



1. Seja f uma função de domínio \mathbb{R} e contradomínio $[-1, 3]$.

Qual é o contradomínio da função g , de domínio \mathbb{R} , definida por $g(x) = f(x-2) + 1$?

- (A) $[-3, 1]$ (B) $[-2, 2]$ (C) $[0, 4]$ (D) $[1, 5]$

$D'_f = [-1, 3]$, isto é, $\forall x \in \mathbb{R}, -1 \leq f(x) \leq 3$

$$-1 \leq f(x) \leq 3 \Leftrightarrow -1 \leq f(x-2) \leq 3 \Leftrightarrow -1+1 \leq f(x-2)+1 \leq 3+1 \Leftrightarrow 0 \leq f(x-2)+1 \leq 4 \Leftrightarrow$$

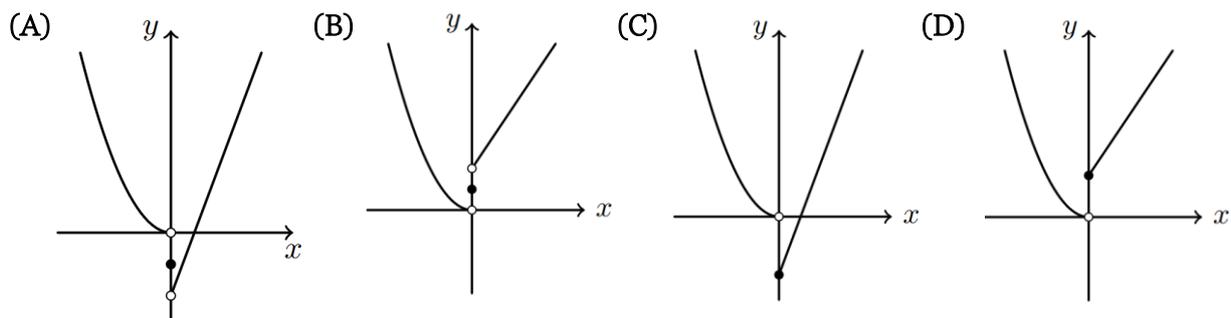
$$\Leftrightarrow 0 \leq g(x) \leq 4$$

Assim, $D'_g = [0, 4]$

OPÇÃO: C

Exame 2024, 1.ª fase

2. Em qual das opções seguintes está representada graficamente, num referencial o.n. Oxy , uma função que tem um mínimo em $x = 0$?



O único gráfico em que existe um $r > 0, \forall x \in D \cap V_r(0), f(0) \leq f(x)$, é o gráfico da opção C.

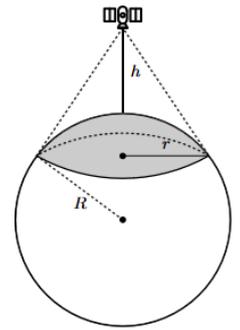
OPÇÃO: C

Exame 2022, 2.ª fase

3. Os satélites artificiais são utilizados para diversos afins e a altitude a que são colocados depende do fim a que se destinam.

Admita que a terra é uma esfera.

A figura apresenta um esquema em que se pode observar a superfície terrestre coberta por um satélite, quando este se encontra numa certa posição.



Nesta figura:

- R é o raio, em quilómetros, da Terra;
- h é a altitude, em quilómetros, do satélite ($h > 0$);
- r é o raio, em quilómetros, da base da calote esférica cuja superfície é coberta pelo satélite ($0 < r < R$)

Sabe-se que, para cada posição do satélite, a percentagem da área da superfície terrestre coberta pelo satélite

é dada por $50 \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2} \right)$.

Qual é a percentagem da área da superfície terrestre coberta por um satélite se o raio da base da calote esférica for igual a $\frac{3}{5}$ do raio da Terra?

- (A) 20% (B) 15% (C) 10% (D) 5%

Como o raio da base da calote esférica é igual a $\frac{3}{5}$ do raio da Terra, então, $r = \frac{3}{5}R$.

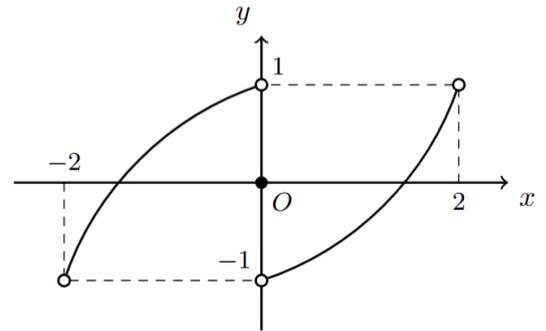
$$50 \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{\frac{3}{5}R}{R} \right)^2} \right) = 50 \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{9}{25} \right)} \right) = 50 \left(1 - \sqrt{\frac{16}{25}} \right) = 50 \left(1 - \frac{4}{5} \right) = 50 \times \frac{1}{5} = 10$$

OPÇÃO: C

Exame 2020, 2.ª fase

4. Na figura, está representado, num referencial o.n. Oxy , o gráfico de uma função f , de domínio $]-2,2[$.

Em qual das opções seguintes estão três afirmações verdadeiras acerca da função f ?



(A)

- tem três zeros;
- não tem máximos nem mínimo;
- não é par.

(B)

- tem exatamente dois zeros;
- não tem máximos nem mínimo;
- é crescente no seu domínio.

(C)

- tem máximo e tem mínimo;
- é crescente no seu domínio;
- o contradomínio é $]-1,1[$

(D)

- é par;
- tem exatamente dois zeros;
- o contradomínio é $]-1,1[$.

Por observação do gráfico, verificamos que:

- tem três zeros;
- o contradomínio é $]-1,1[$;
- não tem máximos nem mínimos;
- a função não é par, uma vez que, $f\left(\frac{1}{2}\right) < 0$ e $f\left(-\frac{1}{2}\right) > 0$, logo $f\left(\frac{1}{2}\right) \neq f\left(-\frac{1}{2}\right)$

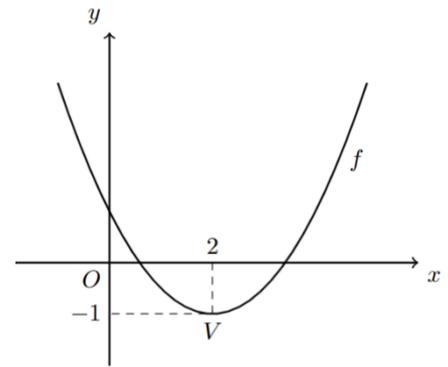
OPÇÃO: A

Teste Intermédio 10.º ano, março 2012

5. Na figura, está representada, num referencial, o.n. Oxy , parte da parábola que é o gráfico de uma função f .

Sabe-se que:

- a parábola intersesta o eixo Oy no ponto de coordenadas $(0,1)$;
- o ponto V , vértice da parábola, tem coordenadas $(2,-1)$.



