FUNÇÕES EXPONENCIAIS E LOGARÍTMICAS – 3

1. Para um certo valor de k, a função f admite limite para $x=0$. Seja f definida por

$$f(x)=\begin{cases} e^{x}+k & se \quad x\leq 0 \\ 2^{\log_2(x+3)} & se \quad x>0 \end{cases}$$

Qual é o valor de k?

(A) 0 **(B)** 3 **(C)** 2 **(D)** 1

2. Seja f a função de expressão analítica $f(x)=\log\left(1-2^{x}\right)$.

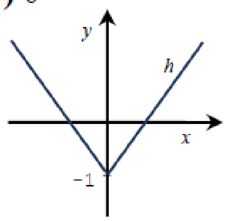
2.1. O domínio de f é:

(A) IR^{+} **(B)** IR_0^{+} **(C)** IR^{-} **(D)** IR_0^{-}

2.2. O $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ é igual a:

(A) $+\infty$ **(B)** $-\infty$ **(C)** e **(D)** 0

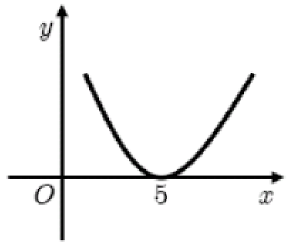
3. A figura representa parte de duas semi-retas que são o gráfico de uma função h, de domínio IR, que tem Oy como eixo de simetria:



O contradomínio da função $f(x)=2^{h(x)}$ é:

(A) $[-1,+\infty[$ **(B)** $[-2,+\infty[$ **(C)** $\left[\frac{1}{2},+\infty\right[$ **(D)** $]0,+\infty[$

4. Ao lado está parte do gráfico da função h, positiva em $IR\setminus\{5\}$.



Qual é o valor de $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{\ln(0{,}1x)}{h(x)}$?

(A) $+\infty$ **(B)** 0 **(c)** $-\infty$ **(D)** 5

5. Para um certo valor de k, é continua em IR a função f definida por

$$f(x)=\begin{cases} x+3 & se\ x\leq 0 \\ \dfrac{kx}{\ln(2x+1)} & se\ x>0 \end{cases}$$

Qual é o valor de k?

(A) 2 **(B)** 4 **(C)** 6 **(D)** 8

6. De uma função f de domínio IR^{+}, sabe-se que a reta de equação $y=2-x$ é assíntota do seu gráfico. Qual é o valor de $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$?

(A) $+\infty$ **(B)** $-\infty$ **(C)** 2 **(D)** -1

7. Seja f uma função de domínio IR^{+}. Sabe-se que $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x+f(x)}{3x}=1$.

Qual das equações seguintes pode definir uma assíntota do gráfico da função f?

(A) $y=\frac{1}{3}x$ **(B)** $y=\frac{2}{3}x$ **(C)** $y=x$ **(D)** $y=3x$

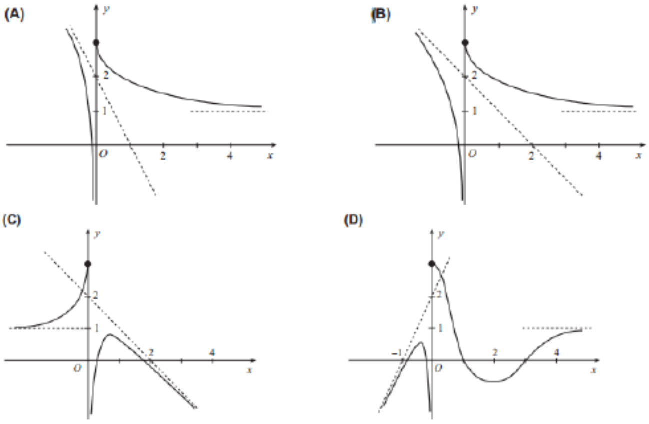
8. Sejam *f* e *g* funções de domínio $]0,+\infty[$.
Sabe-se que:
- a reta de equação $y=3$ é assíntota horizontal do gráfico de *f*;
- *f* não tem zeros;
- $g(x)=\dfrac{e^{-x}-3}{f(x)}$

Qual das opções seguintes define uma assíntota horizontal do gráfico de *g*?

