1. Seja f uma função de domínio IR , com segunda derivada finita em todos os pontos do seu domínio.

   Seja g a fubnção definida por $g(x)=xf(x)$

   Mostre que $g''(x)=2f'(x)+xf''(x)$

2. Estude, quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão, no seu domínio de existência, as funções definidas por:

   2.1. $f(x)=x^3+3x^2-5x+1$

   2.2. $g(x)=x^4-6x^2$

   2.3. $h(x)=\dfrac{x^2}{x^2-1}$

   2.4. $i(x)=\dfrac{x^3-1}{x^2}$

   2.5. $j(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$

   2.6. $k(x)=\left(\dfrac{x+2}{x-3}\right)^2$

   2.7. $l(x)=\sqrt{x^2+1}$

   2.8. $m(x)=\dfrac{3x}{x^2-9}$

   2.9. $n(x)=\dfrac{x^2-4}{x^2+4}$

   2.10. $o(x)=\dfrac{3x^3}{x^2-1}$

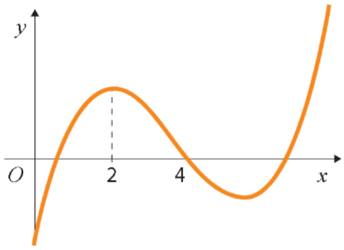
   2.11. $p(x)=\sqrt{x-2}$

   2.12. $q(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x+1}}$

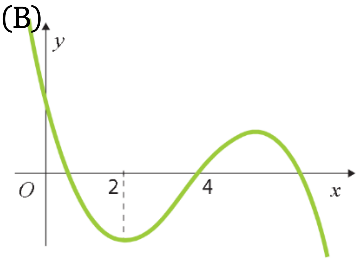
3. Seja $f : IR \longrightarrow IR$ uma função tal que:

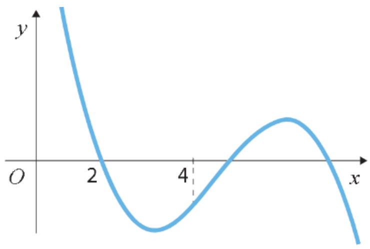
- f tem derivada finita em todos os pontos do seu domínio;
- $f\,'(2) = 0$
- $f\,''(x) > 0,\ \forall x \in \left]-\infty, 2\right[$

Apenas uma das seguintes opções pode representar a função f

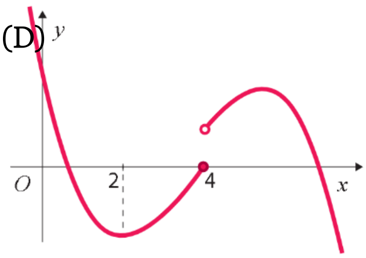


(A) (B)





(C) (D)

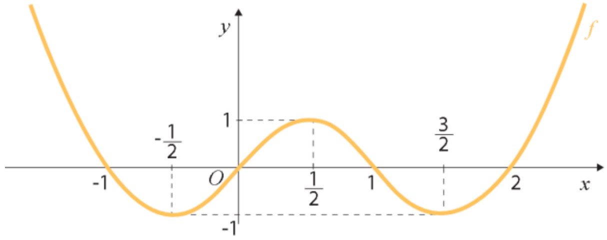


Elabore uma composição na qual:

- identifique a opção que pode representar a função f;
- apresente razões para rejeitar as restantes opções.

Apresente três razões diferentes, uma por cada gráfico rejeitado.

4. Na figura está representado, num referencial o.n. Oxy, o gráfico de uma função f. O gráfico de f tem dois pontos de inflexão de abcissas 0 e 1.



Resolva as seguintes condições:

4.1. $f'(x)\times f(x)<0$ 4.2. $f(x)\times f''(x)>0$ 4.3. $f''(x)\times f'(x)\geq 0$

5. Seja f uma função de domínio IR definida por $f(x)=\dfrac{2x^2}{x^2+1}$

Escreva a equação reduzida da reta tangente ao gráfico de f cujo declive é o maior possível.

6. Um projetil foi lançado verticalmente a partir de um avião e a sua altura a (em metros) em função do tempo t decorrido após o lançamento (em segundos) é dada por $a(t)=-5t^2+100t+1500$.

Determine:

6.1. a altura máxima atingida pelo projétil;

6.2. a velocidade média do projétil nos primeiros 5 segundos;

6.3. a velocidade no instante em que atingiu o solo;

6.4. a acelaração média nos primeiros 5 segundos;

6.5. a acelaração no instante $t=5$

7. Considere a função f, de domínio IR, definida por $f(x)=x^3+ax^2-2x+1$, onde a designa um certo número real. Sabe-se que o gráfico da função f tem um ponto de inflexão de abcissa $x=1$. Determine o valor de a.