Sejam g , h e j as funções, de domínio \mathbb{R} , definidas, respetivamente, por $g(x) = -f(x)$, $h(x) = f(x) + 3$ e $j(x) = f(x - 1)$.

Indique os contradomínios das funções f , g , h e j .

Nota – Não necessita de apresentar cálculos.

f :

O gráfico da parábola tem e concavidade voltada para cima e o vértice de f é $(2, -1)$

Então, $D'_f = [-1, +\infty[$

g :

$$g(x) = -f(x)$$

Então, $D'_g = -D'_f =]-\infty, 1]$

h :

$$h(x) = f(x) + 3$$

Então, $D'_h = D'_f + 3 = [-1 + 3, +\infty + 3] = [2, +\infty[$

j :

O gráfico de j é uma translação do gráfico de f associada ao vetor $\vec{v}(1,0)$, desta forma as funções têm o mesmo contradomínio.

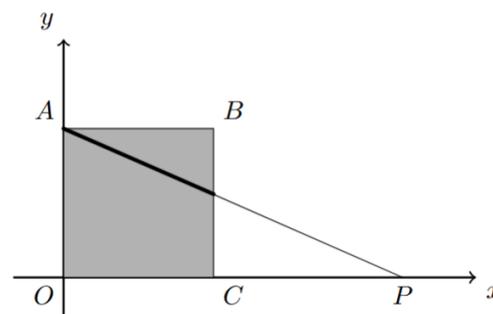
Assim, $D'_j = D'_f = [-1, +\infty[$

Teste Intermédio 10.º ano, março 2012

6. Na figura ao lado, está representado, num referencial o.n. Oxy , a sombreado, o quadrado $[OABC]$.

Os pontos A e C pertencem aos semieixos positivos Oy e Ox , respetivamente.

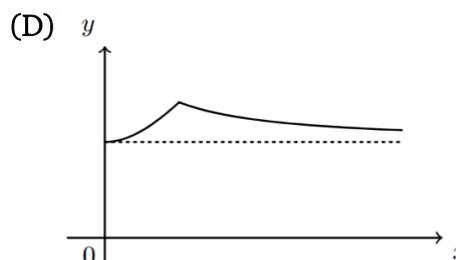
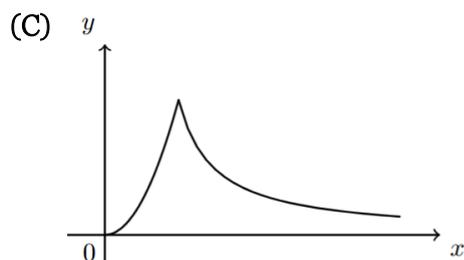
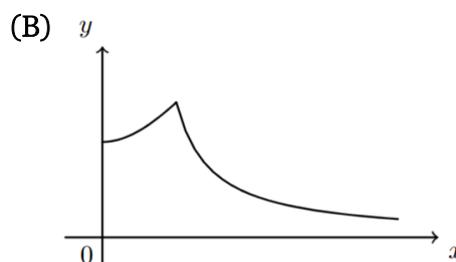
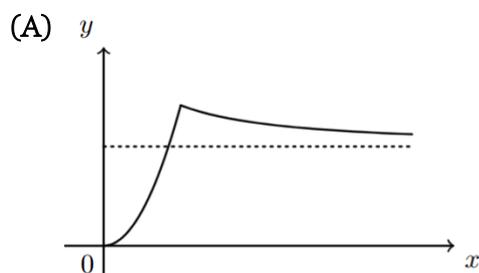
Considere que um ponto P se desloca sobre o semieixo positivo Ox , iniciando o seu movimento na origem do referencial e percorrendo todos os pontos desse semieixo.



Para cada posição do ponto P , considere o segmento de reta que é a interseção da reta AP com o quadrado $[OABC]$.

Seja f a função que, à abscissa x do ponto P , faz corresponder o comprimento do referido segmento.

Qual dos gráficos seguintes pode ser o gráfico da função f ?



Por observação da figura podemos observar que, quando o valor de x , está próximo de zero, o valor de \overline{AP} é ligeiramente superior a \overline{OA} , e que vai aumentando até x coincidir com a abscissa do ponto C , como a diagonal do quadrado é o maior segmento de reta, verificamos que $\overline{AP} = \overline{AC}$ é o máximo absoluto da função f , e que depois à medida que o ponto P se desloca para o infinito, o segmento de reta \overline{AP} vai-se aproximando do valor de \overline{AB} que é igual a \overline{OA} .

Assim, o valor de \overline{AP} nunca poderá ser zero, logo (A) e (C) estão excluídos.

Como o valor de \overline{AP} tende a ficar com valores próximos de \overline{OA} , à medida que P vai para o infinito o gráfico correto é o (D).

OPÇÃO: D

Teste Intermédio 12.º ano, março 2012

7. Na figura ao lado, está representada uma roda gigante de um parque de diversões.

Um grupo de amigos foi andar nessa roda.

