



1. Recorrendo às regras de derivação, determina uma expressão analítica da derivada de cada uma das seguintes funções.

1.1 $(e^x - x) \ln(x)$

$$\begin{aligned} f'(x) &= ((e^x - x) \ln(x))' = \\ &= (e^x - x)' \ln(x) + (e^x - x) (\ln(x))' = \\ &= (e^x - 1) \ln(x) + (e^x - x) \times \frac{1}{x} = \\ &= (e^x - 1) \ln(x) + \frac{e^x}{x} - 1 \end{aligned}$$

1.2 $f(x) = \frac{\ln(x)+4}{e^x}$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left(\frac{\ln(x)+4}{e^x} \right)' = \\ &= \frac{(\ln(x)+4)' e^x - (\ln(x)+4) (e^x)'}{(e^x)^2} = \\ &= \frac{\frac{1}{x} \times e^x - (\ln(x)+4) e^x}{(e^x)^2} = \\ &= \frac{\frac{1}{x} - \ln(x) - 4}{e^x} = \frac{1 - 4x - x \ln(x)}{xe^x} \end{aligned}$$

1.3 $f(x) = \ln\left(\frac{x^2-1}{2x}\right)$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left(\ln\left(\frac{x^2-1}{2x}\right) \right)' = \frac{\left(\frac{x^2-1}{2x}\right)'}{\frac{x^2-1}{2x}} = \\ &= \frac{2x \times 2x - (x^2-1) \times 2}{4x^2} = \\ &= \frac{x^2-1}{2x} = \\ &= \frac{(4x^2 - 2x^2 + 2) \times 2x}{(x^2-1) \times 4x^2} = \\ &= \frac{2x^2 + 2}{(x^2-1) \times 2x} = \\ &= \frac{x^2 + 1}{x^3 - x} \end{aligned}$$

1.4 $f(x) = \ln(\cos x^2)$

$$\begin{aligned} f'(x) &= (\ln(\cos x^2))' = \frac{(\cos x^2)'}{\cos x^2} = \\ &= \frac{-2x \operatorname{sen} x^2}{\cos x^2} = \\ &= -2x \operatorname{tg} x^2 \end{aligned}$$

1.5 $f(x) = (\ln(\ln(x)))^2$

$$\begin{aligned} f'(x) &= ((\ln(\ln(x)))^2)' = \\ &= 2 \ln(\ln(x)) \times (\ln(\ln(x)))' = \\ &= 2 \ln(\ln(x)) \times \frac{(\ln(x))'}{\ln(x)} = \\ &= 2 \ln(\ln(x)) \times \frac{1}{x \ln(x)} = \\ &= \frac{2 \ln(\ln(x))}{x \ln(x)} \end{aligned}$$

1.6 $f(x) = \ln\left(\frac{e^x}{x}\right)$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left(\ln\left(\frac{e^x}{x}\right)\right)' = \frac{\left(\frac{e^x}{x}\right)'}{\frac{e^x}{x}} = \\ &= \frac{\frac{e^x \times x - e^x}{x^2}}{\frac{e^x}{x}} = \\ &= \frac{e^x(x-1)x}{e^x x^2} = \frac{x-1}{x} \end{aligned}$$

1.7 $f(x) = 2^x + \log_2(x)$

$$f'(x) = (2^x + \log_2(x))' = 2^x \ln(2) + \frac{1}{x \ln(2)}$$

1.8 $f(x) = \frac{3^{2x+1}}{\ln(3)}$

$$f'(x) = \left(\frac{3^{2x+1}}{\ln(3)}\right)' = \frac{1}{\ln(3)} (3^{2x+1})' = \frac{1}{\ln(3)} 3^{2x+1} \times 2 \times \ln(3) = 2 \times 3^{2x+1}$$

1.9 $f(x) = 3^{\log_2(x)}$

$$f'(x) = \left(3^{\log_2(x)}\right)' = 3^{\log_2(x)} \times (\log_2(x))' \times \ln(3) = 3^{\log_2(x)} \times \frac{1}{x \ln(2)} \times \ln(3) = \frac{3^{\log_2(x)}}{x} \times \frac{\ln(3)}{\ln(2)} = \frac{3^{\log_2(x)} \log_2(3)}{x}$$

2. Calcula, em a , o limite das funções definidas pelas seguintes expressões, utilizando mudança de variável sempre que te parecer conveniente.

