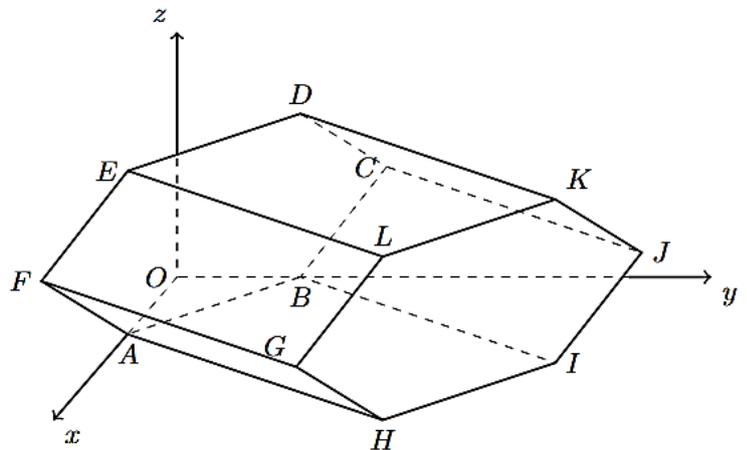




1. Na figura, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o prisma hexagonal reto $[ABCDEFGH IJKL]$, de bases $[ABCDEF]$ e $[GHIJKL]$.

Sabe-se que:

- as coordenadas dos vértices A e G do prisma são, respetivamente, $(4,0,0)$ e $\left(12, \frac{13}{2}, 2\right)$;
- a reta EL é definida pela equação vetorial $(x,y,z) = (-2, -8, 4) + k(3, 4, 0)$, $k \in \mathbb{R}$.



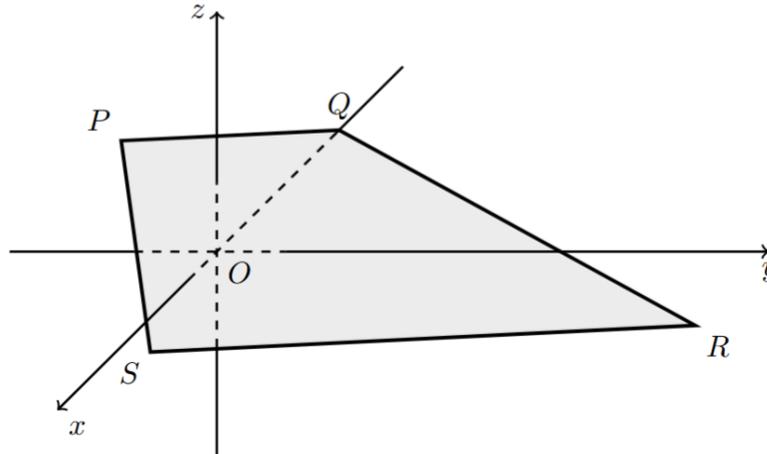
Qual das seguintes equações define a superfície esférica de diâmetro $[AG]$?

- (A) $(x-8)^2 + \left(y - \frac{13}{4}\right)^2 + (z-1)^2 = \frac{441}{16}$
- (B) $(x-8)^2 + \left(y - \frac{13}{4}\right)^2 + (z-1)^2 = \frac{441}{4}$
- (C) $(x-4)^2 + y^2 + z^2 = \frac{441}{16}$
- (D) $(x-4)^2 + y^2 + z^2 = \frac{441}{4}$

Exame 2023, 2.ª fase

2. Na figura, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um trapézio $[PQRS]$, de bases $[PQ]$ e $[RS]$, em que o lado $[PS]$ é perpendicular às bases.

Tem-se $P(1,-1,2)$, $Q(-2,1,1)$ e $R(-5,5,-3)$



Qual das condições seguintes define a superfície esférica de centro no ponto R e que passa no ponto Q ?