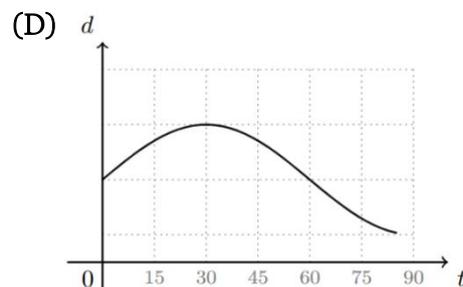
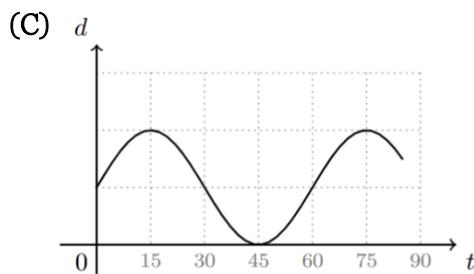
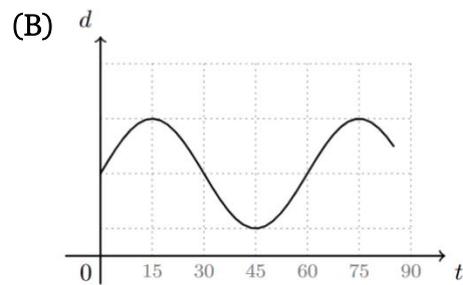
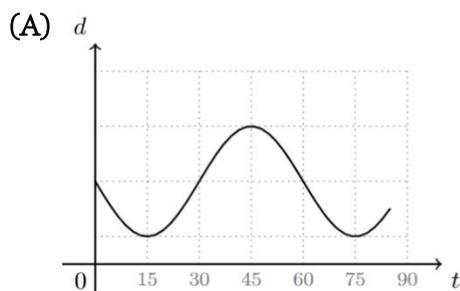
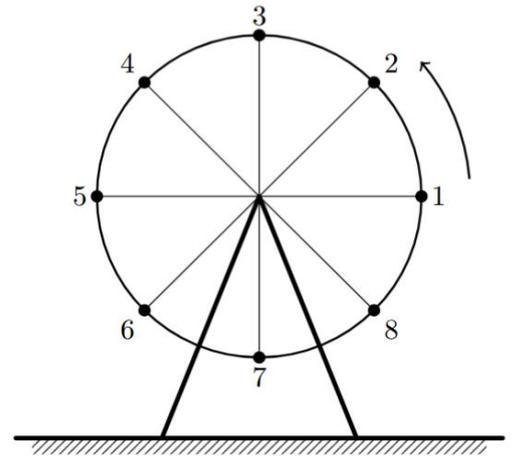
Depois de todos estarem sentados nas cadeiras, a roda começou a girar.

Uma das raparigas, a Beatriz, ficou sentada na cadeira número 1, que estava na posição indicada na figura, quando a roda começou a girar.

A roda gira no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio e demora um minuto a dar uma volta completa.

Seja d a função que dá a distância da cadeira 1 ao solo, t segundos após a roda ter começado a girar.

Em qual das opções seguintes pode estar representada parte do gráfico da função d ?



Por observação do gráfico quando a roda começa a girar a distância da cadeira 1 até esta atingir a posição 3 e que demora 15 segundos, vai aumentando, o que exclui (A), atingindo um máximo nessa posição, depois entre os 15 segundos e os 45 segundos a cadeira vai descendo, o que exclui (D), nunca atingindo o solo, o que exclui (C), sendo que aos 30 segundos a distância ao solo é igual ao momento de partida, logo o gráfico da opção (B), é o que verifica as condições do enunciado.

OPÇÃO: B

Teste Intermédio 10.º ano, maio 2011

8. Uma piscina tem a forma de um paralelepípedo retângulo. Essa piscina tem 10 m de comprimento e 6 m de largura.

Num certo dia, às 9 horas da manhã, Começou a encher-se a piscina, que estava vazia.

A altura, h , em metros, da água na piscina, t horas depois das 9 horas desse dia, é dada por $h(t) = 0,3t$.

A piscina esteve encher ininterruptamente até às 14 horas desse dia.

Quantos litros de água havia na piscina às 14 horas?

- (A) 72 000 (B) 78 000 (C) 84 000 (D) 90 000

A piscina esteve a encher durante $14 - 9 = 5$ horas.

$$V_{\text{Piscina}}(t) = A_{\text{base}} \times h(t) = 10 \times 6 \times 0,3 \times 5 = 90 \text{ m}^3$$

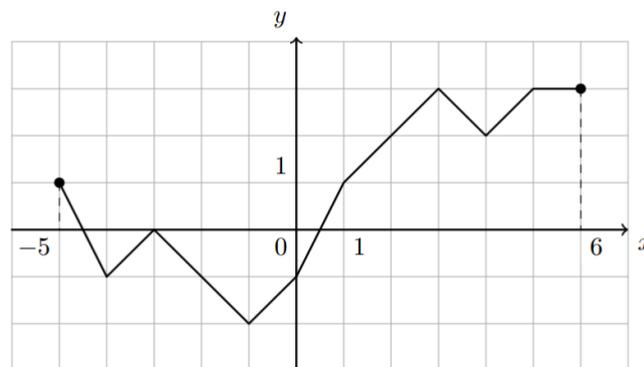
$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ litro}$$

$$90 \text{ m}^3 = 90000 \text{ dm}^3 \text{ e } 90000 \text{ dm}^3 = 90000 \text{ Litros}$$

OPÇÃO: D

Teste Intermédio 10.º ano, maio 2011

9. Na figura seguinte, está representado, num referencial o.n. Oxy , o gráfico de uma função f de domínio $[-5,6]$



- 9.1. Qual é o contradomínio de f ?

$$D'_f = [-2, 3]$$

- 9.2. Indique todos os números reais cujas imagens, por meio de f , são iguais a -1 .

$$C.S. = \{-4, -2, 0\}$$

- 9.3. Indique o conjunto solução da condição $f(x) > 2$

Apresente a sua resposta na forma de união de intervalos de números reais.

$$f(x) > 2 \Leftrightarrow x \in]2, 4[\cup]4, 6]$$

Teste Intermédio 10.º ano, maio 2011

10. Seja g uma função contínua, de domínio IR .

Qual dos seguintes conjuntos não pode ser o contradomínio da função g ?

- (A) $]0,2[$ (B) IR (C) IR^- (D) $IR \setminus \{0\}$

(A) a função pode por exemplo ser periódica, ser crescente ou decrescente entre $]0,2[$

(B) por exemplo $y = x$, bissetriz dos quadrantes ímpares, tem domínio e contradomínio IR

(C) a função pode ser crescente ou decrescente em IR^- e no infinito \pm aproximar-se de zero sem nunca chegar a zero, tender para zero.

(D) esta opção não é possível porque a função é contínua em IR e como o contradomínio é $IR \setminus \{0\}$, a função não pode ser contínua nestas condições.

