FUNÇÕES EXPONENCIAIS

1. Calcule o limite de cada uma das seguintes sucessões:

1.1. $\lim\left(1+\frac{5}{n}\right)^n$ 1.2. $\lim\left(1+\frac{5}{2n}\right)^n$ 1.3. $\lim\left(1-\frac{1}{n}\right)^n$

1.4. $\lim\left(1+\frac{2}{n}\right)^{3n}$ 1.5. $\lim\left(1+\frac{\pi}{n}\right)^{n+1}$ 1.6. $\lim\left(1-\frac{1}{n^2}\right)^{n^2}$

1.7. $\lim\left(\frac{n+7}{n+4}\right)^n$ 1.8. $\lim\left(\frac{n+4}{n+2}\right)^{2n}$ 1.9. $\lim\left(\frac{n+1}{3n+2}\right)^n$

1.10. $\lim\left(\frac{2n^2+4n+1}{n^2+1}\right)^{3n^2+1}$ 1.11. $\lim\left[\left(\frac{4-2n}{4+2n}\right)^{n+1}+e^n\right]$ 1.12. $\lim\left(\frac{2n^2-1}{n^2+3}\right)^{\frac{1-2n}{3n+4}}$

2. Determine o valor de $k\in IR$, de modo que $\lim\left(\frac{n+2k}{n-k}\right)^n=1$

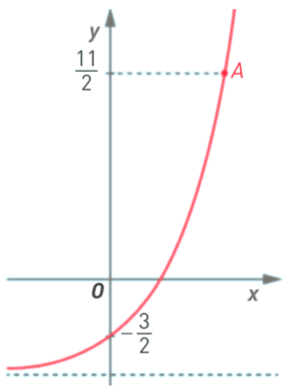
3. Resolva as seguintes equações:

3.1. $4^{x^2-1}-8^x=0$ 3.2. $4^x-2^x-2=0$ 3.3. $-3\times2^{-x+1}+2^x=-1$

3.4. $3^{x-5}=\frac{1}{9^{x+1}}$ 3.5. $\sqrt{5}e^x-xe^x=0$ 3.6. $3^{x^2}=\frac{1}{\sqrt{3^{x-1}}}$

3.7. $3^{2+x}+3^{-x}=10$ 3.8. $6^{x^2-5}-\frac{1}{\sqrt{6^x}}=0$

4. Considere a função real de variável f tal que $f(x)=2^x+k,\quad k\in IR$, que se encontra representada graficamente na figura.



4.1. Sabendo que $\left(0,-\frac{3}{2}\right)$ pertence ao gráfico de f, determine o valor de k

4.2. Indique o contradomínio da função

4.3. Atendendo aos dados da figura, identifique as coordenadas do ponto A

5. Resolva as seguintes inequações:

5.1. $6^x - 3^x > 3^x$

5.2. $-4^x + 2^x \geq -2$

5.3. $7^{2x} > \frac{1}{7\sqrt{7}}$

5.4. $5^{x+1} + 5^{-x} < 6$

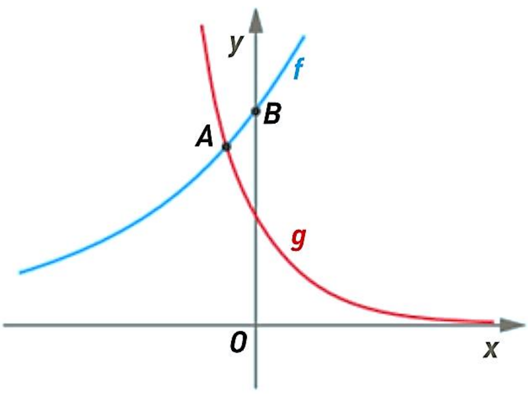
5.5. $3^{|x-3|-1} \leq \sqrt{3}$

5.6. $\left(2^{x+1} - 8\right)\left(x+1\right) \geq 0$

5.7. $\frac{4^x - \sqrt{2}}{x\left(e^{x+1} - 1\right)} > 0$

6. Seja f a função definida por $f\left(x\right) = -3e^{-0,1x} + 4$. Mostre que esta função tem, pelo menos, um zero pertencente a $\left]-3, -2\right[$.

