Funções Trigonométricas 2 - Resolução

1. O ponteiro das horas de um relógio rodou 1890º desde o dia 1 de janeiro às 12 horas até ao momento em que parou. O ponteiro dos minutos, quer no início quer no momento de paragem, apontava o 12. Então, o relógio parou:

(A) no dia 3 de janeiro às 24 horas

(B) no dia 3 de janeiro às 15 horas

(C) no dia 4 de janeiro às 3 horas

(D) no dia 5 de janeiro às 12 horas

$1890^\circ : 360^\circ = 5,25$

1 dia corresponde a duas voltas

Assim 5 voltas correspondem a dois dias e meio

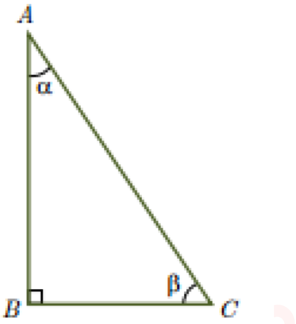
0,25 de uma volta corresponde ao ângulo de 90°

1 volta são 12 horas, logo 0,25 de uma volta corresponde a $\frac{12}{4} = 3$ horas

Logo a resposta é Dia 4 de janeiro às 3 horas

$\boxed{C}$

2. Na figura está representado um triângulo $[ABC]$ retângulo em B. Sejam α e β as amplitudes dos dois ângulos agudos do triângulo. Qual das igualdades seguintes é verdadeira?



(A) $\cos\alpha = \dfrac{1}{\cos\beta}$ **(B)** $\dfrac{\cos^2\alpha}{\cos^2\beta} = 1$

(C) $\cos\alpha + \cos\beta = 1$ **(D)** $\cos^2\alpha + \cos^2\beta = 1$

Sabemos que $\cos\alpha = \operatorname{sen}\beta$ e $\operatorname{sen}\alpha = \cos\beta$

Portanto $\operatorname{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

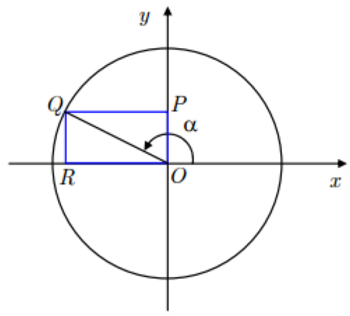
Logo $\cos^2\beta + \cos^2\alpha = 1$

$\boxed{D}$

3. Considere o retângulo $[OPQR]$ representado na circunferência trigonométrica da figura.

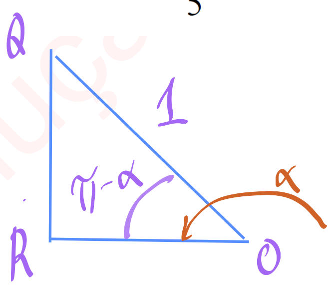
Sabe-se que:

- O lado $[OP]$ pertence ao semieixo positivo Oy;
- O lado $[OR]$ pertence ao semieixo negativo Ox;
- $\overline{OR} = 2\overline{OP}$;
- α é a extremidade do ângulo cujo lado origem é o semieixo positivo Ox e cujo lado extremidade é a semirreta $\dot{O}Q$.



Qual é o valor de $\cos\alpha$?

(A) $-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ **(B)** $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ **(C)** $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ **(D)** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$



$\overline{OR} = 2\overline{OP}$

$\overline{QR} = \overline{OP}$

$\tan(\pi-\alpha) = \dfrac{\overline{QR}}{\overline{OR}}$

$\Leftrightarrow \tan(\pi-\alpha) = \dfrac{\cancel{\overline{OP}}}{2\cancel{\overline{OP}}}$

$\Leftrightarrow \tan(\pi-\alpha) = \dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow -\tan(\alpha) = \dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \tan(\alpha) = -\dfrac{1}{2}$