OPÇÃO: D

Teste Intermédio 12.º ano, maio 2010

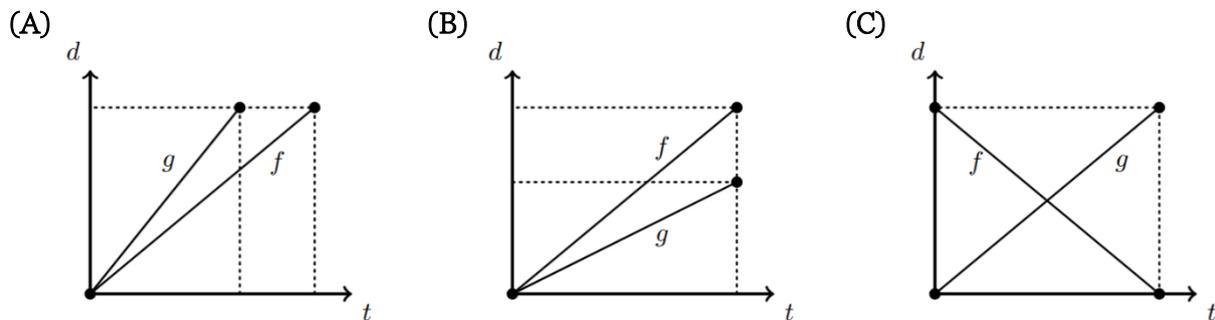
11. A Fernanda e a Gabriela são duas irmãs que frequentam a mesma escola. Certo dia, a Fernanda está em casa e a Gabriela está na escola. Num certo instante, a Fernanda sai de casa e vai para a escola e, no mesmo instante, a Gabriela sai da escola e vai para casa. Há um único caminho que liga a casa e a escola. Ambas fazem o percurso a pé e cada uma delas caminha a uma velocidade constante.

Seja f a função que dá, em metros, a distância percorrida pela Fernanda, t minutos depois de ter saído de casa (a contagem do tempo tem início quando a Fernanda sai de casa e termina quando ela chega à escola).

Seja g a função que dá, em metros, a distância percorrida pela Gabriela, t minutos depois de ter saído da escola (a contagem do tempo tem início quando a Gabriela sai da escola e termina quando ela chega a casa).

Indique em qual das opções seguintes podem estar representadas graficamente as funções f e g .

Numa pequena composição, apresente, para cada uma das outras duas opções uma razão pela qual a rejeita.



A opção (A) é a única em que podem estar representadas graficamente as funções f e g , porque representam duas deslocações de distâncias iguais (as irmãs moram na mesma casa, e como só existe um caminho a distância é igual para as duas), as velocidades de ambas são constantes mas não necessariamente iguais, logo o declive das retas é diferente, e assim o tempo despendido também é diferente.

Em relação à opção (B) os gráficos f e g mostram que o tempo despendido é igual, mas a distância não, o que contraria a descrição do enunciado.

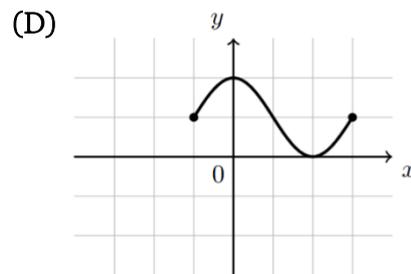
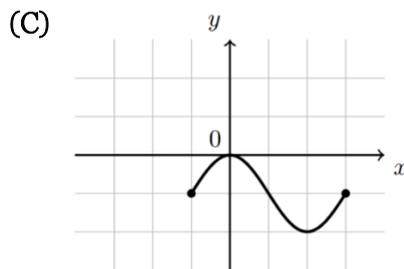
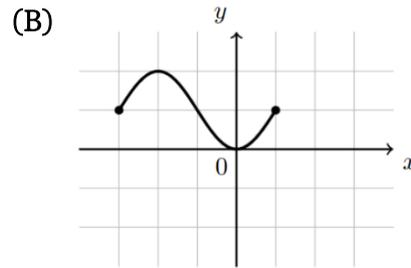
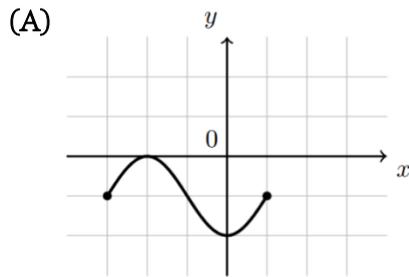
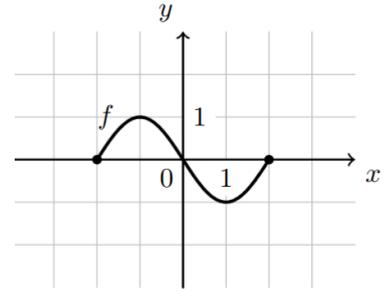
Em relação à opção (C) gráfico f que representa a distância percorrida pela Fernanda em vez de aumentar diminui, logo não pode representar a situação descrita.

Teste Intermédio 10.º ano, maio 2010

12. Seja f a função cujo gráfico está representado na figura ao lado.

Seja h a função definida por $h(x) = f(x-1) + 1$.

Em qual das opções seguintes pode estar representado o gráfico da função h ?



O gráfico de $h(x) = f(x-1) + 1$ é uma translação horizontal associada ao vetor $\vec{v}(1,0)$ seguida de uma translação vertical associada ao vetor $\vec{u}(0,1)$

OPÇÃO: D

Teste Intermédio 10.º ano, maio 2010

13. Considere o ponto $A(1,1)$, representado na figura ao lado.

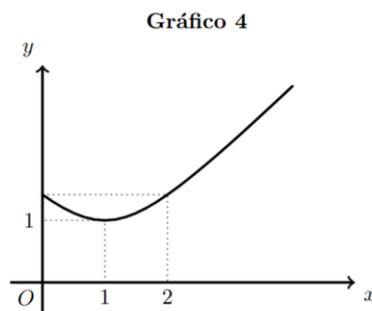
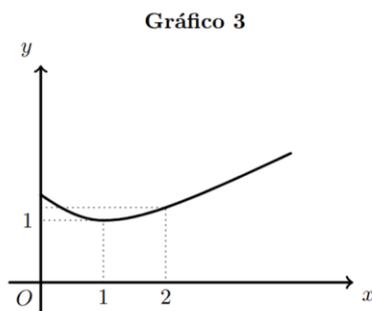
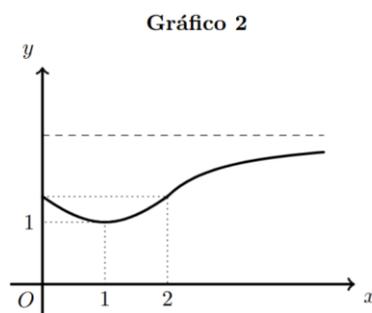
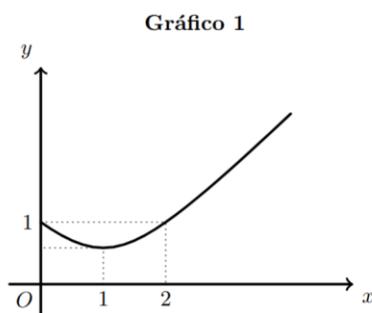
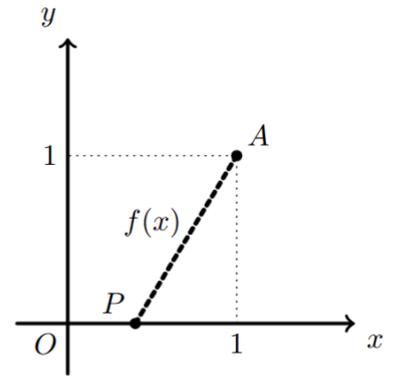
Admita que um ponto, P , parte da origem O do referencial e se desloca ao longo do semieixo positivo.

