FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS 3 TGN

1. Mostre que:

1.1. $\dfrac{\cos x}{\cos x - sen x} = \dfrac{\cos x(\cos x - sen x)}{1 - sen(2x)}$.

1.2. $\dfrac{\cos(2x) + 1 + \cos^2 x}{\cos x} = 3\cos x$.

1.3. $sen(2x) = \dfrac{2\tan(x)}{1+\tan^2(x)}$, para $x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z$.

1.4. $\cos(6x) + sen^4(3x) = \cos^4(3x)$.

2. Resolva, em IR, as equações que se seguem:

2.1. $\cos^2 x - sen^2 x = \dfrac{1}{2}$.

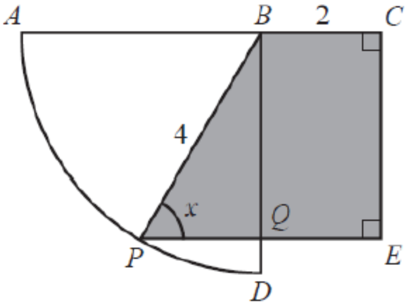
2.2. $\cos x - \sqrt{3} sen x = \sqrt{2}$

2.3. $\cos(2x) - 11\cos x + 6 = 0$

3. Considere a função g, definida em $\left[-\pi, \dfrac{\pi}{2}\right]$ por $g(x) = cos(2x) - 2\,sen\,x$.

Seja $\alpha \in \left]-\pi, 0\right[$ tal que $cos\,\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$. Determine o valor exato de $g(\alpha)$.

4. Relativamente à figura, sabe-se que:



- O ponto B pertence ao segmento de reta $[AC]$;
- Os pontos A e D pertencem à circunferência que tem centro no ponto B e raio igual a 4;
- O segmento de reta $[BD]$ é perpendicular ao segmento de reta $[AC]$;
- $\overline{BC} = 2$.

Admita que um ponto P se desloca ao longo do arco AD, nunca coincidindo com A nem com D, e que um ponto E acompanha o movimento do ponto P de forma que o quadrilátero $[PBCE]$ seja um trapézio retângulo.

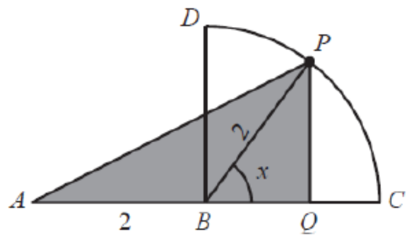
O ponto Q é a interseção do segmento de reta $[PE]$ com o segmento de reta $[BD]$.

Para cada posição do ponto P, seja x a amplitude do ângulo EPB e seja $S(x)$ a área do trapézio $[PBCE]$.

Mostre que $S(x) = 8 sen x + 4 sen(2x)$ $\quad \left(x \in \left]0, \dfrac{\pi}{2}\right[\right)$

5. Relativamente à figura, ao lado representada, sabe-se que:

- O segmento de reta *[AC]* tem comprimento 4;
- O ponto *B* é o ponto médio de *[AC]*;
- O segmento de reta *[BD]* é perpendicular a *[AC]*;
- O arco de circunferência *CD* tem centro em *B*.



Admita que um ponto *P* se desloca ao longo do arco *CD*, nunca coincidindo com *C* nem com *D*, e que um ponto *Q* se desloca ao longo do segmento de reta *[BC]* de tal forma que *[PQ]* é sempre perpendicular a *[BC]*.

Para cada posição do ponto *P*, seja x a amplitude, em radianos, do ângulo *CBP* e seja $A(x)$ a área do triângulo $[APQ]$.

Mostre que $A(x) = 2sen x + sen(2x)$ $\quad \left(x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[\right)$

6. Considere a função real de variável real f definida por: $f(x) = x sen x + \cos x$.

Recorrendo ao Teorema de Bolzano-Cauchy, ou ao seu corolário, mostre que:

6.1. A equação $f(x) = x^2$ é possível no intervalo $\left]-\pi, \pi\right[$;

6.2. A função f tem, pelo menos, um zero no intervalo $\left]-\frac{\pi}{2}, \pi\right[$.