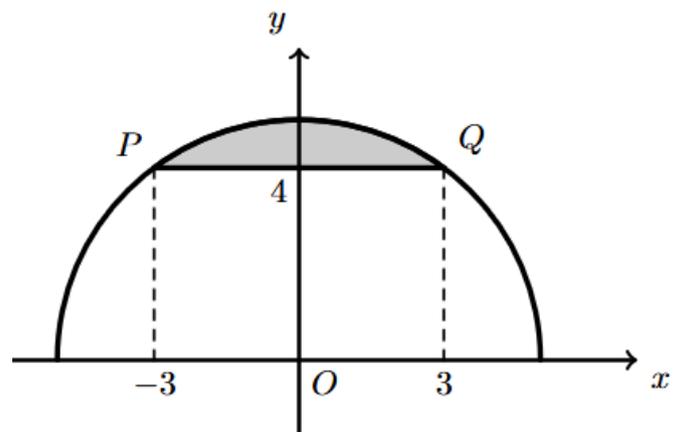
$$\therefore A_{\text{Região ponteada}} = A_{[ABCO]} - A_{\frac{1}{4}\odot} = \frac{27}{2} - \frac{9}{4} \pi \approx 6,43$$

Teste Intermédio 10.º ano, janeiro 2009

9. Na figura está representada, num referencial o.n. Oxy , uma semicircunferência de centro na origem e que passa nos pontos P e Q .

O ponto P tem coordenadas $(-3,4)$ e o ponto Q tem coordenadas $(3,4)$.

Na figura está também representado o segmento de reta $[PQ]$.



Qual das condições seguintes define o domínio plano sombreado?

(A) $x^2 + y^2 \leq 25 \wedge -3 < x < 3$

(B) $x^2 + y^2 \leq 25 \wedge y \geq 4$

(C) $x^2 + y^2 \leq 16 \wedge -3 < x < 3$

(D) $x^2 + y^2 \leq 16 \wedge y \geq 4$

Observando a figura, verificamos que a região sombreada é o conjunto de pontos constituídos pelo interior da circunferência de centro na origem e raio \overline{OP} , e pelo plano superior da reta PQ .

Interior da circunferência de centro na origem:

$$\overline{OP} = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$x^2 + y^2 \leq 25$$

Semiplano superior da reta PQ :

$$y \geq y_p \Leftrightarrow y \geq 4$$

OPÇÃO: B

Teste Intermédio 10.º ano, maio 2008