$1 + \tan^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 1 + \left(-\dfrac{1}{2}\right)^2 = \dfrac{1}{\cos^2\alpha} \Leftrightarrow 1 + \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{\cos^2\alpha} \Leftrightarrow$

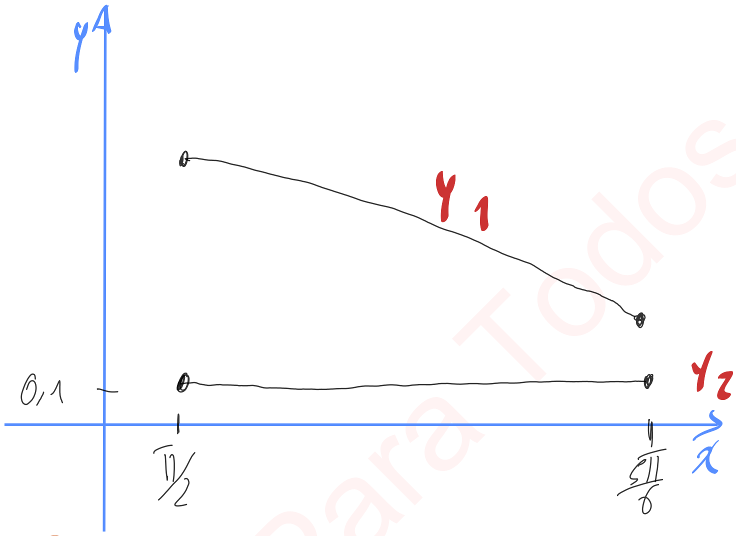
$\Leftrightarrow \dfrac{1}{\cos^2\alpha} = \dfrac{5}{4} \Leftrightarrow \cos^2\alpha = \dfrac{4}{5} \Leftrightarrow \cos\alpha = \pm\sqrt{\dfrac{4}{5}} \Leftrightarrow \cos\alpha = \pm\dfrac{2}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \cos\alpha = \pm\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$, como $\alpha \in 3^oQ$, $\cos\alpha = -\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ A

4. Em qual dos intervalos seguintes a equação $senx = 0{,}1$, não tem solução?

(A) $[2\pi, 3\pi]$ **(B)** $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}\right]$ **(C)** $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ **(D)** $\left[\frac{5\pi}{6}, \pi\right]$

$$\underbrace{\operatorname{sen} x}_{y_1} = \underbrace{0{,}1}_{y_2}$$



Recorrendo à calculadora gráfica

$\left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}\right]$

B

5. Dois ângulos representados no circunferência trigonométrica têm amplitudes designadas por α e β que satisfazem a condição:

$$\alpha \in \left]2\pi, \frac{5\pi}{2}\right[\wedge \sin\beta \times tg\alpha < 0 \wedge \frac{\cos\beta}{tg\alpha} > 0$$

Pode concluir-se que o lado extremidade de β pertence ao:

(A) 4º quadrante **(B)** 3º quadrante **(C)** 2º quadrante **(D)** 1º quadrante

$\alpha \in \left]2\pi, \frac{5\pi}{2}\right[$ $\quad \operatorname{sen}\beta \tan\alpha < 0 \ \wedge \ \frac{\cos\beta}{\tan\alpha} > 0$

Como $\alpha \in \left]2\pi, \frac{5\pi}{2}\right[$ então $\alpha \in 1^o Q$, logo $\tan\alpha > 0$

Como $\operatorname{sen}\beta \underbrace{\tan\alpha}_{>0} < 0$ então $\operatorname{sen}\beta < 0$

$\frac{\cos\beta}{\underbrace{\tan\alpha}_{>0}} > 0$ então $\cos\beta > 0$

$\beta \in 4^o Q$

A

6. Considere as funções f e h definidas por $f(x)=tg(4x)-\sqrt{3}$ e $h(x)=3tg(\pi+x)-4sen\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$.