2.1 $f(x) = \frac{e^{-x} + e^{\frac{x}{2}}}{\sqrt{e^x + 1}}$, $a = -\infty$ e $a = +\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-x} + e^{-\frac{x}{2}}}{\sqrt{e^x + 1}} = \frac{+\infty}{1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{-x} + e^{-\frac{x}{2}}}{\sqrt{e^x + 1}} = \frac{0}{+\infty} = 0$$

2.2 $f(x) = \frac{-x + 1 - \ln(x)}{x^2}$, $a = 0$ e $a = +\infty$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x + 1 + \ln(x)}{x^2} = \frac{-\infty}{0^+} = -\infty$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x + 1 + \ln(x)}{x^2} = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{\ln(x)}{x^2} \right) = \\ &= 0 + 0 + 0 = \\ &= 0 \end{aligned}$$

2.3 $f(x) = (x^2 - 1)e^{\frac{1}{x-1}}$, $a = 1$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \left[(x^2 - 1)e^{\frac{1}{x-1}} \right] = \\ &\stackrel{(0 \times \infty)}{=} \lim_{x \rightarrow 1^+} (x + 1) \times \lim_{x \rightarrow 1^+} \left[(x - 1)e^{\frac{1}{x-1}} \right] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \lim_{x \rightarrow 1^+} (x + 1) \times \lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{e^y}{y} = \\ &= 2 \times (+\infty) = \\ &= +\infty \end{aligned}$$

Mudança de variável: $y = \frac{1}{x-1}$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \left[(x^2 - 1)e^{\frac{1}{x-1}} \right] = \\ &= 0 \times e^{\frac{1}{0^-}} = \\ &= 0 \times e^{-\infty} = \\ &= 0 \times 0 = \\ &= 0 \end{aligned}$$

Como $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$, então não existe

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x).$$

2.4 $f(x) = \frac{4e^{3x} - e^{2x}}{2e^{3x} + 3e^x - e^{-x}}$, $a = +\infty$ e $a = -\infty$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4e^{3x} - e^{2x}}{2e^{3x} + 3e^x - e^{-x}} = \\ &\stackrel{(\frac{\infty}{\infty})}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{3x}(4 - e^{-x})}{e^{3x}(2 + 3e^{-2x} - e^{-4x})} = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4 - e^{-x}}{2 + 3e^{-2x} - e^{-4x}} = \\ &= \frac{4 - 0}{2 + 0 - 0} = \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4e^{3x} - e^{2x}}{2e^{3x} + 3e^x - e^{-x}} = \\ &= \frac{0 - 0}{0 + 0 - (+\infty)} = \\ &= \frac{0}{-\infty} = \\ &= 0 \end{aligned}$$

2.5 $f(x) = \ln(1+x) - \ln(x)$, $a = +\infty$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln(1+x) - \ln(x)) = \\ &\stackrel{(\infty - \infty)}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{1+x}{x}\right) = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{1}{x} + 1\right) = \\ &= \ln(1) = \\ &= 0 \end{aligned}$$

2.6 $f(x) = \frac{\ln(x)}{\sqrt{x} + \ln(x)}$, $a = +\infty$ e $a = 0^+$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{\sqrt{x} + \ln(x)} = \\ &\stackrel{(\infty)}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{\ln(x) \left(\frac{\sqrt{x}}{\ln(x)} + 1\right)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\frac{\sqrt{x}}{\ln(x)} + 1} = \frac{1}{+\infty + 1} = \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(x)}{\sqrt{x} + \ln(x)} = \\ &\stackrel{(\infty)}{=} \lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{\ln\left(\frac{1}{y}\right)}{\sqrt{\frac{1}{y}} + \ln\left(\frac{1}{y}\right)} = \\ &= \lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{-\ln(y)}{\frac{1}{\sqrt{y}} - \ln(y)} = \\ &= \lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{-1}{\frac{1}{\sqrt{y \ln(y)}} - 1} = \\ &= \frac{-1}{0 - 1} = \end{aligned}$$

Mudança de variável: $x = \frac{1}{y}$

2.7 $f(x) = \frac{1+\ln(x)}{x^2+1}$, $a = +\infty$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+\ln(x)}{x^2+1} = \\ &\stackrel{(\infty)}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x} + \frac{\ln(x)}{x}}{x + \frac{1}{x}} = \\ &= \frac{0}{+\infty} = \\ &= 0 \end{aligned}$$