Para cada posição do ponto P , seja x a abscissa de P .

Seja f a função que, a cada valor de x , faz corresponder a distância do ponto P ao ponto A .

Apenas um dos seguintes gráficos pode representar a função f .

Numa pequena composição, explique por que razão cada um dos outros três gráficos não pode representar a função f .



O ponto vai estar à mesma distância do ponto A quando $x=0$ e $x=2$, $f(0)=\sqrt{2}=f(2)$.

logo o gráfico 1 não pode representar a função porque $f(0)=1$

O gráfico 2 também não corresponde à função f porque a distância vai aumentando à medida que o ponto P se vai afastando da origem.

O gráfico 3 não corresponde porque $x=0$ e $x=2$, $f(0)=\sqrt{2}=f(2)$ e no gráfico 3 $f(0) \neq f(2)$.

Assim, de todas as opções a única que satisfaz as condições do enunciado é o gráfico 4.

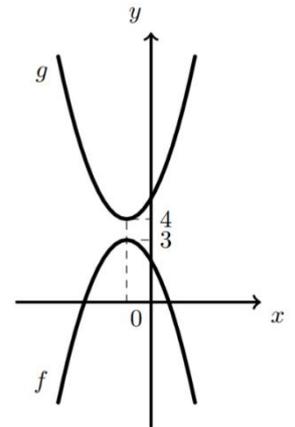
Exame 2009, época especial

14. Na figura ao lado estão representadas, num referencial o.n. Oxy , duas parábolas geometricamente iguais, que são os gráficos de duas funções quadráticas, f e g .

Os vértices das duas parábolas têm a mesma abcissa.

A ordenada de um dos vértices é igual a 3 e a ordenada do outro vértice é igual a 4.

Qual das expressões seguintes define a função g ?



- (A) $-f(x)+7$ (B) $-f(x)+1$ (C) $-(f(x)+1)$ (D) $-(f(x)+7)$

O gráfico de g é simétrico a f relativamente ao eixo Ox . Como a ordenada de f é 3 a ordenada de $-f$ é -3 .

Como a ordenada de g é 4, se associarmos uma translação vertical, $\vec{v}(0,7)$ ficamos com $-3+7=4$.

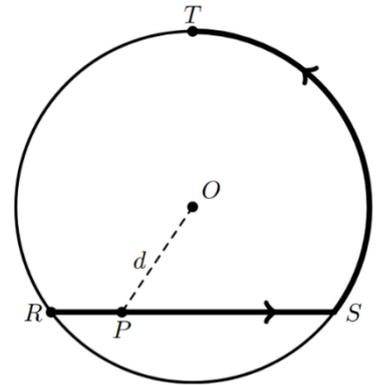
Assim, $g(x)=-f(x)+7$

OPÇÃO: A

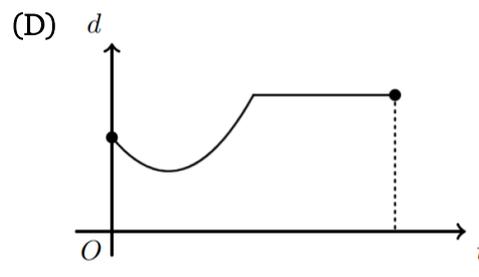
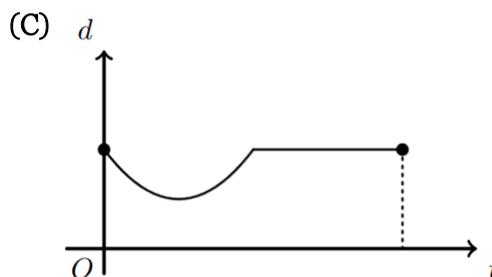
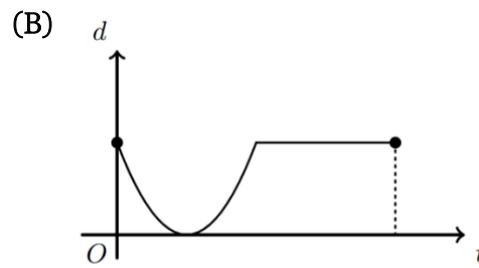
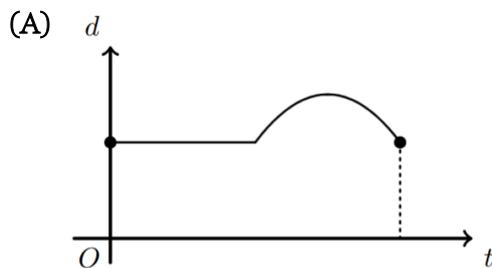
Teste Intermédio 10.º ano, maio 2009

15. Na figura ao lado está representada uma circunferência de centro O e que contém os pontos R , S e T .

Um ponto P desloca-se ao longo do trajeto que a figura sugere: P inicia o percurso em R e termina-o em T , percorrendo, sucessivamente e sem parar, a corda $[RS]$ e o arco ST . Para cada posição do ponto P , seja t o tempo decorrido desde o início do percurso e seja d a distância do ponto P ao ponto O .



Apenas um dos gráficos a seguir representados pode relacionar corretamente as variáveis t e d .

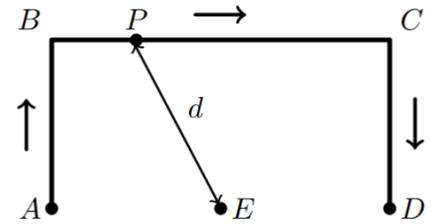


Numa pequena composição, indique gráfico que pode relacionar corretamente as variáveis t e d e apresente, para cada um dos gráficos rejeitados, uma razão pela qual o considerou incorreto.