6.1. Estude a função f quanto à paridade da função.

6.2. Determine o domínio da função f.

6.3. Determine a expressão geral dos zeros da função f.

6.4. Calcule o valor exato de $h(\alpha)$, sabendo que $\cos(\alpha-5\pi)=\frac{1}{6} \wedge \alpha\in\left]-\pi,-\frac{\pi}{2}\right[$.

6.1

$f(-x) = \tan(-4x) - \sqrt{3} = -\tan(4x) - \sqrt{3}$

$-f(x) = -(\tan(4x) - \sqrt{3}) = -\tan 4x + \sqrt{3}$

Como $f(-x) \neq f(x)$ e $f(-x) \neq -f(x)$, f não é par nem ímpar.

6.2

$D_f = \{x \in \mathbb{R} : 4x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\} = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}\}$

$4x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$

6.3

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \tan(4x) - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \tan(4x) = \sqrt{3}$

$\Leftrightarrow \tan(4x) = \tan\left(\frac{\pi}{3}\right)$

$\Leftrightarrow 4x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$

6.4 $\cos(\alpha - 3\pi) = \frac{1}{6} \Leftrightarrow$ $\quad \alpha \in]-\pi, -\frac{\pi}{2}[$

$\alpha \in 3^{o} Q$

$\cos(\alpha - \pi) = \frac{1}{6}$

$-\cos(\alpha = \frac{1}{6} \Leftrightarrow \cos\alpha = \frac{1}{6}$

$h(x) = 3\tan\alpha - 4\cos\alpha$

logo $h(x) = 3 \cdot \sqrt{35} - 4\left(-\frac{1}{6}\right)$

$= 3\sqrt{35} + \frac{2}{3}$

C. A.

$1 + \tan^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

$1 + \tan^2\alpha = \frac{1}{\left(-\frac{1}{6}\right)^2}$

$\tan^2\alpha = 36 - 1$

$\tan\alpha = \pm\sqrt{35}$

$\alpha \in 3^{o} Q$

$\tan\alpha = \sqrt{35}$

7. Resolva, em IR, a equação $\cos(3x) = 2\cos^2(3x)$.

$\cos(3x) = 2\cos^2(3x) \Leftrightarrow \cos(3x) - 2\cos^2(3x) = 0$

$\Leftrightarrow \cos(3x)\left(1 - 2\cos(3x)\right) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \cos(3x) = 0 \vee 1 - 2\cos(3x) = 0$

$\Leftrightarrow 3x = k\pi \vee \cos(3x) = \frac{1}{2}, \ k \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{3} \vee 3x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \vee 3x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{3} \vee x = \frac{\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3} \vee x = -\frac{\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$

8. O volume de ar nos pulmões de uma pessoa, em litros, t segundos após uma expiração é dado pela função V definida por:

$$V(t) = 2{,}5 - 0{,}25\cos\left(\frac{\pi t}{2}\right)$$

8.1. Determine o contradomínio da função V.

8.2. Determine o período minímo positivo da função V.

8.3. Recorrendo às capacidades da calculadora gráfica determine os instantes em que o volume de ar nos pulmões é igual a $2{,}4$ litros após uma expiração, para $t \in [0,4]$. Apresente os resultados arredondados às décimas de segundo. Na sua resposta deve apresentar o esboço do gráfico, ou gráficos, no qual devem constar todos os elementos relevantes.

8.1

$$-1 \leq \cos\left(\frac{\pi t}{2}\right) \leq 1 \quad , \quad \forall t \geq 0$$

$$\Leftrightarrow -1 \leq -\cos\left(\frac{\pi t}{2}\right) \leq 1$$

$$\Leftrightarrow -0{,}25 \leq -0{,}25\cos\left(\frac{\pi t}{2}\right) \leq 0{,}25$$

$$\Leftrightarrow 2{,}25 \leq 2{,}5 - 0{,}25\cos\left(\frac{\pi t}{2}\right) \leq 2{,}75$$