- (A) $(x-5)^2 + (y+5)^2 + (z-3)^2 = 59$ (B) $(x-5)^2 + (y+5)^2 + (z-3)^2 = 41$
 (C) $(x+5)^2 + (y-5)^2 + (z+3)^2 = 41$ (D) $(x+5)^2 + (y-5)^2 + (z+3)^2 = 59$

Exame 2021, 2.ª fase

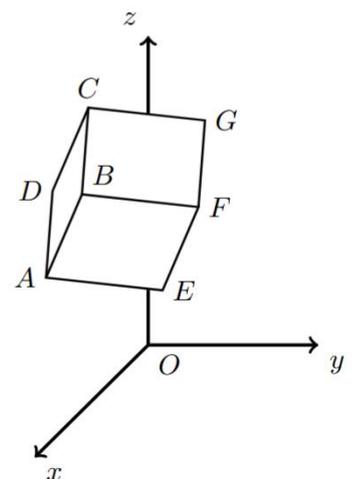
3. Na figura, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o cubo $[ABCDEFGH]$ (o ponto H não está representado na figura).

Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(7,1,4)$;
- o ponto G tem coordenadas $(5,3,6)$.

Resolva o item seguinte sem recorrer à calculadora.

Determine a equação reduzida da superfície esférica que passa nos oito vértices do cubo.

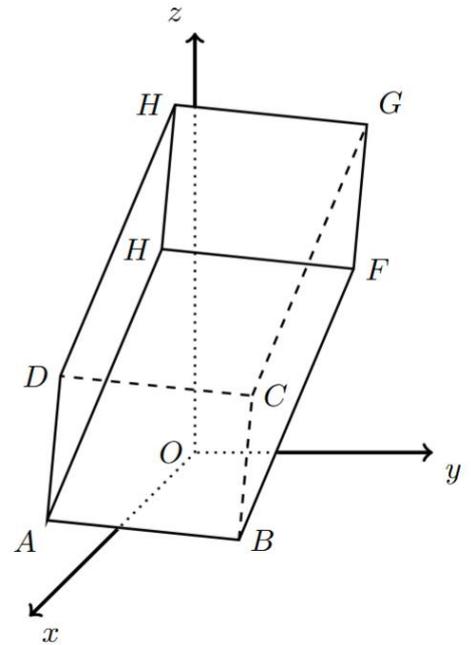


Exame 2020, 2.ª fase

7. Na figura, está representado, num referencial $Oxyz$, o prisma quadrangular regular $[ABCDEFGH]$.

As coordenadas dos pontos A , B e G são $(11,-1,2)$, $(8,5,0)$ e $(6,9,15)$, respetivamente.

Escreva uma equação que defina a superfície esférica com centro no ponto A e que passa no ponto B .



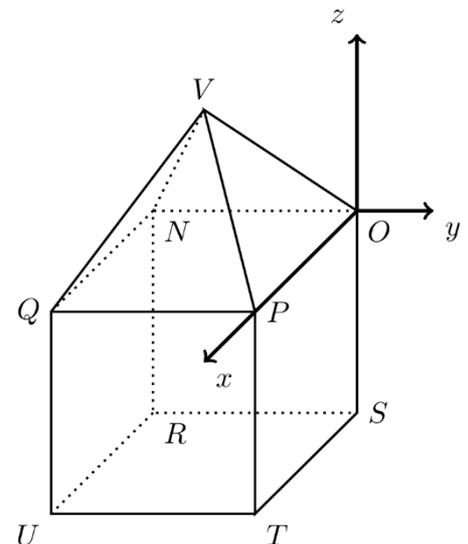
Teste Intermédio 10.º ano, maio 2011

8. Na figura, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o poliedro $[VNOPQRST]$, que se pode decompor num cubo e numa pirâmide quadrangular regular.

Sabe-se que:

- a base da pirâmide coincide com a face superior do cubo e está contida no plano Oxy ;
- o ponto P pertence ao eixo Ox ;
- o ponto U tem coordenadas $(4, -4, -4)$.

Escreva uma equação cartesiana que defina a superfície esférica de centro U e que passa no ponto T .