7. No referencial da figura estão parte das representações gráficas das funções f e g.



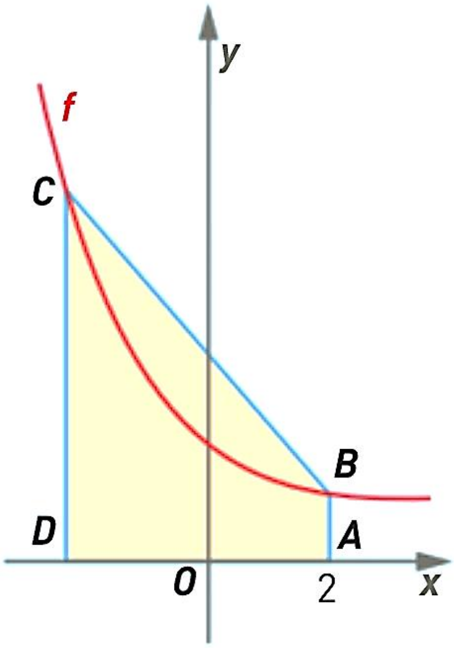
Sabe-se que:

- $f\left(x\right) = 2^{x+1}$
- $g\left(x\right) = \frac{1}{8^x}$

7.1. Determine as coordenadas dos pontos A e B

7.2. Resolva a inequação $g\left(x\right) > \sqrt{2}$

8. Na figura está representado em referencial o.n. Oxy o trapézio $[ABCD]$ em que os vértices B e C pertencem ao gráfico da função f definida por $f(x)=2^{-x}+1$



Admita que a unidade do referencial é o centímetro e que os pontos A e B têm abcissa 2

8.1. Determine:

a) as coordenadas do vértice B

b) a altura do trapézio, sabendo que a ordenada do vértice C é 9

8.2. Designe por x a abcissa dos vértices C e D com $x \in IR^-$

a) Por processos exclusivamente analíticos, determine x de modo que $\overline{CD} = 4 \times \overline{AB}$

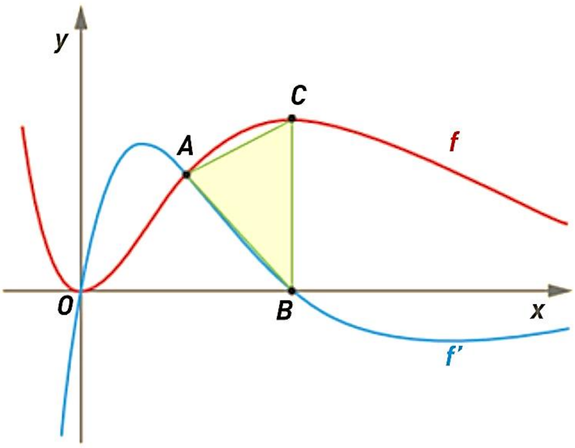
b) Recorre à calculadora para determinar graficamente a solução da equação que permite resolver o seguinte problema:

Qual deve ser o valor da abcissa dos pontos C e D para que a área do trapézio seja 265 cm^2?

8.3. Por observação da figura indique para que valor tende a área do trapézio quando x tende para 0

9. Considere a função f definida por $f(x) = 3xe^{-x}$

No referencial da figura estão representadas as funções f e f' e um triângulo $[ABC]$



Sabe-se que:

- o ponto A é um dos pontos de interseção dos dois gráficos das funções f e f'
- a abcissa do ponto B é um dos zeros de f'
- o ponto C pertence ao gráfico da função f e tem a mesma abcissa do ponto B

Mostre que a área do triângulo $[ABC]$ é igual a $6e^{-2}$

10. Determine:

10.1. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{3x}-1}{x}$ **10.2.** $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{\sqrt{2}x}-1}{x}$ **10.3.** $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{2x}-e^{4x}}{5x}$

10.4. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x}{1-e^{x}}$ **10.5.** $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{x}-e^{4x}}{6x}$ **10.6.** $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{e^{x-1}-1}{1-x^2}$

10.7. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{2x}+e^{x}-2}{x}$ **10.8.** $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(x\left(e^{\frac{1}{x}}-1\right)\right)$ **10.9.** $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2e^{x}-2}{7x}$

10.10. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{e^{x}-e^{3}}{x-3}$ **10.11.** $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{x}-1}{e^{4x}-1}$ **10.12.** $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{x}-e^{-x}}{x}$