$$D'_V = [2{,}25 ; 2{,}75]$$

8.2

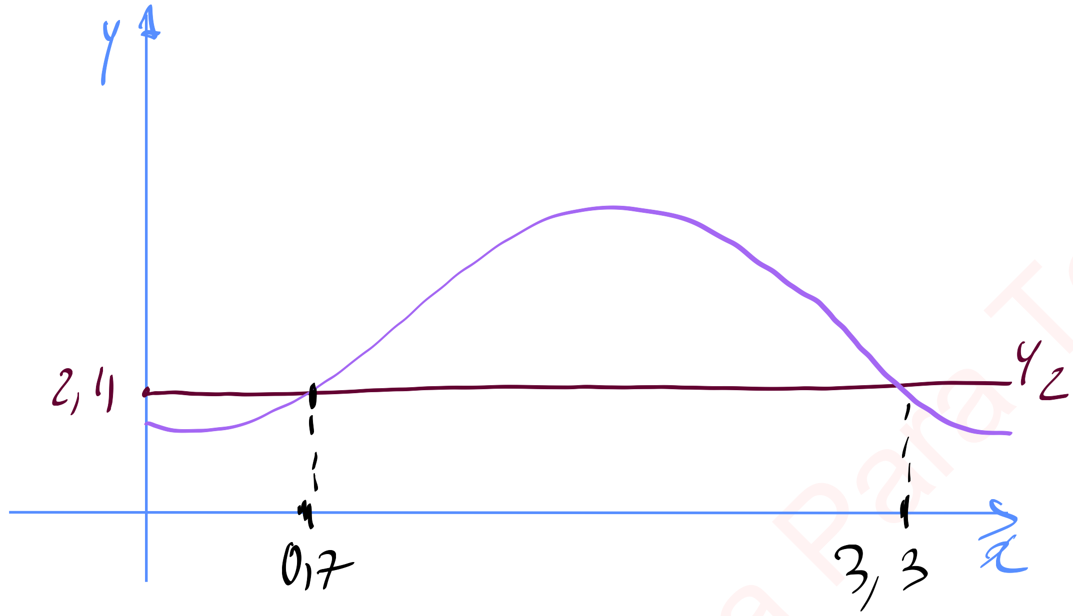
$$V(t+P) = V(t)$$

$$2{,}5 - 0{,}25\cos\left(\frac{\pi(t+P)}{2}\right) = 2{,}5 - 0{,}25\cos\left(\frac{\pi t}{2}\right)$$

$$2{,}5 - 0{,}25\cos\left(\frac{\pi t}{2} + \frac{\pi P}{2}\right) = 2{,}5 - 0{,}25\cos\left(\frac{\pi t}{2}\right)$$

$$\frac{\pi P}{2} = 2\pi \Leftrightarrow \cancel{\pi} P = 4\cancel{\pi} \Leftrightarrow P = 4$$

8.3 $\underbrace{V(t)}_{y_1} = \underbrace{2,4}_{y_2}$, $t \in [0,4]$



$t \approx 0,7$ s ou $t \approx 3,3$ s

9. Simplifique cada uma das seguintes expressões:

9.1. $\operatorname{sen}(\pi+\alpha)+\cos(5\pi-\alpha)+\tan(6\pi-\alpha)-\cos(\alpha-3\pi)$.

92. $\cos(\alpha-\pi)+\operatorname{sen}(7\pi-\alpha)-\tan(\pi-\alpha)$.

9.3. $\operatorname{sen}\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)+\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)+\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)+\tan(\pi+\alpha)$.

9.4. $\operatorname{sen}(-\alpha)+\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)+\cos(-\alpha)+\operatorname{sen}(\pi-\alpha)+\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)-\tan(-\alpha)$.

