



Funções – Revisões

1. Determine os limites seguintes.

1.1 $\lim \left(\frac{1}{2} + n\right)$

1.2 $\lim \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - 4\right)$

1.3 $\lim \left(\frac{2n}{3n-2}\right)^{-2}$

1.4 $\lim \frac{1}{\sqrt{4-\frac{3}{n}}}$

2. Considere as sucessões de termos gerais $u_n = -n^2$ e $v_n = \frac{n+2}{2n}$. Determine:

2.1 $\lim u_n$ e $\lim v_n$

2.2 $\lim (u_n \cdot v_n)$

2.3 $\lim (u_n + v_n)$

2.4 $\lim u_n^2$

3. Calcule os limites das seguintes sucessões, começando por identificar o tipo de indeterminação.

3.1 $\lim (3n - 7n^2)$

3.2 $\lim \left(n^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{n}}\right)$

3.3 $\lim \left(\frac{1}{2}n^2 - 3n^3\right)$

3.4 $\lim \left(\frac{1}{n^2}(3n^3 + 5n)\right)$

4. Considere as sucessões a_n e b_n . Sabe-se que $\lim u_n = 0^+$ e $\lim b_n = 0^-$.

Indique $\lim \frac{1}{a_n}$, $\lim \frac{1}{b_n}$, $\lim \left(-\frac{1}{a_n}\right)$ e $\lim \left(-\frac{1}{b_n}\right)$.

5. Calcule os seguintes limites:

5.1 $\lim \frac{n^3 - n^2}{3n^4 - 1}$

5.2 $\lim \frac{n^2 - 4}{n + 4}$

5.3 $\lim \frac{n}{\sqrt{n}}$

5.4 $\lim \frac{2n+1}{4n^2-1}$

5.5 $\lim (\sqrt{4n+3} - 2\sqrt{n})$

5.6 $\lim \left(\frac{3}{2}n^2 - \frac{1}{2}n\right)$

5.7 $\lim (n^2 - \sqrt{2})$

5.8 $\lim \frac{n^2-3}{(n-\sqrt{3})(n+\sqrt{3})}$

6. Determine, caso existam, os limites das sucessões de termo geral:

6.1 $u_n = (-1)^n \cdot \frac{1}{4\sqrt{n}}$

6.2 $u_n = \begin{cases} \frac{3}{\sqrt{n+1}} & \text{se } n \text{ é ímpar} \\ 2 - \frac{1}{\sqrt{n}} & \text{se } n \text{ é par} \end{cases}$

7. Determine:

7.1 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{n^2+3}{4n^2+1}}$

7.2 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{4^{n+1}}$

7.3 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6^n}{4^{n+1}}$

7.4 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{1+5^{n+1}}$

8. Determine o conjunto-solução das seguintes condições:

8.1 $\frac{2x}{x+3} = x$

8.2 $\frac{x-5}{x^2-x-2} + \frac{2x}{x-2} = 0 \quad \sim$

8.3 $\frac{x^2-2}{x^2+3x} \geq \frac{2}{x}$

8.4 $\frac{x-5}{x^2-x-2} \leq \frac{2}{x+1}$

9. Um sumo obtém-se misturando 1 L de sumo de laranja com m cL de sumo de manga.

9.1 Mostra que a percentagem de sumo de manga, p , existente no sumo de frutas, é dado, em função de m , por:

$$p(m) = \frac{100m}{m + 100}$$

9.2 Determina a percentagem de sumo de manga existente na mistura se se usarem 60 centilitros de sumo de manga.

9.3 Determina a quantidade de sumo de manga, em centilitros, arredondada às unidades, a partir da qual a percentagem deste sumo na mistura é superior a 40%.

10. Considere as funções f e g definidas por $f(x) = x^2 - 1$ e $g(x) = -x^2 - x + 2$. Determine:

10.1 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$

10.2 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x \cdot g(x)}$

11. Na figura estão representadas graficamente as funções f e g . Sabe-se que f é uma função afim com ordenada na origem igual a 2, de que 3 é zero e que g é uma função quadrática de 0 e 3 são os zeros e cujo coeficiente do termo de maior grau é 1.

Determine os seguintes limites:

11.1 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{g(x)}$

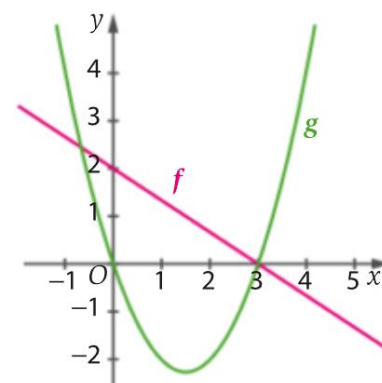
11.2 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{g(x)}$

11.3 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{f(x)}$

11.4 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{g(x)}$

11.5 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$

11.6 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{g(x)}{f(x)}$



12. Determine, caso existam, os seguintes limites.

$$12.1 \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 5x^3}{3 - 2x^2 + x^3}$$

$$12.2 \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(4x^2 - x)}{(x^2 + 1)(x^2 + 2)}$$

$$12.3 \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2x^2 - x}$$

$$12.4 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2}}{x}$$

$$12.5 \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{7 + 9x^2} - 5x)$$

$$12.6 \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x - 3}{x^2 - 3x + 2} + \frac{2}{x^2 - 2x} \right)$$

$$12.7 \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|6x - 3x^2|}{\sqrt{x^4 + 5}}$$

$$12.8 \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{\sqrt{x} - x}$$

$$12.9 \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4 + x^2}}{x}$$

$$12.10 \lim_{x \rightarrow 7^-} \frac{x^2 - 6x}{|x - 7|}$$

$$12.11 \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1 + 2x}{x^2 - 5x + 4}$$

$$12.12 \lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{-18}{2x^2 + 2x - 4} - \frac{3}{x + 2} \right)$$

$$12.13 \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{2x^3 - 5x} - 2x)$$

$$12.14 \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{5 \cos(x^3 + \sqrt{x})}{\sqrt{x^2 - 4}} \right)$$

13. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x}{\sqrt{x^3 + 4x^2}}, & x > 0 \\ \frac{1}{x - 1}, & x \leq 0 \end{cases}$$

Determine, caso exista, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

14. Seja f uma função, de domínio \mathbb{R} , definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2 - 3}{x^2 - x - 2}, & x < -1 \\ x^3 - k, & x \geq -1 \end{cases}, \text{ onde } k \text{ é um número real}$$

14.1 Determine o valor de k de modo que exista $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

14.2 Determine $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

15. Considere a equação real de variável real f definida em \mathbb{R} por:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} \operatorname{sen} \frac{1}{x} & , x > 0 \\ x & , x \leq 0 \end{cases}$$

Mostre que $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$

16. Considere a função f definida em \mathbb{R} por:

$$f(x) = \frac{1 + 2 \cos x}{x^2 + 1}$$

Mostre que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

17. Verifique se as funções a seguir definidas são contínuas nos pontos indicados.

$$17.1 \quad f(x) = \begin{cases} \frac{|6x - 12|}{x^2 - 5x + 6} & , x < 2 \\ 6 & , x = 2 \\ \frac{x^3 - 8}{x^2 - x} & , x > 2 \end{cases}$$

No ponto $x = 2$

$$17.2 \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2}{x - \sqrt{2}} & , x \neq \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & , x = \sqrt{2} \end{cases}$$

No ponto $x = \sqrt{2}$

$$17.3 \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{\sqrt{2x} - 4} & , x > 2 \\ x - \sqrt{2x} & , x \leq 2 \end{cases}$$

No ponto $x = 2$