10.13. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{e^{x}-e^{2}}{x-2}$ **10.14.** $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{e^{x}-e}{ex-e}$ **10.15.** $\lim\limits_{x\to -\infty} \left(x^k e^x\right)$, com $k \in IN$

10.16. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{xe^{x}-xe}{3x-3}$ **10.17.** $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{2x^2-e^{x}}{-x^{10}}$ **10.18.** $\lim\limits_{x\to -\infty} \left(xe^{x}\right)$

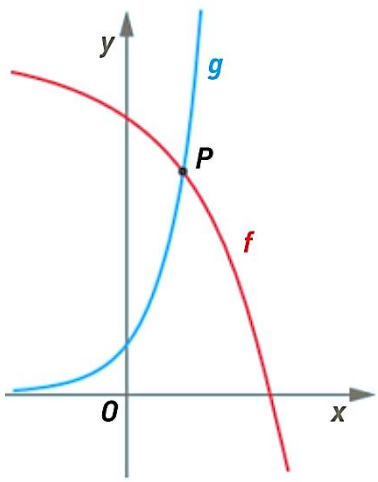
11. Considere a função *f* de domínio *IR*, definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2+4}-x & \text{se } x > 0 \\ 2 & \text{se } x = 0 \\ \dfrac{e^{2x}-1}{x} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Recorrendo a métodos exclusivamente analíticos, estude a continuidade de *f* no domínio *IR*

12. No referencial da figura estão partes das representações gráficas das funções *f* e *g* definidas:

$$f(x)=6-2^x \quad \text{e} \quad g(x)=4^x$$



12.1. Para cada uma das funções dadas indique: domínio; contradomínio e assíntotas dos gráficos.

12.2. Resolva, em *IR*, as inequações:

a) $f(x) \leq -2$

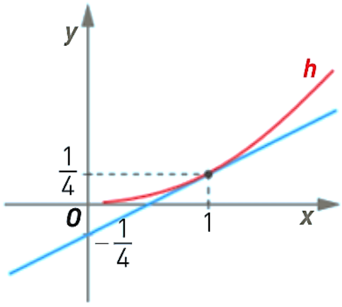
b) $(f+g)(x) < 6$

c) $f(x) > g(x)$

12.3. A função h é definida por uma expressão do tipo $h(x)=k\cdot 3^{-x}$.

Determine k, sabendo que o ponto P assinalado na figura pertence ao gráfico de h.

13. Na figura encontra-se parte de uma representação gráfica da função h e a reta tangente ao gráfico no ponto de abcissa 1 .

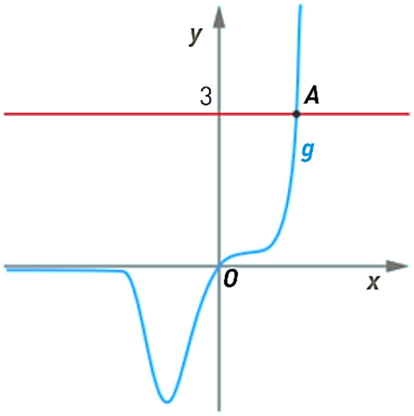


Seja j a função tal que $j(x)=e^{\sqrt{h(x)}}$

Determine $j'(1)$

14. Considere a função real de variável real definida por $g(x)=xe^{x^3-2x}$ e que se encontra representada na figura.

Seja A o ponto do gráfico de g que pertence à reta de equação $y=3$



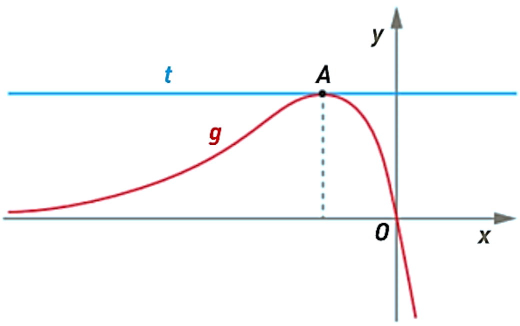
14.1. Determine uma equação da reta tangente ao gráfico de g no ponto de abcissa 0

14.2. Determine o mínimo da função

14.3. Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, identifique as coordenadas do ponto A .

Apresente o resultado arredondado às centésimas.

15. Na figura, está parte da representação gráfica da função g definida por $g(x)=-5xe^{x}$ e a reta t, paralela ao eixo das abcissas e tangente ao gráfico de g no ponto A .



Determine as coordenadas do ponto A