9.1 $\operatorname{sen}(\pi+\alpha)+\cos(5\pi-\alpha)+\tan(6\pi-\alpha)-\cos(\alpha-3\pi)=$

$= -\operatorname{sen}(\alpha)+\cos(\pi-\alpha)+\tan(-\alpha)-\cos(\alpha-\pi)=$

$= -\operatorname{sen}\alpha-\cancel{\cos\alpha}-\tan\alpha+\cancel{\cos\alpha}=$

$= -\operatorname{sen}\alpha-\tan\alpha$ //

9.2 $\cos(\alpha-\pi)+\operatorname{sen}(7\pi-\alpha)-\tan(\pi-\alpha)=$

$= -\cos\alpha+\operatorname{sen}(\pi-\alpha)+\tan\alpha=$

$= -\cos\alpha+\operatorname{sen}\alpha+\tan\alpha$

9.3 $\operatorname{sen}\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)+\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)+\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)+\tan(\pi+\alpha)=$

$=-\cancel{\cos\alpha}-\operatorname{sen}\alpha+\cancel{\cos\alpha}+\tan\alpha=-\operatorname{sen}\alpha+\tan\alpha$

9.4 $\operatorname{sen}(-\alpha)+\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)+\cos(-\alpha)+\operatorname{sen}(\pi-\alpha)+\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)-$

$-\tan(-\alpha)=$

$=\cancel{-\operatorname{sen}\alpha}+\cancel{\operatorname{sen}\alpha}+\cos\alpha+\operatorname{sen}\alpha+\operatorname{sen}\alpha+\tan\alpha$

$=\cos\alpha+2\operatorname{sen}\alpha+\tan\alpha$

10. Sabendo que $\operatorname{sen}\alpha=\frac{3}{5}$ e que $\alpha\in 2^{\text{o}}Q$, determine $\cos(\pi-\alpha)+\tan\alpha$.

$\cos(\pi-\alpha)+\tan\alpha=$

$=-\cos\alpha+\tan\alpha$

$=-\left(-\frac{4}{5}\right)+\frac{\frac{3}{\cancel{5}}}{-\frac{4}{\cancel{5}}}=$

$=\frac{4}{5}-\frac{3}{4}=\frac{1}{20}$

C. A.

$\cos^2\alpha+\operatorname{sen}^2\alpha=1$

$\cos^2\alpha+\left(\frac{3}{5}\right)^2=1$

$\cos^2\alpha=1-\frac{9}{25}$

$\cos^2\alpha=\frac{16}{25}$

$\cos\alpha=\pm\frac{4}{5}$, $\alpha\in 2^{\text{o}}Q$

$\cos\alpha=-\frac{4}{5}$

11. Acerca do ângulo θ, sabe-se que, $\operatorname{sen}(\pi+\theta)=-\frac{\sqrt{2}}{3}$ e que $0<\theta<\frac{\pi}{2}$.

Calcule $\cos(5\pi+\theta)+\tan(3\pi-\theta)$.

$$\operatorname{sen}(\pi+\theta) = -\frac{\sqrt{2}}{3} \Leftrightarrow -\operatorname{sen}(\theta) = -\frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\Leftrightarrow \operatorname{sen}\theta = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\cos(5\pi+\theta)+\tan(3\pi-\theta) = \cos(\pi+\theta)+\tan(\pi-\theta)$$

$$= -\cos\theta - \tan\theta$$

$$= -\frac{\sqrt{7}}{3} - \frac{\frac{\sqrt{2}}{\cancel{3}}}{\frac{\sqrt{7}}{\cancel{3}}} =$$

$$= -\frac{\sqrt{7}}{3} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}} =$$

$$= -\frac{\sqrt{7}}{3} - \frac{\sqrt{14}}{7}$$

C.A.

$$\cos^2\theta + \operatorname{sen}^2\theta = 1$$

$$\cos^2\theta + \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2 = 1$$

$$\cos^2\theta = 1 - \frac{2}{9}$$

$$\cos^2\theta = \frac{7}{9}$$

$$\cos\theta = \pm\frac{\sqrt{7}}{3}, \quad 0<\theta<\frac{\pi}{2}$$

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

12. Sabe-se que $\tan x = 4$ e que $-\pi < x < -\frac{\pi}{2}$. Calcule, $\operatorname{sen}x+\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+\cos(11\pi-x)$.