8. Estude e esboce o gráfico de cada uma das funções definidas por:

8.1. $f(x)=x^3-2x^2-x+2$

8.2. $g(x)=x^4-8x^2+7$

8.3. $h(x)=\dfrac{5x^2}{x^2-1}$

8.4. $i(x)=\dfrac{x^3}{x^2-9}$

8.5. $j(x)=\dfrac{x-1}{x^2+1}$

8.6. $k(x)=\dfrac{2x}{x^4-1}$

8.7. $l(x)=\sqrt{x^2-4}$

8.8. $m(x)=\sqrt{x^2+2}-x$

9. Seja f uma função, de domínio IR, definida por:

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{2-x}+\dfrac{4}{3} & \text{se} \quad x\le 2\\ \dfrac{-2x}{(x-1)(x-5)} & \text{se} \quad 2<x<5\\ \dfrac{x}{x^2-16} & \text{se} \quad x\ge 5\end{cases}$$

9.1. Estude a continuidade da função no seu domínio.

9.2. Justifique a função f tem no intervalo $[0,4]$ um máximo e um mínimo absolutos.

9.3. Mostre que a função $f(x)=x^3$ tem, pelo menos, uma solução no intervalo $]-2,2[$

9.4. Utilizando a calculadora gráfica, determine a única solução da equação $f(x)=x^3$ no intervalo $]-2,2[$

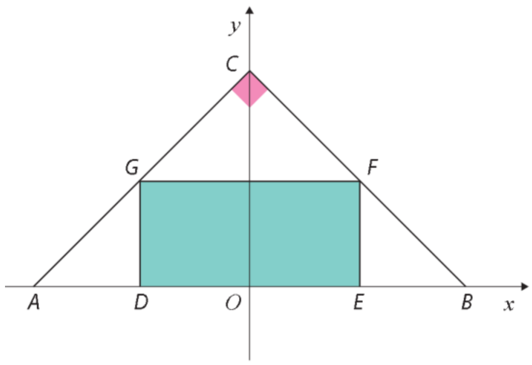
Apresente o resultado arredondado às centésimas.

9.5. Usando processos exclusivamente analíticos, estude a função f quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão, no intervalo $]5,+\infty[$

10. Na figura está representado, num referencial o.n. Oxy, um triângulo isósceles $[ABC]$ cuja hipotenusa mede 4 unidades de comprimento.

Considere os retângulos $[DEFG]$ que se podem inscrever no triângulo $[ABC]$, de tal forma que o lado $[DE]$ está contido em $[AB]$ e os vértices F e G pertencem, respetivamente, a $[AC]$ e a $[BC]$.

Determine as dimensões do retângulo com a maior área possível.

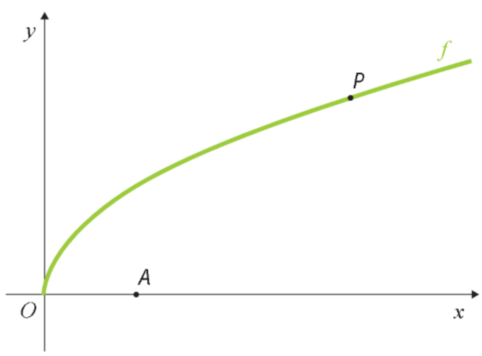


11. Na figura está a representação gráfica de uma função f, de domínio IR_0^+, definida por $f(x)=\sqrt{x}$

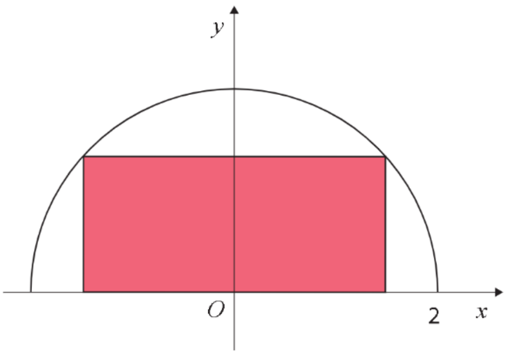
Considere que um ponto P se desloca ao longo do gráfico de f

Seja A o ponto de coordenadas $\left(\dfrac{3}{2},0\right)$

Determine as coordenadas do ponto P de modo que a distância de P a A seja mínima.



12. Na figura-se encontra-se representada, num referencial o.n. Oxy, uma semicircunferência de centro O e raio 2.
Considere os retângulos que se podem inscrever nesta semicircunferência, de tal forma que um dos seus lados está sobre o eixo Ox e os restantes vértices pertencem à circunferência.
Determine as dimensões do retângulo de área máxima.



13. Considere um triângulo retângulo cuja hipotenusa mede $\sqrt{3}$ cm e o cone de revolução gerado por esse triângulo.
Determine o raio, a altura e o volume do cone de revolução obtido desta forma e com volume máximo.