1. Defina a derivada de segunda ordem de cada uma das funções:

1.1. $a(x) = -x^4 + 5x^3 - 8x + 7$

1.2. $b(x) = \dfrac{1}{x+1}$

1.3. $c(x) = \dfrac{4-2x}{(x-1)^2}$

1.4. $d(x) = \sqrt{3x-2}$

1.5. $e(x) = 2x\sqrt{x^2+3}$

1.6. $f(x) = \dfrac{(x+1)(2x-5)}{\sqrt{x}}$

2. Estude, quanto ao sentido da concavidade do gráfico e à existência de pontos de inflexão, cada uma das funções definidas por:

2.1. $f(x) = x^3 - 2$

2.2. $h(x) = x^4 + 2x - 4$

2.3. $g(x) = 3x^5 - 5x^4 - 1$

2.4. $p(x) = x^5 - 5$

2.5. $e(x) = \dfrac{-x-1}{x^2}$

2.6. $k(x) = \dfrac{x^3}{x+1}$

2.7. $l(x) = \sqrt[3]{x}$

2.8. $m(x) = \dfrac{x^3}{x-1}$

3. Qual(ais) das seguintes afirmações é(são) necessariamente verdadeira(s)?

I se *f* é uma função duas vezes diferenciável num intervalo *I* e existe um valor $a \in I$ tal que $f''(a) = 0$ Então o gráfico de *f* tem um ponto de inflexão em *a*

II Uma função *f* diz-se derivável em *a* se existir $f'(a)$

III Se *f* é uma função diferenciável num intervalo *I* e, nesse mesmo intervalo, *f* tem a concavidade voltada para baixo, então f' é estritamente decrescente em *I*

IV Seja *f* uma função e *I* um intervalo tal que $I \subset D_f$. Se $f'(x) > 0 \ \ \forall x \in I$, então *f* tem a concavidade voltada para baixo em *I*

V Se *f* uma função duas vezes diferenciável num intervalo *I* e se o gráfico de *f* tem um ponto de inflexão em $x_0 \in I$. Então $f''(x_0) = 0$

4. Considere a função *f*, definida em $IR \setminus \left\{-\sqrt{5}, \sqrt{5}\right\}$ por

$$f(x) = \frac{3x}{x^2-5}$$

4.1. Estude a função quanto à monotonia e à existência de extremos relativos.

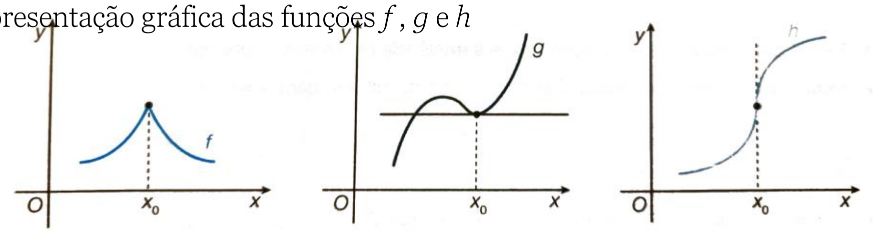
4.2. Mostre que o gráfico da função *f* tem um ponto de inflexão para $x = 0$

5. Atendendo às informações que se seguem, completa a tabela.

- f é duas vezes diferenciável e $D_{f''} = D_f = IR \setminus \{-1\}$
- $f''(x) < 0$ para $x < -1$
- $f''(x) > 0$ para $x \in \left]3, +\infty\right[$
- $(3, 0)$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f

x	$-\infty$	-1		3	$+\infty$
f''					
f					

6. Considere a representação gráfica das funções f, g e h



Pode afirmar-se que:

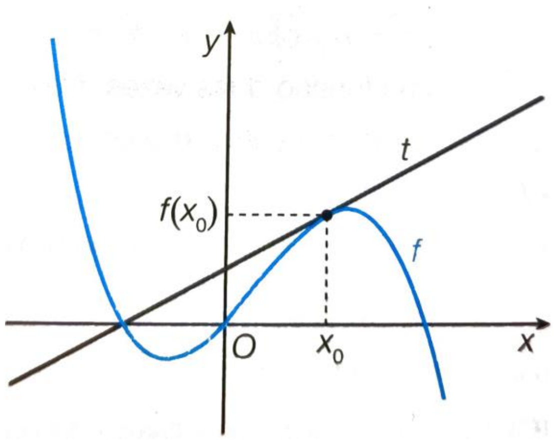
(A) $g'(x_0) = 0$

(B) f é diferenciável em x_0

(C) h é derivável em x_0

(D) h tem um extremo local em x_0

7. Considere a representação gráfica de uma função f que admite derivadas de primeira e segunda ordens no ponto de abcissa x_0. A reta t é tangente ao gráfico de f nesse ponto.



Qual das afirmações é verdadeira?