C.A. $\tan x = 4$ então $1+\tan^2 x = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 1+4^2 = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Leftrightarrow 17 = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Leftrightarrow \cos^2\alpha = \frac{1}{17}$$

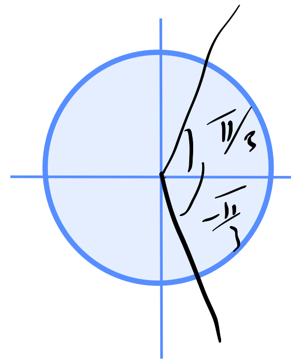
$$\Leftrightarrow \cos\alpha = \pm\frac{\sqrt{17}}{17}, \quad -\pi < x < -\frac{\pi}{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos\alpha = -\frac{\sqrt{17}}{17}$$

$$\tan x = 4 \Leftrightarrow \frac{\operatorname{sen}x}{\cos x} = 4 \Leftrightarrow$$

$$\operatorname{sen}x = 4\cdot\left(-\frac{\sqrt{17}}{17}\right) \Leftrightarrow \operatorname{sen}x = -\frac{4\sqrt{17}}{17}$$

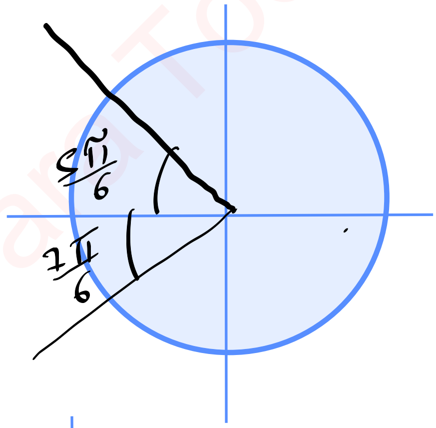
13. Resolva as seguintes equações:



13.1. $2\cos(2x)-1=0$; $\Leftrightarrow \cos(2x)=\frac{1}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2x=\frac{\pi}{3}+2k\pi \vee 2x=-\frac{\pi}{3}+2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$

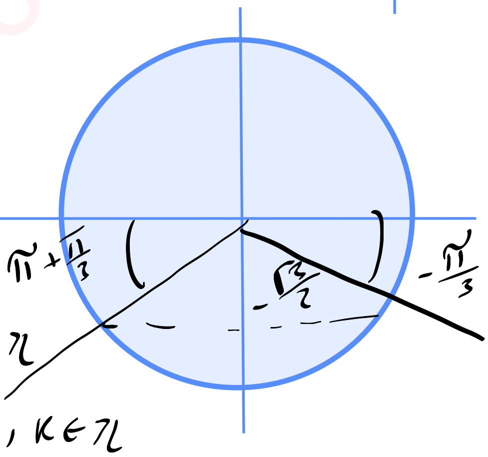
$\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{6}+k\pi \vee x=-\frac{\pi}{6}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$



13.2. $-2\cos(3x)-\sqrt{3}=0$; $\Leftrightarrow \cos(3x)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$3x=\frac{5\pi}{6}+2k\pi \vee 3x=\frac{7\pi}{6}+2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$

$x=\frac{5\pi}{18}+2k\pi \vee x=\frac{7\pi}{18}+2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$



13.3. $2\,sen\,x=-\sqrt{3} \;\wedge\; x\in\,]-2\pi,0[$;

$\Leftrightarrow sen\,x=-\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\pi+\frac{\pi}{3}+2k\pi \vee x=-\frac{\pi}{3}+2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow x=\frac{4\pi}{3}+2k\pi \vee x=-\frac{\pi}{3}+2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$

