



1. Justifique que cada um dos seguintes limites é nulo.

1.1 $\lim_{x \rightarrow 0} [x(x^3 - 1)]$

1.2 $\lim_{x \rightarrow -1} \left[\sqrt{x+1} \cos\left(\frac{1}{x+1}\right) \right]$

2. Sejam f e g as funções reais de variável real definidas por $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ e $g(x) = \frac{1}{x-1}$. Seja h a função real de variável real cujo gráfico se apresenta na figura.

2.1 Determine os domínios de $g \circ f$, $f \circ h$ e $g \circ h$

2.2 Determine, caso existam, os seguintes:

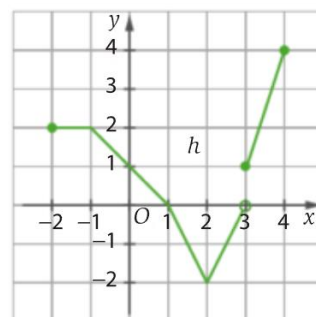
2.2.1 $\lim_{x \rightarrow 1} (g \circ f)(x)$

2.2.2 $\lim_{x \rightarrow 4} (g \circ h)(x)$

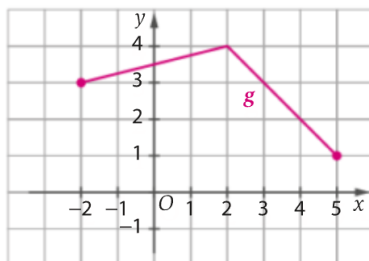
2.2.3 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (g \circ f)(x)$

2.2.4 $\lim_{x \rightarrow 0^+} (g \circ h)(x)$

2.2.5 $\lim_{x \rightarrow 2} (f \circ h)(x)$



3. Seja f a função real de variável real definida por $f(x) = -\sqrt{x^2 - 3x}$ e seja g a função cujo gráfico se representa na figura seguinte.



3.1 O valor de $\lim_{x \rightarrow 4} (g \circ f)(x)$ é:

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

3.2 Em qual dos seguintes valores de a não está definido $\lim_{x \rightarrow a} (f \circ g)(x)$

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

4. Das funções f e g , de domínio $\mathbb{R}$, sabe-se que o contradomínio de f é $[2, 3]$ e que $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 0$

Pode afirmar-se que:

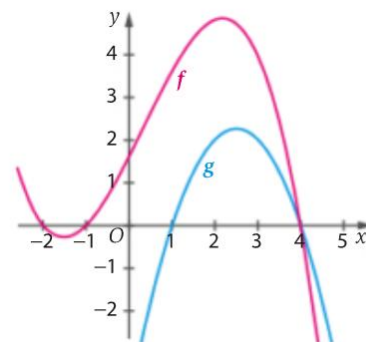
(A) $\lim_{x \rightarrow 2} (f + g)(x) = 0$

(B) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{f}{g} \right)(x) = 0$

(C) $\lim_{x \rightarrow 2} (fg)(x) = 0$

(D) $\lim_{x \rightarrow 2} (f - g)(x) = 0$

5. Na figura ao lado estão representadas graficamente as funções f e g . Sabe-se que:



- f é uma função polinomial de 3.º grau cujos zeros são -2 , -1 e 4 e cujo coeficiente do termo de maior grau é $-\frac{1}{5}$
- g é uma função quadrática de 1 e 4 são zeros e cujo coeficiente do termo de maior grau é -1

Determine os seguintes limites:

5.1 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x)}{f(x)}$

5.2 $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x)}{g(x)}$

5.3 $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x)}{g(x)}$

5.4 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{g(x)}$

5.5 $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{g(x)}{f(x)}$

5.6 $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{g(x)}{f(x)}$

5.7 $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{g(x)}{f(x)}$

5.8 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$

5.9 $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)}{g(x)}$

6. Determine o domínio, justifique a continuidade das funções e estude a existência de assíntotas ao gráfico das funções definidas por:

6.1 $g(x) = \frac{x-1}{x^2+3}$

6.2 $h(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt{x}$

6.3 $l(x) = \frac{\sqrt{(x-1)^2}}{x-1}$

6.4 $m(x) = \begin{cases} \frac{x^2+7x+10}{x+2} & \text{se } x < -2 \\ x^2-1 & \text{se } x \geq -2 \end{cases}$

7. Considere a função g definida por $g(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+2}-\sqrt{2}}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \text{se } x = 0 \end{cases}$

Estude a continuidade da função e a existência de assíntotas ao gráfico da função g .

8. Considere a função h definida por $h(x) = \begin{cases} \frac{1-\sqrt{1+4x^2}}{2x^2} & \text{se } x \neq 0 \\ k & \text{se } x = 0 \end{cases}$

8.1 Determine o valor de k de modo que a função h seja contínua em $x = 0$

8.2 Para o valor de k nas condições da alínea anterior, justifique que a função h é contínua em $\mathbb{R}$