Teste Intermédio 11.º ano, janeiro 2011

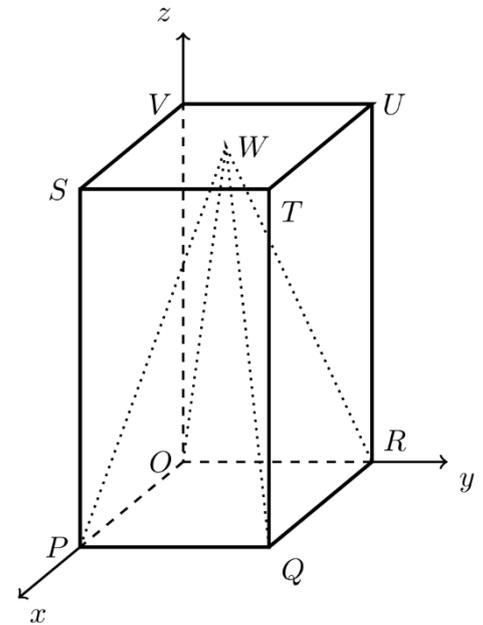
9. Na figura, estão representados, num referencial o.n. $Oxyz$, um prisma quadrangular regular e uma pirâmide.

A base da pirâmide, $[OPQR]$, está contida no plano Oxy e coincide com a base inferior do prisma.

O ponto W , vértice da pirâmide, coincide com o centro superior, $[STUV]$, do prisma.

O ponto P tem coordenadas $(5, 0, 0)$.

Defina por uma condição, a superfície esférica de centro no ponto Q e que passa no ponto O .



Teste Intermédio 10.º ano, maio 2010

10. Considere, num referencial o.n. Oxy , a circunferência de equação $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 16$.

Qual das equações seguintes define uma equação tangente a esta circunferência?

- (A) $x = -3$ (B) $x = 1$ (C) $y = -4$ (D) $y = 1$

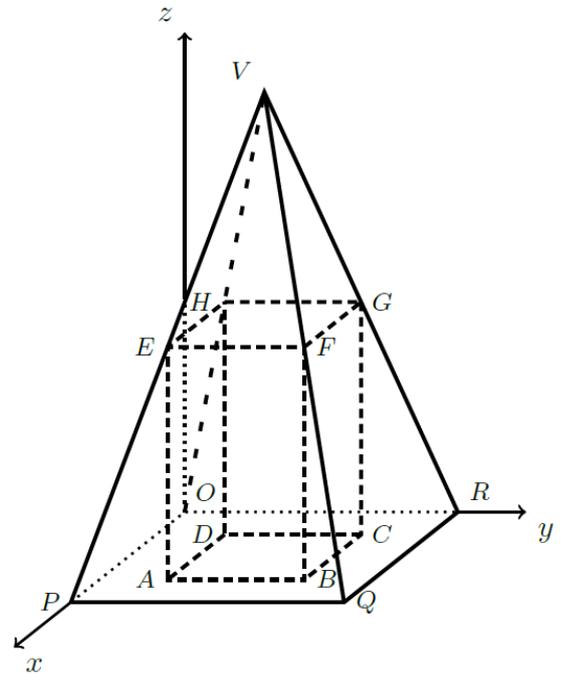
Teste Intermédio 10.º ano, janeiro 2010

11. Na figura, estão representados, num referencial o.n. $Oxyz$, a pirâmide quadrangular regular $[VOPQR]$ e o prisma quadrangular regular $[ABCDEFGH]$.

Sabe-se que:

- os vértices P e R da pirâmide pertencem aos eixos coordenados Ox e Oy , respetivamente;
- uma das bases do prisma está contida na base da pirâmide e cada vértice da outra base pertence a uma aresta da pirâmide.

Sabe-se que $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 8z = 0$ é uma equação da superfície esférica que tem centro no ponto V e que contém os quatro vértices da base da pirâmide $[VOPQR]$.



Calcule o volume da pirâmide $[VOPQR]$.

Teste Intermédio 10.º ano, janeiro 2010

12. Num referencial o.n. $Oxyz$, a condição $x^2 + y^2 + (z - 2)^2 \leq 4$ define uma esfera. Qual das equações seguintes define um plano que divide a esfera em dois sólidos com o mesmo volume?
- (A) $x = 0$ (B) $x = 1$ (C) $x = 2$ (D) $x = 3$

Teste Intermédio 10.º ano, janeiro 2009

13. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, a superfície esférica de equação $x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 4$. A interseção desta superfície com o plano Oxy é
- (A) o conjunto vazio (B) um ponto
(C) uma circunferência (D) um círculo

Teste Intermédio 11.º ano, janeiro 2009

14. Na figura está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um sólido que pode ser decomposto num cubo e numa pirâmide quadrangular regular.

