**1.** Para qual das funções se tem: $\forall x \in \left]\frac{\pi}{2}, \pi\right[, h'(x) > 0$

**(A)** $h(x) = senx + cosx$

**(B)** $h(x) = senx - cosx$

**(C)** $h(x) = cosx - senx$

**(D)** $h(x) = -senx - cosx$

**2.** Calcule o valor dos seguintes limites:

**2.1.** $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \dfrac{x - \frac{\pi}{2}}{\sin\left(\frac{2x-\pi}{2}\right)}$

**2.2.** $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\operatorname{tg}(2x)}{\frac{x}{3}}$

**2.3.** $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\operatorname{sen}(3x)\cos(2x) - \sin(2x)\cos(3x)}{\frac{x}{4}}$

**3.** Considere a função $f$, real de variável real, definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x - \sin(4x)}{3x} & se \quad x < 0 \\ \dfrac{5x-3}{x+1} - \dfrac{1}{2} & se \quad x \geq 0 \end{cases}$$

**3.1.** Estude a continuidade da função no ponto $x = 0$.

**3.2.** Mostre que a equação $f(x) = 0$ é possível no intervalo $\left[-\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{6}\right]$.

**4.** Estude os intervalos de monotonia e a existência de extremos de cada função.

**4.1.** $f(x) = x - \cos(2x)$ em $[0, \pi]$.

**4.2.** $f(x) = x - \sin(2x)$ em $[0, \pi]$.

**5.** De uma função *f*, de domínio $[-\pi, \pi]$, sabe-se que a sua derivada $f'$ está definida igualmente no intervalo $[-\pi, \pi]$ e é dada por $f'(x) = x + 2\cos x$. Utilize métodos exclusivamente analíticos para estudar a função *f* quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e determine as abcissas dos pontos de inflexão.

**6.** Considere a função $f$, real de variável real, definida por:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\cos(2x-2\pi)}{x-\pi} & se \quad x<\pi\\ \dfrac{1}{2\pi} & se \quad x=\pi\\ \dfrac{\sin(\pi-x)}{\pi^2-x^2} & se \quad x>\pi\end{cases}$$

Estude a continuidade da função $f$.

**7.** Considere a função $f$, de domínio $\left]-\pi,+\infty\right[$, definida por:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x}{sen(x)} & se \quad -\pi<x<0\\ 2 & se \quad x=0\\ 1-\dfrac{2}{x^2} & se \quad x>0\end{cases}$$

**7.1.** Estude a função $f$ quanto à existência de assíntotas paralelas aos eixos coordenados e escreva uma equação para cada assíntota encontrada.

**7.2.** Mostre que a equação $f(x)-\sqrt{7}=0$ tem pelo menos uma solução no intervalo $\left]-2,-1\right[$.

**8.** Seja $f$, a função real de variável real, definida por

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{ksen(2x)}{x^2-2x} & se \quad x<0\\ 2e^{-2} & se \quad x=0\,,\\ \dfrac{x^2+2x}{e^{x+2}-e^2} & se \quad x>0\end{cases} \qquad k\in\mathbb{R}^-$$

**9.1.** Averigue se existe algum $k\in\mathbb{R}^-$, para o qual a função $f$ é contínua no ponto de abcissa $x=0$.

**9.2.** O gráfico da função $f$ tem uma assíntota horizontal para $x\to+\infty$.

Determine uma equação dessa assíntota.

**10.** Considere a função $f$, de domínio $\left]\frac{\pi}{4},\pi\right[\setminus\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$, definida por $f(x)=\frac{sen(4x)sen(2x)-sen^2(2x)}{cos(4x)-1}$

**10.1.** Mostre que $f(x)=\frac{1}{2}-cos(2x)$

**10.2.** Determine a equação da reta tangente ao gráfico da função $f$, no ponto de abcissa $x=\frac{\pi}{3}$.

**10.3.** Considere a função $g(x)=f(x)+x$. Estude a função $g$ quanto à monotonia e à existência de extremos relativos, no intervalo $\left]\frac{\pi}{2},\pi\right[$.

Na sua resposta, deve indicar o(s) intervalo(s) de monotonia e, caso existam, os valores de $x$ para os quais a função $f$ tem extremos relativos.