(A) $y=3$ **(B)** $y=e$ **(C)** $y=0$ **(D)** $y=-1$

9. Seja *f* uma função de domínio *IR*.
Sabe-se que:
- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$;
- $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)+2x\right]=2$.

Em qual das opções seguintes pode estar representada parte do gráfico da função *f*?



10. Considere a função *f*, de domínio *IR*, definida por:

$$f(x)=\begin{cases} k+\dfrac{1-e^{x-1}}{2x-2} & \text{se } x<1 \\ -x+\ln x & \text{se } x\geq 1 \end{cases} \quad (k \text{ designa um número real})$$

10.1. Determine, caso exista, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

10.2. Usando métodos exclusivamente analíticos, determine *k*, sabendo que existe $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$.

11. Seja *f* a função de domínio IR definida por:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{xe^{x}-2e^{2}}{x-2} & se \quad x<2 \\ 3e^{x}+\ln(x-1) & se \quad x\geq 2 \end{cases}$$

Averigue se a função é contínua em $x=2$.

12. Considere a função *f* definida por $f(x)=\dfrac{1}{3}+e^{1-x}$.

12.1 . Estude a função *f* quanto à existência de assíntotas paralelas aos eixos coordenados no seu gráfico.

12.2. Resolva analiticamente a equação $f(x)=1$, apresentando a solução na forma $\ln(ke)$, onde k representa um número real positivo.

13. Considere *f* uma função de domínio $]-3,+\infty[$.

A reta *r*, que interseta os eixos coordenados nos pontos (-2,0) e (0,1), é assíntota do gráfico de *f*.

Seja g a função de domínio IR^+, definida por $g(x)=\dfrac{3x+f(x)-ln(x)}{x}$.

Prove que a reta de equação $y=\dfrac{7}{2}$ é assíntota do gráfico de g.

14. A respeito das funções f e g, de domínio $]-\infty,0[$, sabe-se que a reta de equação $y=-x+1$ é uma assíntota do gráfico de f e que $g(x)=\dfrac{f(x)-xe^x}{x}$.

Prove que o gráfico de g admite uma assíntota paralela ao eixo Ox.

15. Considere a função *f*, de domínio $IR\setminus\{0\}$, definida por

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^x-1}{e^{4x}-1} & \text{se } x<0\\[2ex] x\ln(x) & \text{se } x>0\end{cases}$$

15.1. Estude a função f quanto à existência de assíntotas verticais do seu gráfico.

15.2. Considere, num referencial o.n. *xOy*, a representação gráfica da função *g*, de domínio IR^+, definida por $g(x)=f(x)-x+\ln^2 x$.

Sabe-se que:

- *A* é o ponto de coordenadas (2, 0);
- *B* é o ponto de coordenadas (5, 0);
- *P* é um ponto que se desloca ao longo do gráfico da função *g*.

Para cada posição do ponto *P*, considere o triângulo *[ABP]*. Determine as abcissas dos pontos *P* para os quais a área do triângulo *[ABP]* é 1.

Na sua resposta, deve:

- equacionar o problema;
- reproduzir o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiver necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificado(s), incluindo o referencial;
- indicar as abcissas dos pontos P com arredondamento às centésimas.

16. Considere a função *f*, de domínio *IR*, definida por:

$$f(x)=\begin{cases}x\ln(x+1)-x\ln(x)+3x & \text{se } x>0\\[2ex] x\,e^{1-x} & \text{se } x\le 0\end{cases}$$

Estude a função *f* quanto à existência de assíntotas não verticais do seu gráfico.