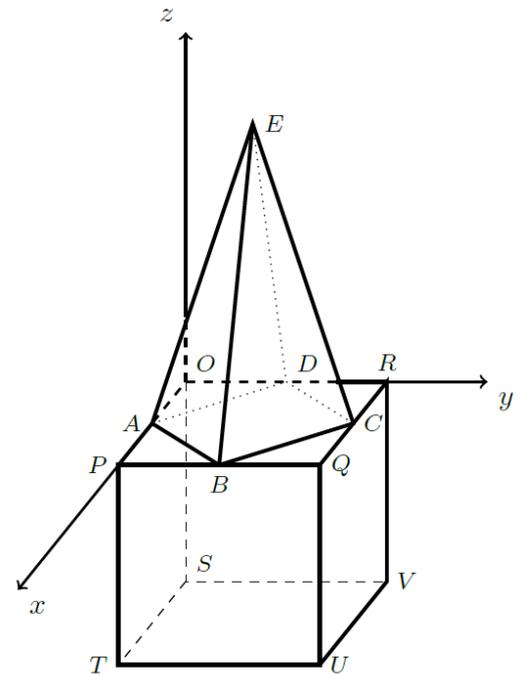
A origem do referencial é um dos vértices do cubo, o vértice P pertence ao eixo Ox e o vértice R pertence ao eixo Oy .

Os vértices da base da pirâmide são os pontos médios dos lados do quadrado $[OPQR]$.

O ponto Q tem coordenadas $(2,2,0)$.

O volume do sólido é igual a 10.

Determine uma equação da superfície esférica que tem centro no ponto T e que contém o ponto C .



Teste Intermédio 10.º ano, janeiro 2009

15. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, as superfícies esféricas definidas pelas equações

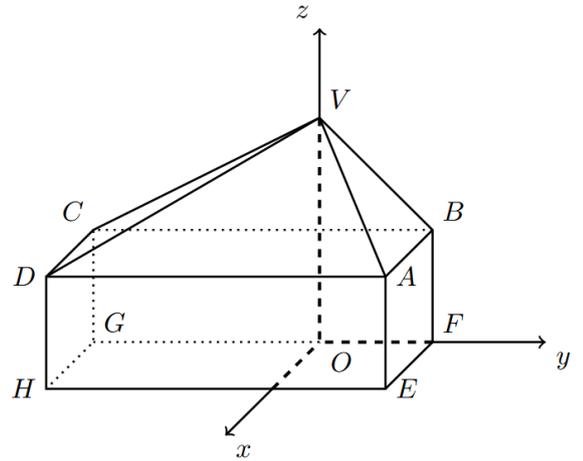
$$x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 2 \quad \text{e} \quad x^2 + (y-3)^2 + z^2 = 2$$

A interseção destas superfícies esféricas é ...

- (A) um ponto
(B) uma circunferência.
(C) o conjunto vazio.
(D) um segmento de reta.

Exame 2001, Prova de reserva

16. Na figura, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um sólido formado por um paralelepípedo retângulo $[ABCDEFGH]$ e uma pirâmide $[ABCDV]$.
A base $[EFGH]$ do paralelepípedo está contida no plano Oxy e a base da pirâmide $[ABCD]$ coincide com a face superior da paralelepípedo.



A aresta $[GF]$ está contida no eixo Oy .

Uma equação da superfície esférica com centro $A(1,1,1)$ e que contém G é $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 11$

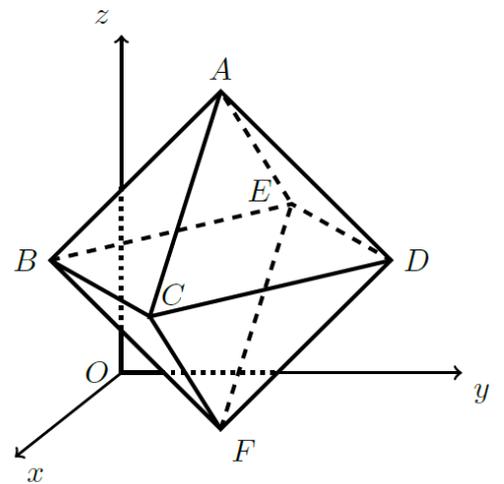
Verifique que o ponto H tem coordenadas $(1, -2, 0)$.