Para $k=0$

$x=\frac{4\pi}{3}$ ✗ $\vee$ $x=-\frac{\pi}{3}$ ✓

Para $k=-1$

$x=\frac{4\pi}{3}-2\pi \vee x=-\frac{\pi}{3}-2\pi$

$x=-\frac{2\pi}{3}$ ✓ $\vee$ $x=-\frac{7\pi}{3}$ ✗

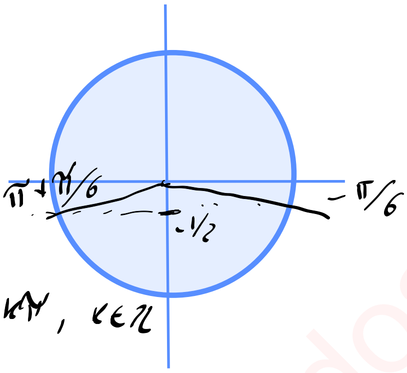
$C.S=\left\{-\frac{2\pi}{3},-\frac{\pi}{3}\right\}$

13.4. $2\operatorname{sen}^2 x + \operatorname{sen} x = 0$ em IR $\Leftrightarrow$;

$\Leftrightarrow \operatorname{sen} x \left(2 \operatorname{sen} x + 1 \right) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \operatorname{sen} x = 0 \vee 2 \operatorname{sen} x + 1 = 0 \Leftrightarrow$

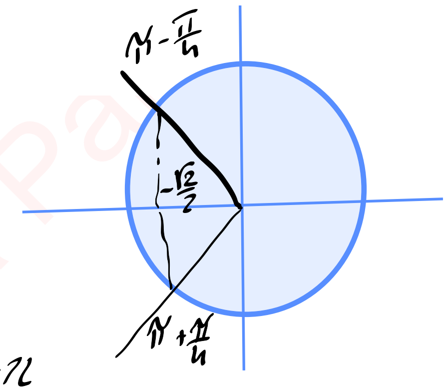
$\Leftrightarrow \operatorname{sen} x = 0 \vee \operatorname{sen} x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow$



$\Leftrightarrow x = k\pi \vee x = \pi + \frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi, \; k \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow x = k\pi \vee x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \vee x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi, \; k \in \mathbb{Z}$

13.5. $2 \cos x + \sqrt{2} = 0 \wedge x \in \left[\frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}\right]$;



$2 \cos x + \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Leftrightarrow x = \pi - \frac{\pi}{4} + 2k\pi \vee x = \pi + \frac{\pi}{4} + 2k\pi, \; k \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi \vee x = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi, \; k \in \mathbb{Z}$

$x \in \left[\frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}\right] = \left[\frac{10\pi}{4}, \frac{14\pi}{4}\right]$

Para $k = 0$

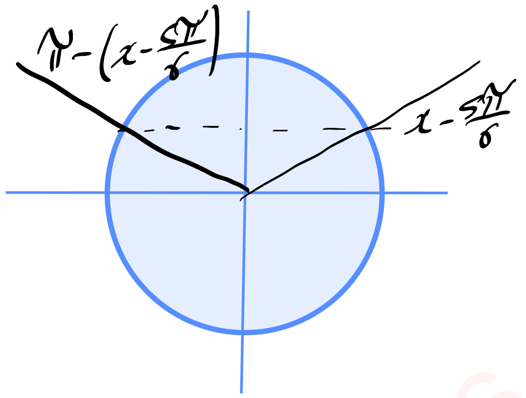
$x = \frac{3\pi}{4}$ ✗ $\vee x = \frac{5\pi}{4}$ ✗

$k = 1$

$x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi \vee x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi$