2.8 $f(x) = \frac{2x-4}{\ln(x-1)}$, $a = 2$ e $a = +\infty$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-4}{\ln(x-1)} = \\ &= \lim_{y \rightarrow 0} \frac{2(e^y+1)-4}{y} = \\ &= 2 \lim_{y \rightarrow 0} \frac{e^y-1}{y} = \\ &= 2 \times 1 = \\ &= 2 \end{aligned}$$

Mudança de variável:

$$y = \ln(x-1) \Leftrightarrow x-1 = e^y \Leftrightarrow x = e^y + 1$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-4}{\ln(x-1)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{\ln(x-1)} \times \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-4}{x-1} = \\ &= \lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{y}{\ln(y)} \times \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{x} = \\ &= +\infty \times 2 = \\ &= +\infty \end{aligned}$$

Mudança de variável: $y = x - 1$

2.9 $f(x) = \ln(x^2) - \ln(ex^2 + x)$, $a = +\infty$ e $a = 0^+$ 2.10 $f(x) = \frac{(\ln(x))^2}{e^{2x}}$, $a = +\infty$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln(x^2) - \ln(ex^2 + x)) = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{x^2}{ex^2 + x}\right) = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{1}{e + \frac{1}{x}}\right) = \\ &= \ln\left(\frac{1}{e}\right) = \\ &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} (\ln(x^2) - \ln(ex^2 + x)) = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln\left(\frac{x^2}{ex^2 + x}\right) = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln\left(\frac{x}{ex + 1}\right) = \\ &= \ln(0^+) = \\ &= -\infty \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln(x))^2}{e^{2x}} = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{((\ln(x))^2)}{(e^x)^2} = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\ln(x)}{e^x}\right)^2 = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\ln(x)}{x} \times \frac{x}{e^x}\right)^2 = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\ln(x)}{x}\right)^2 \times \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{e^x}\right)^2 = \\ &= 0 \times 0 = \\ &= 0 \end{aligned}$$

2.11 $f(x) = x \ln \left(1 + \frac{1}{3x} \right), a = +\infty$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x \ln \left(1 + \frac{1}{3x} \right) \right) = \\ &\stackrel{(0 \times \infty)}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\ln \left(1 + \frac{1}{3x} \right)^x \right) = \\ &= \lim_{3x \rightarrow +\infty} \left(\ln \left(\left(1 + \frac{1}{3x} \right)^{3x} \right)^{\frac{1}{3}} \right) = \\ &= \ln \left(e^{\frac{1}{3}} \right) = \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

2.12 $f(x) = (1 + 2x)^{\frac{1}{x}}, a = 0^+ \text{ e } a = +\infty$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(1 + 2x \right)^{\frac{1}{x}} = \\ &= \lim_{y \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{y} \right)^y = \\ &= e^2 \end{aligned}$$

Mudança de variável: $y = \frac{1}{x}$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + 2x \right)^{\frac{1}{x}} = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\ln(1+2x) \cdot \frac{1}{x}} = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{\ln(1+2x)}{x}} = \\ &= \lim_{2x \rightarrow +\infty} e^{\frac{\ln(1+2x)}{2x} \times 2} = \\ &= e^{0 \times 2} = \\ &= 1 \end{aligned}$$

3. Seja f a função definida por $f(x) = x \log_3(x)$. Determina a equação reduzida da reta tangente ao gráfico da função f :

3.1 no ponto de abcissa 1 ;

3.2 que é paralela ao eixo das abcissas.

4. Estuda, quanto à monotonia, existência de extremos, sentido das concavidades do gráfico e existência de pontos de inflexão, as funções f definidas por:

4.1 $f(x) = x^2 \ln(x)$

$$D_f = \mathbb{R}^+ ; f'(x) = (x^2 \ln(x))' = 2x \ln(x) + x^2 \times \frac{1}{x} = 2x \ln(x) + x = x(2 \ln(x) + 1)$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(2 \ln(x) + 1) = 0 \Leftrightarrow 2 \ln(x) + 1 = 0 \Leftrightarrow \ln(x) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = e^{-\frac{1}{2}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt{e}} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{e}}{e}$$

$$f\left(\frac{\sqrt{e}}{e}\right) = \left(\frac{\sqrt{e}}{e}\right)^2 \ln\left(\frac{\sqrt{e}}{e}\right) = \frac{e}{e^2} \ln\left(e^{\frac{1}{2}-1}\right) = \frac{1}{e} \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2e}$$



x	0	$\frac{\sqrt{e}}{e}$	$+\infty$
x	+	+	+
$2 \ln(x) + 1$	-	0	+
Sinal e zeros de f'	-	0	+
Monotonia e extremos de f	\searrow	$-\frac{1}{2e}$	\nearrow

f é decrescente em $\left]0, \frac{\sqrt{e}}{e}\right[$ e é crescente em $\left[\frac{\sqrt{e}}{e}, +\infty\right[$; $f\left(\frac{\sqrt{e}}{e}\right) = -\frac{1}{2e}$ é mínimo.

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow (x(2 \ln(x) + 1))' = 0 \Leftrightarrow 2 \ln(x) + 1 + x \times \frac{2}{x} = 0 \Leftrightarrow 2 \ln(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln(x) = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow x = e^{-\frac{3}{2}} \Leftrightarrow x = \frac{1}{e\sqrt{e}} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{e}}{e^2}$$

$$f\left(\frac{\sqrt{e}}{e^2}\right) = \left(\frac{\sqrt{e}}{e^2}\right)^2 \ln\left(\frac{\sqrt{e}}{e^2}\right) = \frac{e}{e^4} \ln\left(e^{\frac{1}{2}-2}\right) = \frac{1}{e^3} \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{3}{2e^3}$$

x	0	$\frac{\sqrt{e}}{e^2}$	$+\infty$
Sinal e zeros de f''	-	0	+
Concavidades e pontos de inflexão do gráfico de f		$-\frac{3}{2e^3}$	

O gráfico tem a concavidade voltada para baixo em $\left]0, \frac{\sqrt{e}}{e^2}\right[$ e tem a concavidade voltada

para cima em $\left[\frac{\sqrt{e}}{e^2}, +\infty\right[$; o ponto de coordenadas $\left(\frac{\sqrt{e}}{e^2}, -\frac{3}{2e^3}\right)$ é ponto de inflexão do gráfico.

4.2 $f(x) = \frac{x}{\ln(x)}$




$D_f = \{x \in \mathbb{R} : x > 0 \wedge \ln(x) \neq 0\} = \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$; $f'(x) = \left(\frac{x}{\ln(x)}\right)' = \frac{\ln(x) - x \times \frac{1}{x}}{(\ln(x))^2} = \frac{\ln(x) - 1}{(\ln(x))^2}$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{\ln(x) - 1}{(\ln(x))^2} = 0 \Leftrightarrow \ln(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow \ln(x) = 1 \Leftrightarrow x = e$; $f(e) = \frac{e}{\ln(e)} = e$

x	0	1		e	$+\infty$
$\ln(x) - 1$		-	-	0	+
$(\ln(x))^2$		+	0	+	+
Sinal e zeros de f'		-	n.d.	-	0
Monotonia e extremos de f		\searrow	n.d.	\searrow	e
					\nearrow

f é decrescente em $]0,1[$ e em $]1,e]$ e é crescente em $[e,+\infty[$; $f(e) = e$ é mínimo relativo.

$f''(x) = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{\ln(x) - 1}{(\ln(x))^2}\right)' = 0 \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{x}(\ln(x))^2 - (\ln(x) - 1) \times 2\ln(x) \times \frac{1}{x}}{(\ln(x))^4} = 0 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow \frac{\frac{1}{x}\ln(x)[\ln(x) - (2\ln(x) - 2)]}{(\ln(x))^4} = 0 \Leftrightarrow \frac{\ln(x) - 2\ln(x) + 2}{x(\ln(x))^3} = 0 \Leftrightarrow \frac{-\ln(x) + 2}{x(\ln(x))^3} = 0 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow -\ln(x) + 2 = 0 \Leftrightarrow \ln(x) = 2 \Leftrightarrow x = e^2$; $f(e^2) = \frac{e^2}{\ln(e^2)} = \frac{e^2}{2}$

x	0	1		e^2	$+\infty$
$-\ln(x) + 2$		+	+	+	0
x		+	+	+	+
$(\ln(x))^3$		-	0	+	+
Sinal e zeros de f''		-	n.d.	+	0
Concavidades e pontos de inflexão do gráfico de f			n.d.		$\frac{e^2}{2}$
					

O gráfico tem a concavidade voltada para baixo em $]0,1[$ e em $[e^2,+\infty[$ e tem a concavidade voltada para cima em $]1,e^2]$; o ponto de coordenadas $\left(e^2, \frac{e^2}{2}\right)$ é ponto de inflexão do gráfico.