(A) $f(x_0) > 0 \wedge f''(x_0) > 0$

(B) $f'(x_0) > 0 \wedge f''(x_0) < 0$

(C) $f'(x_0) \times f''(x_0) > 0$

(D) $f(x_0) \times f'(x_0) < 0$

8. Considere afunção f, de domínio IR, definida por $f(x) = \sqrt[3]{2x+1}$

Verifique que apesar de não existir $f''\left(-\frac{1}{2}\right)$, a função f tem um ponto de inflexão em $x = -\frac{1}{2}$

9. Considere uma função racional f e a sua derivada de segunda ordem definida por $f''(x) = \frac{n(x)}{d(x)}$, com $d(x) \neq 0$, e a tabela representada a seguir.

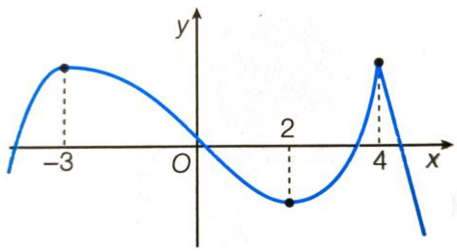
x	$-\infty$	− 2		0		2	$+\infty$
n	+	+	+	0	−	−	−
d	−	0	+	+	+	0	−

9.1. Estude, quanto ao sinal, a derivada de segunda ordem da função f

9.2. Estude a função f quanto ao sentido da concavidade do respetivo gráfico

9.3. Indique, caso exista, a abcissa do ponto de inflexão do gráfico de f

10. Na figura está representada parte do gráfico de uma função f duas vezes diferenciável em IR e assinalados or pontos correspondentes aos únicos extremos de f, bem como os pontos pontos de inflexão do respetivo gráfico.



Sejam f' e f'' a primeira e segunda derivadas de f, respetivamente.

Qual dos seguintes valores existe e é negativo?

(A) $f'(-3)$ (B) $f''(-1)$ (C) $f''(2)$ (D) $f'(4)$

11. Seja f uma função duas vezes diferenciável em IR

Sabe-se que:

- $f'(0) = 0$
- o gráfico de f tem a concavidade voltada para cima em todo o seu domínio

Pode afirmar-se que:

(A) f é estritamente decrescente em $[1, 5]$

(B) $f'(1) > 0$

(C) $(0, 0)$ é ponto de inflexão do gráfico da função f

(D) $f'(-1) > 0$

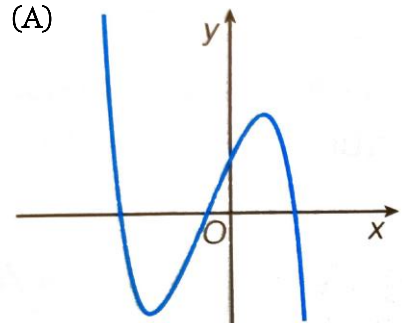
12. Considere a família de funções, de domínio $IR \setminus \{0\}$, do tipo $f(x) = \dfrac{x^3 + 3k}{x}$, com k real não nulo.

Determine k de forma que exista um ponto de inflexão do gráfico de f no ponto de abcissa 5

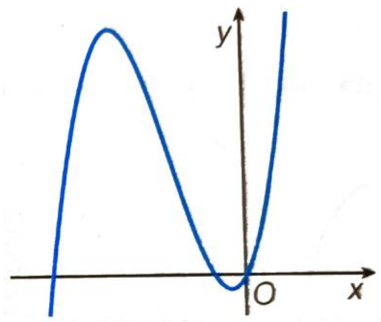
13. Seja h uma função duas vezes diferenciável em IR tal que a derivada de segunda ordem de h é definida por $h''(x) = 2(6x^2 - 3x - 2)$

Em qual das opções seguintes pode estar uma representação de parte do gráfico da função h ?

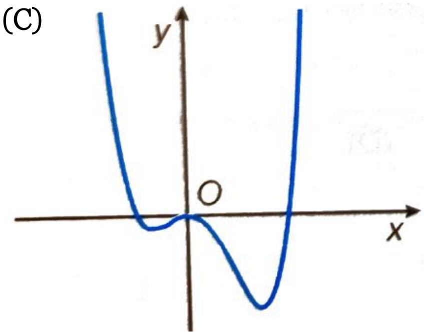
(A)



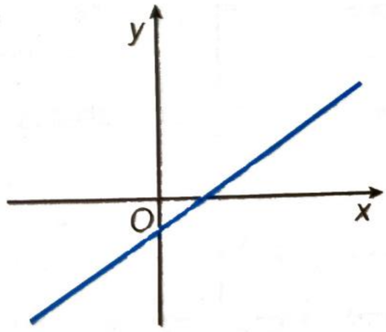
(B)



(C)



(D)



14. Considere a função f, definida em IR por:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{-x-1}{x-3} & \text{se } x < 2 \\ 3 + \sqrt{x-2} & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$$

14.1. Mostre que a função f é contínua

14.2. Mostre que f não é diferenciável no ponto de abcissa 2

14.3. Determine a equação reduzida da reta tangente ao gráfico de f no ponto de coordenadas $(x_0, 1)$, com $x_0 > 0$

14.4. Estude a função f quanto ao sentido da concavidade do gráfico e à existência de pontos de inflexão