$x = \frac{11\pi}{4}$ ✓ $\vee x = \frac{13\pi}{4}$ ✓

$C.S = \left\{ \frac{11\pi}{4}, \frac{13\pi}{4} \right\}$



13.6. $\operatorname{sen}\left(3x+\frac{\pi}{6}\right)=\operatorname{sen}\left(x-\frac{5\pi}{6}\right)$ em IR;

$$\Leftrightarrow 3x+\frac{\pi}{6}=\pi-\left(x-\frac{5\pi}{6}\right)+2k\pi$$

$$\vee$$

$$3x+\frac{\pi}{6}=x-\frac{5\pi}{6}+2k\pi \quad , k\in\mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow 4x=-\frac{\pi}{6}+\pi+\frac{5\pi}{6}+2k\pi \vee 2x=-\pi+2k\pi \quad , k\in\mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow 4x=\frac{10\pi}{6}+2k\pi \vee x=-\frac{\pi}{2}+k\pi \quad , k\in\mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{5\pi}{12}+\frac{k\pi}{2} \vee x=-\frac{\pi}{2}+k\pi \quad , k\in\mathbb{Z}$$

13.7. $\cos x+\operatorname{sen}x\cdot\cos x=0$ em IR;

$$\cos x+\operatorname{sen}x\cos x=0 \Leftrightarrow \cos x\,(1+\operatorname{sen}x)=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos x=0 \vee 1+\operatorname{sen}x=0 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi \vee \operatorname{sen}x=-1 \, , k\in\mathbb{Z} \Leftrightarrow$$

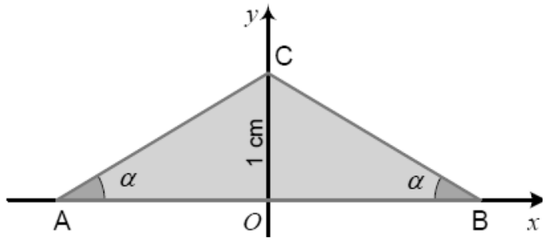
$$\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+2k\pi \vee x=\frac{3\pi}{2}+2k\pi \, , k\in\mathbb{Z}$$

13.8. $tg^2(x)(sen(x)-1)=0$. $\Leftrightarrow \tan^2 x=0 \vee \operatorname{sen}x-1=0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \tan x=0 \vee \operatorname{sen}x=1$$

$$\Leftrightarrow x=k\pi \vee x=\frac{\pi}{2}+2k\pi \, , k\in\mathbb{Z}$$

14. RRelativamente à figura sabe-se que:



- $\overline{OC} = 1\,cm$;
- O triângulo $[ABC]$ é isósceles;
- $\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$

14.1. Mostre que o perímetro do triângulo $[ABC]$ é dado em função de α por, $P(\alpha) = \frac{2(\cos\alpha + 1)}{sen\,\alpha}$.

14.2. Determine o valor do perímetro do triângulo $[ABC]$ para $\alpha = \frac{\pi}{6}$.

14.1

$$P(\alpha) = \overline{AC} + \overline{CB} + \overline{AB}$$

C.A.

$\overline{AO} = ?$ $\qquad tan\,\alpha = \frac{1}{\overline{AO}} \Leftrightarrow \overline{AO} = \frac{1}{tan\,\alpha}$

$\overline{AC} = ?$ $\qquad sen\,\alpha = \frac{1}{\overline{AC}} \Leftrightarrow \overline{AC} = \frac{1}{sen\,\alpha}$

Logo $P(\alpha) = 2 \times \frac{1}{sen\,\alpha} + 2 \times \frac{1}{tan\,\alpha}$

$$= \frac{2}{sen\,\alpha} + 2\,\frac{\cos\alpha}{sen\,\alpha}$$

$$= \frac{2 + 2\cos\alpha}{sen\,\alpha} = \frac{2(\cos\alpha + 1)}{sen\,\alpha}$$

c.q.m.

14.2

$$P\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{2\left(\cos\frac{\pi}{6} + 1\right)}{sen\,\frac{\pi}{6}} = \frac{2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 1\right)}{\frac{1}{2}}$$

$$= 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 1\right) = 2\sqrt{3} + 4 \;//$$