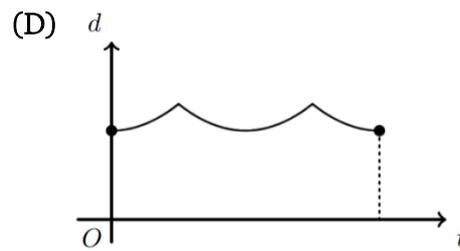
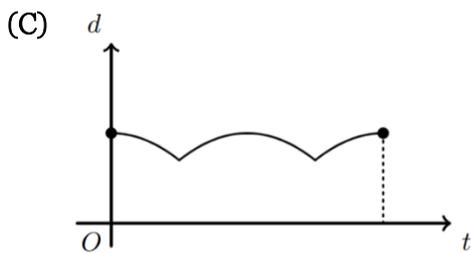
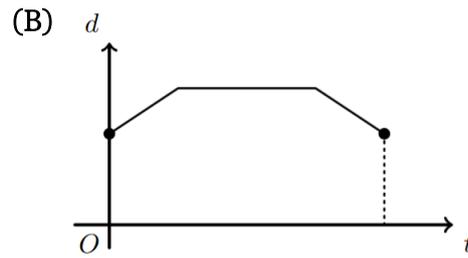
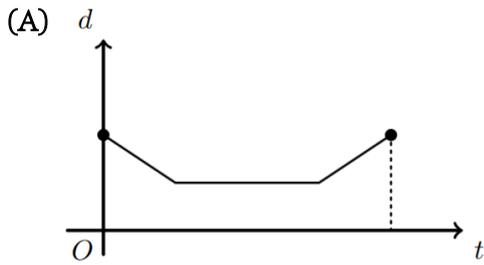
Como se pode observar pelo gráfico, à medida que o tempo vai decorrendo o ponto P , começa por deslocar-se na corda $[RS]$, atingindo a sua distância mínima quando a projeção ortogonal de O coincide com P , voltando a aumentar até ao ponto S e $\overline{OR} = \overline{OS}$, sendo que até ao ponto T a distância é constante (igual ao raio). Portanto o gráfico que verifica as condições enunciadas é o (C).

- (A) Não pode ser porque o ponto P começa por deslocar-se na corda e a distância vai aumentando até o ponto P coincidir com a projeção ortogonal de O na corda.
- (B) Não pode ser porque o ponto P nunca coincide com o ponto O .
- (C) Não pode ser porque o R e S estão à mesma distância de O .

16. Na figura ao lado está representado o trajeto de um ponto P .
 O ponto iniciou o seu percurso em A e só parou em D , tendo passado por B e por C .
 Para cada posição do ponto P , seja t o tempo decorrido desde o início do percurso e seja d a distância do ponto P ao ponto E .



Qual dos gráficos seguintes pode relacionar corretamente as variáveis t e d ?



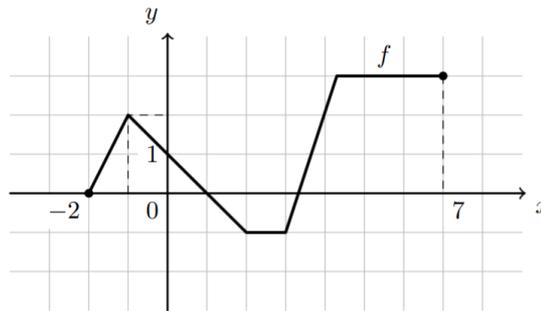
Observando a figura podemos verificar que o percurso do ponto P começa em A e vai aumentando até atingir um máximo no ponto B e depois diminui até atingir um mínimo quando o ponto P coincide com a projeção ortogonal do ponto E no segmento de reta $[BC]$, voltando depois a aumentar até voltar a atingir um máximo quando coincide com C , voltando a diminuir até chegar a D .

Logo o único gráfico que corresponde à descrição é o D .

OPÇÃO: D

Teste Intermédio 10.º ano, janeiro 2009

17. Na figura está representado, num referencial o.n. Oxy , o gráfico de uma função f , de domínio $[-2,7]$.



Indique o conjunto solução da condição $f(x) < 2$. Apresente a sua resposta na forma de união de intervalos de números reais.

Por observação do gráfico.

$$f(x) < 2 \Leftrightarrow x \in [-2, -1[\cup]-1, -4[$$

Teste Intermédio 10.º ano, janeiro 2009

18. Seja f uma função de domínio \mathbb{R} .

Sabe-se que 3 é um zero da função f .

Seja g a função definida por $g(x) = f(x-1) + 4$, para qualquer número real de x .

Qual dos seguintes pontos pertence garantidamente ao gráfico da função g ?

- (A) (2,4) (B) (4,4) (C) (4,8) (D) (1,7)

Como 3 é um zero de f então $f(3) = 0$

$$\text{Como, } f(3) = f(4-1)$$

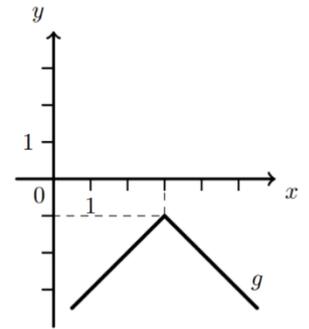
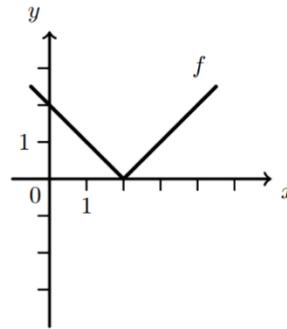
$$g(4) = f(4-1) + 4 = f(3) + 4 = 0 + 4 = 4$$

Logo, (4,4) é ponto de g

OPÇÃO: B

Exame 2007, 1.ª fase

19. Na figura da esquerda está representada graficamente a função f .
 Na figura da direita está representada graficamente a função g .
 Qual das igualdades seguintes é verdadeira?