Exame 2001, Prova de reserva

17. Na figura, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um octaedro $[ABCDEFGH]$.

Sabe-se que:

- o vértice B tem coordenadas $(1,0,1)$;
- o vértice E tem coordenadas $(0,1,1)$;
- o vértice F pertence ao plano Oxy ;
- o vértice A tem coordenadas $(1,1,2)$.



Determine uma equação da superfície esférica que contém os seis vértices do octaedro.

Exame 2001, 2.ª fase

18. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, a superfície esférica centrada na origem do referencial e cuja interseção com o plano de equação $z = 3$ é uma circunferência de perímetro 8π .

Qual das seguintes, é uma equação desta superfície esférica?

- (A) $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ (B) $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ (C) $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ (D) $x^2 + y^2 + z^2 = 36$

Exame 2001, 1.ª fase – 2.ª chamada

19. Qual das seguintes equações define, num referencial o.n. $Oxyz$, uma superfície esférica tangente aos planos de equação $x = 4 \wedge y = 0$?

(A) $(x-2)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 4$

(B) $(x-2)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 16$

(C) $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$

(D) $(x-2)^2 + y^2 + z^2 = 16$

Exame 2001, 1.ª fase – 2.ª chamada

20. Num referencial o.n. $Oxyz$, qual das seguintes opções define uma superfície esférica tangente ao plano Oyz .

(A) $(x-2)^2 + y^2 + z^2 = 1$

(B) $(x-2)^2 + y^2 + z^2 = 2$

(C) $(x-2)^2 + y^2 + z^2 = 4$

(D) $(x-2)^2 + y^2 + z^2 = 9$

Exame 2000, época especial

21. Num referencial o.n. $Oxyz$, considere os planos definidos pelas equações $z = 1$ e $z = 5$.

Qual das seguintes equações define uma superfície esférica tangente aos dois planos?

(A) $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 25$

(B) $x^2 + y^2 + (z-4)^2 = 25$

(C) $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 4$

(D) $x^2 + y^2 + (z-4)^2 = 4$

Exame 2000, 2.ª fase

22. Considere num referencial o.n. $Oxyz$, a superfície esférica S , de equação $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 2$.

Qual das equações seguintes define um plano cuja interseção com a superfície esférica não é vazia?

(A) $x = -1$

(B) $x = 0$

(C) $x = 3$

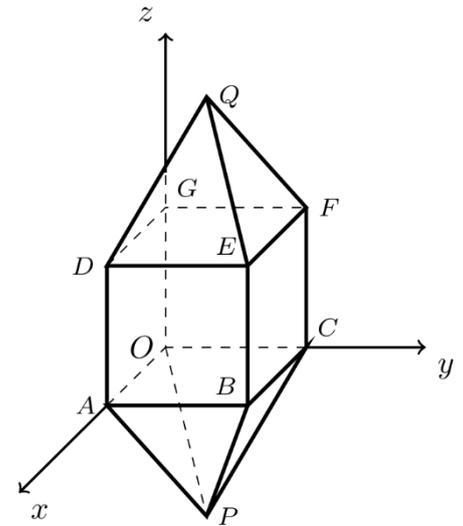
(D) $x = 4$

Exame 2000, prova militares

23. Na figura ao lado está representado um poliedro num referencial o.n. $Oxyz$.

Sabe-se que:

- o vértice O do poliedro é a origem do referencial;
- o vértice E do poliedro tem coordenadas $(2, 2, 2)$;
- a altura de cada uma das pirâmides é igual ao comprimento da aresta do cubo.



Justifique que o ponto F não pertence à superfície esférica de diâmetro $[PQ]$.

Exame 2000, 1.ª fase

24. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, as superfícies esféricas de equações:

$$x^2 + y^2 + (z - 10)^2 = 9 \quad \text{e} \quad x^2 + y^2 + (z - 4)^2 = 9$$

A interseção das duas superfícies esféricas é

- (A) um ponto. (B) uma circunferência.
(C) uma superfície esférica. (D) o conjunto vazio.