8. Considera as funções f e g , de domínio \mathbb{R}^+ , definidas por:

$$f(x) = \log_4 x \text{ e } g(x) = \log_8 x^2$$

Mostra que $\forall x \in \mathbb{R}^+, g(x) = \frac{4}{3}f(x)$

$$\begin{aligned} \forall x \in \mathbb{R}^+, g(x) &= \log_8 x^2 = 2 \log_8 x = 2 \times \frac{\log_4 x}{\log_4 8} = \\ &= 2 \times \frac{\log_4 x}{\log_4(4 \times 2)} = 2 \times \frac{\log_4 x}{\log_4 4 + \log_4 2} = 2 \times \frac{\log_4 x}{1 + \log_4 2} = \\ &= 2 \times \frac{\log_4 x}{1 + \frac{1}{2}} = 2 \times \frac{\log_4 x}{\frac{3}{2}} = \frac{4}{3} \log_4 x = \frac{4}{3} f(x) \end{aligned}$$

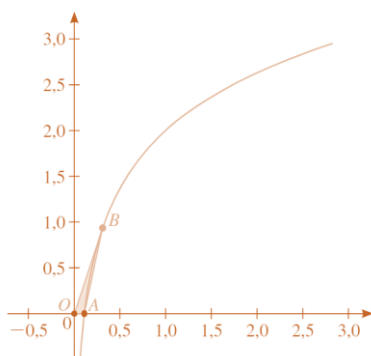
9. Seja f a função em \mathbb{R}^+ por $f(x) = \log_3(x^2) - \log_3\left(\frac{x}{9}\right)$

- a) Mostra que $f(x) = 2 + \log_3 x$, para qualquer $x \in \mathbb{R}^+$.

$$\begin{aligned} f(x) &= \log_3(x^2) - \log_3\left(\frac{x}{9}\right) = \\ &= \log_3(x^2) - \log_3 x + \log_3 9 = \\ &= \log_3\left(\frac{x^2}{x}\right) + 2 = 2 + \log_3 x \end{aligned}$$

- b) Determina a área do triângulo cujos vértices são a origem do referencial, o ponto do gráfico de f cuja ordenada é 1 e o ponto correspondente ao zero de f .

$$\begin{aligned} f(x) = 0 &\Leftrightarrow 2 + \log_3 x = 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \log_3 x &= -2 \Leftrightarrow \log_3 x = \log_3 3^{-2} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x &= \frac{1}{9} \rightarrow \text{zero de } f \end{aligned}$$



$$A = \frac{\frac{1}{9} \times 1}{2} = \frac{1}{18}$$

- 10.** Na figura estão representados, em referencial o.n. xOy , um trapézio $[ABOC]$ e partes dos gráficos das funções de domínio \mathbb{R} , definidas por $f(x) = 2^{2-x}$ e $g(x) = 3^x$.

Como a figura sugere:

- o ponto O é a origem do referencial;
- o ponto A é a interseção dos gráficos de f e de g ;
- o ponto B é a interseção do gráfico de g com o eixo das ordenadas;
- o ponto C tem a mesma abcissa de A e pertence ao eixo das abcissas.

Determina a área do trapézio $[ABOC]$, aproximada às centésimas.

$$\overline{OB} = 1$$

Cálculo da abcissa de A :

$$2^{2-x} = 3^x \Leftrightarrow \log 2^{2-x} = \log 3^x \Leftrightarrow (2-x) \log 2 = x \log 3 \Leftrightarrow x = \frac{\log 4}{\log 6} = \log_6 4$$

$$\overline{OC} = \log_6 4$$

$$\overline{AC} = 3^{\log_6 4}$$

$$\text{A área do trapézio é: } \frac{3^{\log_6 4} + 1}{2} \times \log_6 4 \approx 1,29.$$