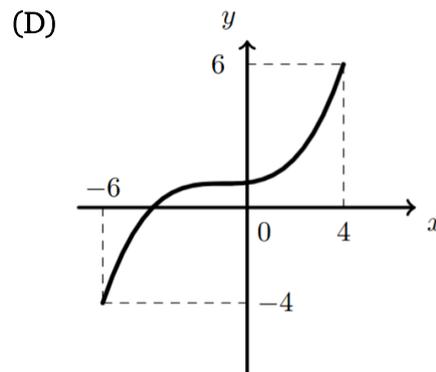
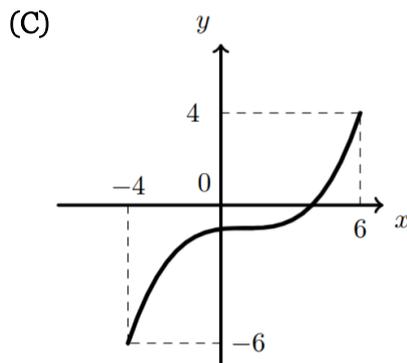
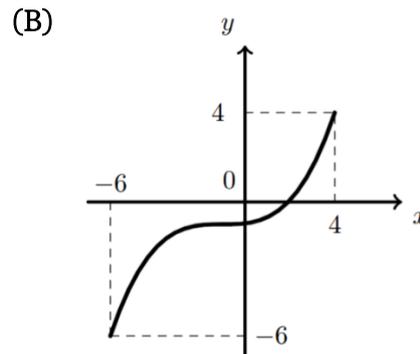
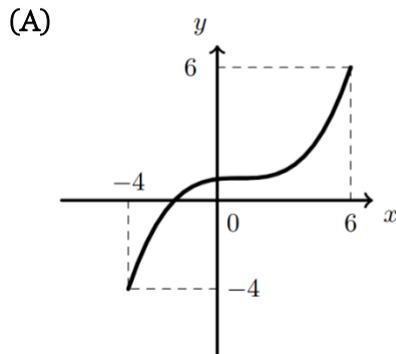
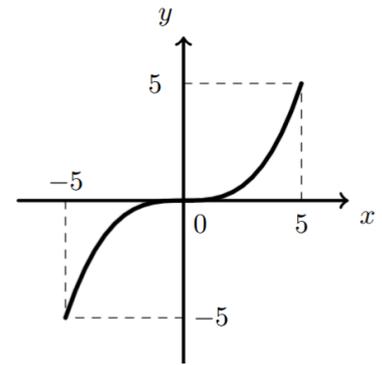
- (A) $g(x) = -f(x+1) - 1$ (B) $g(x) = f(x-1) + 1$
 (C) $g(x) = f(x+1) - 1$ (D) $g(x) = -f(x-1) - 1$

Por observação dos gráficos verificamos que g é simétrico de f relativamente ao eixo das abcissas Ox , $-f$, associada a uma translação horizontal, $\vec{v}(1,0)$, $-f(x-1)$ e depois associada a uma translação vertical, $\vec{u}(0,-1)$, $-f(x-1)-1$.

OPÇÃO: D

Teste Intermédio 10.º ano, maio 2006

20. Considere a função f de domínio $[-5,5]$ e contradomínio $[-5,5]$ representada graficamente na figura ao lado.
Qual dos seguintes gráficos pode ser o da função g representada por $g(x)=1+f(x+1)$?

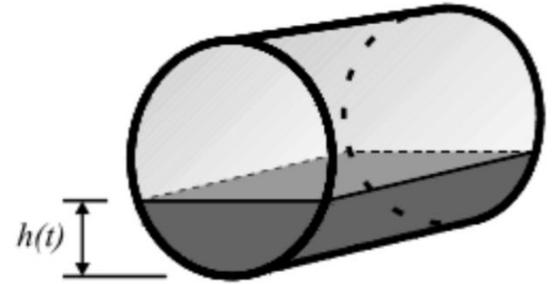


$g(x)=1+f(x+1)$ é uma translação horizontal $\vec{v}(-1,0)$, seguida de uma translação vertical $\vec{u}(0,1)$

OPÇÃO: D

Exame 2005, 2.ª fase

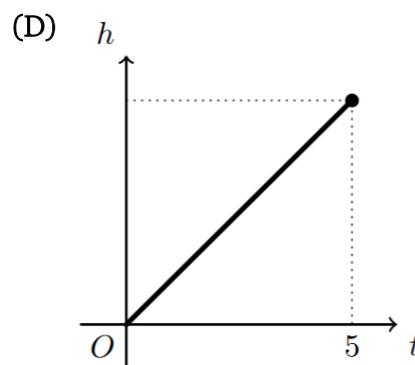
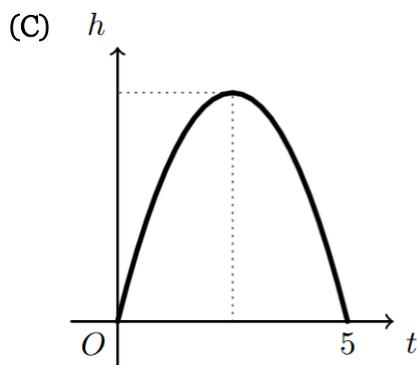
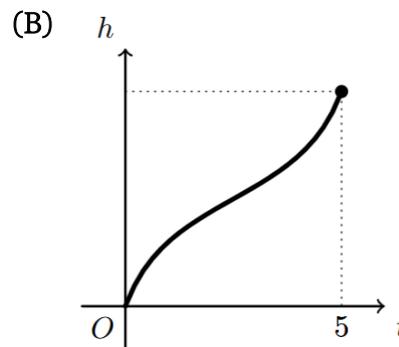
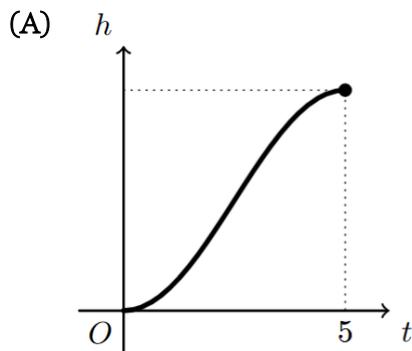
21. A figura ao lado representa um depósito de forma cilíndrica, que contém um certo volume de um combustível. Admita agora que o depósito está vazio e que, num certo instante, se começa a introduzir combustível a uma taxa constante, até ficar cheio, o que acontece ao fim de cinco horas.



Seja $h(t)$ a altura do combustível no depósito, t horas após o instante em que começa a ser introduzido.

Qual dos gráficos seguintes pode ser o da função h ?

Numa pequena composição, indique as razões que o levam a rejeitar os restantes gráficos (indique três razões, uma por cada gráfico rejeitado).



O combustível é colocado no depósito e não é retirado, logo a altura aumenta com o tempo, pelo que o gráfico (C) não representa função h .

Apesar da taxa de introdução do combustível no depósito ser constante a variação da altura não é constante logo gráfico (D) não representa a função h .