Exame 1999, prova militares

25. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, a esfera definida pela condição

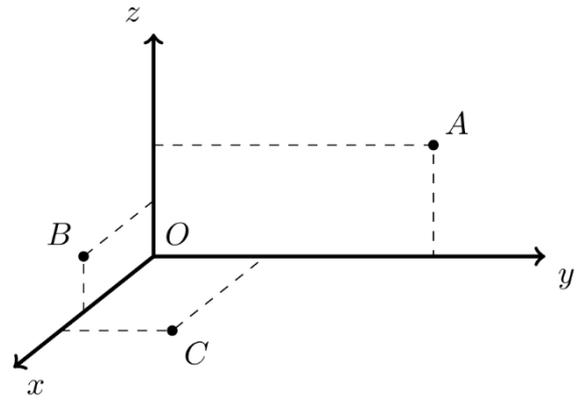
$$x^2 + (y - 7)^2 + z^2 \leq 9$$

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (A) Na esfera existem pontos do eixo Ox . (B) Na esfera existem pontos do eixo Oy .
(C) O ponto $(7, 7, 0)$ pertence à esfera. (D) O ponto $(0, 0, 7)$ pertence à esfera.

Exame 1999, época especial

26. Na figura ao lado, estão representados três pontos, num referencial o.n. $Oxyz$.



Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(0, 5, 2)$;
- o ponto B pertence ao plano Oxz ;
- o ponto C pertence ao plano Oxy ;
- a reta BC tem equação vetorial

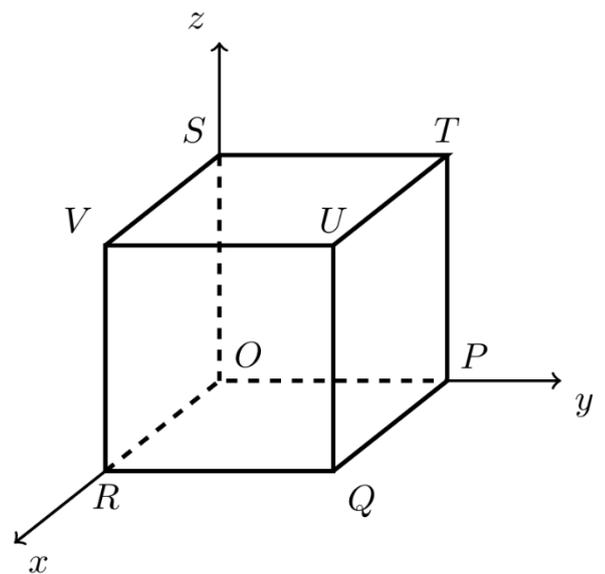
$$(x, y, z) = (5, 4, -1) + k(1, 2, -1), k \in \mathbb{R}$$

Considere a superfície esférica de centro em A , cuja interseção com o plano Oxy é uma circunferência de raio 3.

Determine uma equação dessa superfície esférica.

Exame 1999, 2.ª fase

27. Na figura ao lado está representado um cubo, num referencial o.n. $Oxyz$.



Sabe-se que:

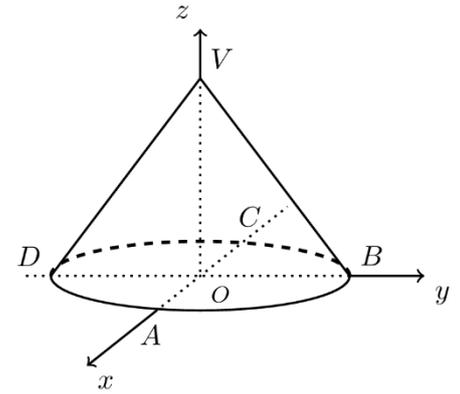
- a face $[OPQR]$ está contida no plano Oxy ;
- a face $[OSVR]$ está contida no plano Oxz ;
- a face $[OSTP]$ está contida no plano Oyz ;
- o volume do cubo é 27.

Determine uma equação da superfície esférica tal que:

- o centro é o simétrico do ponto U , em relação ao plano Oxy ;
- o ponto Q pertence a essa superfície esférica.