Observando a figura constatamos que o enchimento do depósito é mais rápido no início e no fim, e mais lento quando está perto do centro das bases, pelo que o gráfico (A) não representa a função h , e mais lento quando está perto do centro das bases do cilindro, o que não se verifica no gráfico (A).

Assim, o único gráfico que corresponde às condições do enunciado é o (B).

OPÇÃO: B

22. De uma função f , de domínio $[-4,5]$, e contínua em todo o domínio, sabe-se que:

- $f(-4)=6$; $f(2)=-1$; $f(5)=1$;
- f é estritamente decrescente no intervalo $[-4,2]$;
- f é estritamente crescente no intervalo $[2,5]$.

Quantas soluções tem a equação $f(x)=0$?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

f é contínua em $[-4,5]$

Como $f(-4)=6$, $f(2)=-1$ e f é estritamente decrescente em $[-4,2]$, então f tem que, necessariamente, passar pelo eixo das abcissas uma única vez.

Como $f(2)=-1$, $f(5)=1$ e f é estritamente crescente em $[2,5]$, então f tem que, necessariamente, passar pelo eixos das abcissas.

Assim, $f(x)=0$, tem duas soluções em $[-4,5]$

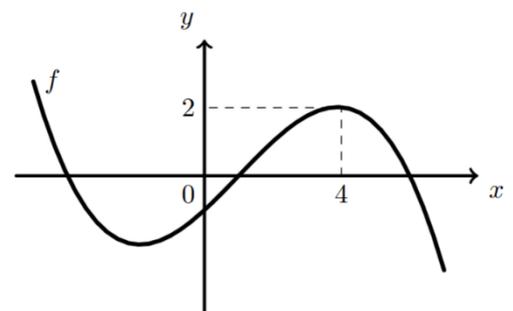
OPÇÃO: C

Exame 2003, 2.ª fase

23. Na figura ao lado está representada parte do gráfico de uma função f , polinomial do terceiro grau.

2 é um máximo relativo da função f .

Seja g a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $g(x)=f(x)-2$



Quantos zeros tem a função g ?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

Sabemos que o gráfico g é uma translação vertical de f associada ao vetor $\vec{v}(0,-2)$

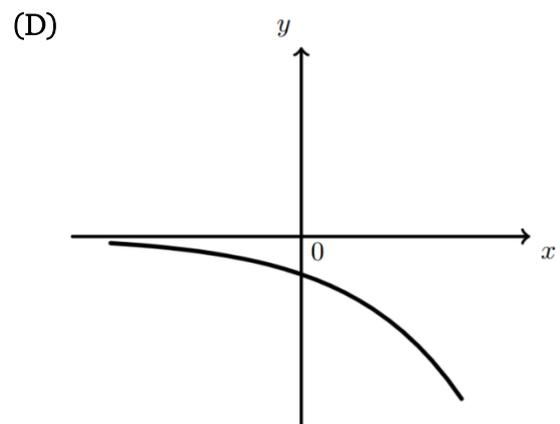
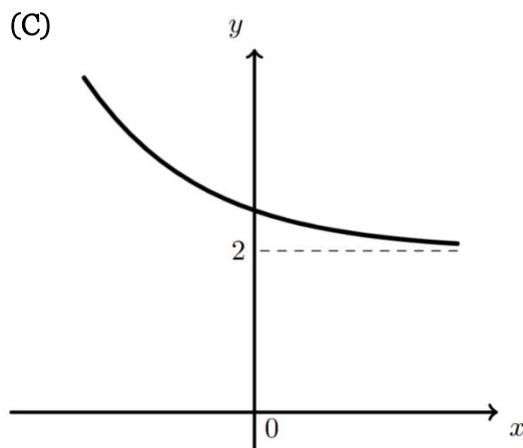
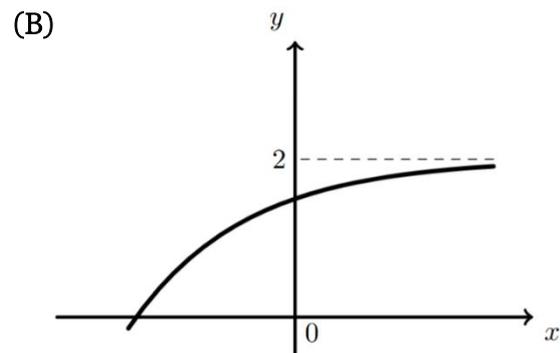
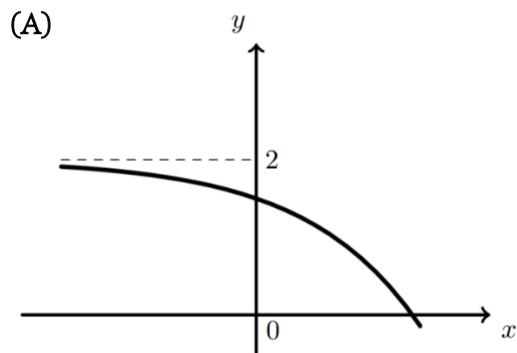
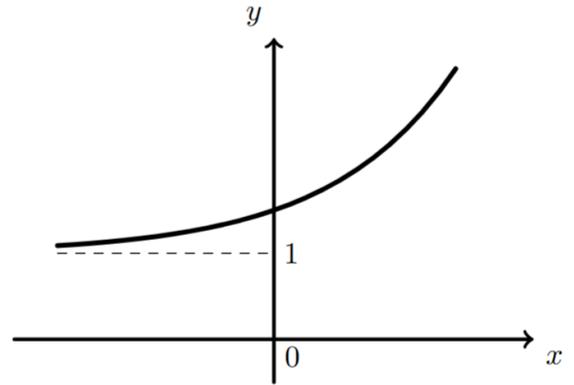
Assim, $g(4)=f(4)-2=2-2=0$, logo g tem dois zeros.

OPÇÃO: B

Exame 2001, 1.ª fase – 2.ª chamada

24. Na figura ao lado está parte da representação gráfica de uma certa função g , de domínio \mathbb{R} .

Em qual das figuras seguintes está parte da representação gráfica da função h , definida em \mathbb{R} por $h(x) = -g(x) + 1$?



$-g(x)$ é simétrico ao gráfico de g em relação ao eixo das abcissas Ox , o que exclui (B) e (C)
 $h(x) = -g(x) + 1$ é uma translação vertical de $-g(x)$ associada ao vetor $\vec{v}(0,1)$

OPÇÃO: D

Exame 2001, prova modelo