Exame 1999, 1.ª fase – 2.ª chamada

28. Na figura está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um cone de revolução.



Sabe-se que:

- a base do cone está contida no plano Oxy e tem o seu centro na origem do referencial;
- $[AC]$ e $[BD]$ são o diâmetro da base;
- o ponto A pertence ao semieixo positivo Ox ;
- o ponto B pertence ao semieixo positivo Oy ;
- o ponto V pertence ao semieixo positivo Oz ;
- o comprimento do raio da base é 3 e a altura é 4.

Determine uma condição que defina a esfera cujo centro é o ponto V e cuja interseção com o plano Oxy é a base do cone.

Exame 1999, 1.ª fase – 1.ª chamada

29. Num referencial o.n. $Oxyz$, considere:
- a esfera definida pela condição $x^2 + y^2 + z^2 \leq 25$;
 - o plano de equação $z = 4$.

Qual é a área da interseção da esfera com o plano?

- (A) π (B) 3π (C) 6π (D) 9π

Exame 1999, prova modelo

30. Num referencial o.n. $Oxyz$, considere:
- o plano α , de equação $y = 4$;
 - a superfície esférica E de equação $x^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 4$.

A interseção da superfície esférica E com o plano α é

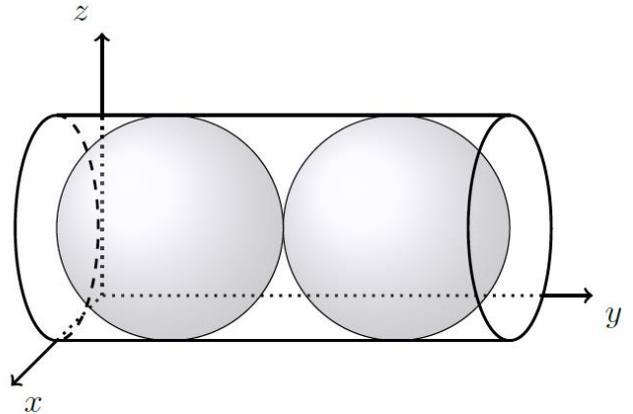
- (A) um ponto. (B) uma circunferência de raio 1.
 (C) uma circunferência de raio 2. (D) o conjunto vazio.

Exame 1999, prova de reserva

31. Na figura está representada, num referencial o.n. $Oxyz$, uma caixa cilíndrica construída num material de espessura desprezável.

A caixa contém duas bolas encostadas uma à outra e às bases da caixa cilíndrica.

- O cilindro tem uma das bases no plano Oxz ;
- O centro da base é o ponto de coordenadas $(3,0,3)$;
- A outra base está contida no plano de equação $y=12$;
- As bolas são esferas de raio igual a 3 ;
- Os diâmetros das esferas e das bases do cilindro são iguais.



Justifique que a superfície esférica correspondente à bola mais afastada do plano Oxz tem centro no ponto $(3,9,3)$ e que o ponto $(1,8,1)$ pertence à superfície esférica.

Exame 1998, 1.ª fase – 2.ª chamada

32. Na figura está representado um cubo, num referencial o.n. $Oxyz$.

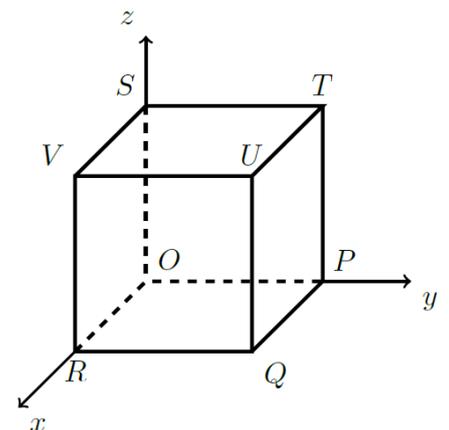
O vértice O coincide com a origem do referencial.

O vértice R pertence ao semieixo positivo Ox .

O vértice P pertence ao semieixo positivo Oy .

O vértice S pertence ao semieixo positivo Oz .

A abcissa do ponto R é 2.



Mostre que o raio da superfície esférica que contém os oito vértices do cubo é $\sqrt{3}$ e determine uma equação dessa superfície esférica.

Exame 1998, prova modelo

