Números Complexos – Operações – 1

1. Determina os valores reais de p e q de modo que $(p+3i)(4+qi)=15+9i$

2. Calcula na forma $a+bi$, com $a,b \in \mathbb{R}$

2.1. $\left(\sqrt{3}-3i\right)^2$

2.2. $(4+2i)^3$

3. Determina o número natural n, tal que $(2i)^n+(1+i)^{2n}=64i$

4. Apresenta na forma algébrica o conjugado de:

4.1. $3-2i$

4.2. $(2-i)(1-3i)$

4.3. $i(3-i^{11})-2(\overline{1+2i})$

5. A diferença entre um complexo e o seu conjugado é $4i$ e a soma entre eles é 10.

Determina o complexo na forma algébrica.

6. Determina $|z|$ para:

6.1. $z=2-i$

6.2. $z=-5$

6.3. $z=\frac{1}{2}i$

7. A soma de dois números complexos conjugados é 16 e a soma dos seus módulos é 20.

Determina-os

8. Seja $z = 2 - 3i$

Determina a área e o perímetro do triângulo $[OAB]$ em que O é a origem do referencial, A o afixo de z e B o afixo de $\bar{z}$.

9. Sejam z e w dois números complexos não nulos.

Sejam A e B os afixos de z e w , respetivamente.

Seja O a origem do referencial.

Supondo que B pertence à mediatriz do segmento de reta $[OA]$, prova que:

$$|z|^2 = 2Re(zw)$$

10. Calcula e apresenta na forma $a + bi$, com $a, b \in \mathbb{R}$:

10.1. $\frac{3+i}{2-3i}$

10.2. $\frac{1-i+i^{11}}{1+i}$

10.3. $\frac{3-i}{i(4+i)} - \frac{i^3(4-i)}{3-i}$

11. Determina o conjunto dos números complexos z, tais que

$$w = \frac{2z - i}{2 + iz}$$

é um número real.

Sugestão: *recorda que* $w = \overline{w}$

12. Seja z um número complexo, tal que $|z| = 1$

Mostra que $\left|\frac{1}{z} + 1\right|^2 + \left|\frac{1}{z} - 1\right|^2 = 4$

13. Resolve, em $\mathbb{C}$, as seguintes equações, apresentando o resultado na forma algébrica:

13.1. $z^2 + 4 = 0$

13.2. $z^3 + 2z = 0$

13.3. $(3 - i)z = 2 + 3i$

13.4. $z + i\bar{z} = 1 - 4i$

13.5. $\frac{z+2i}{1-z} = -i + 1$

13.6. $(1 - 2i)z - i\bar{z} = 2$

14. Seja $\mathbb{C}$ o conjunto dos números complexos.

Considera a equação $z^3 - z + 6 = 0$

Sabendo ques esta equação tem três soluções em $\mathbb{C}$, sendo uma delas o número real -2 , e que os afixos dessas três soluções são vértices de um triângulo, determina o perímetro desse triângulo,

Soluções

1. $p = \frac{3}{4} \wedge q = -4$

2.1. $-6 - 6\sqrt{3}i$

2.2. $16 + 88i$

3. $n = 5$

4.1. $3 + 2i$

4.2. $-1 + 7i$

4.3. $-3 - 7i$

5. $5 + 2i$

6.1. $\sqrt{5}$

6.2. 5

6.3. $\frac{1}{2}$

7. $Z = 8 - 6i$ e $\bar{z} = 8 + 6i$

8. $A = 6$ e $P = 2\sqrt{13} + 6$

10.1. $\frac{3}{13} + \frac{11}{13}i$

10.2. $-\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$

10.3. $-\frac{87}{170} + \frac{111}{170}i$

11. circunferência de centro $\left(0\,,\frac{5}{4}\right)$ e raio $\frac{3}{4}$

13.1. $C.S. = \{-2i, 2i\}$

13.2. $C.S. = \{-\sqrt{2}i, \sqrt{2}i\}$

13.3. $C.S. = \left\{\frac{3}{10} + \frac{11}{10}i\right\}$

13.4. $C.S. = \emptyset$

13.5. $C.S. = \{1 - i\}$

13.6. $C.S. = \left\{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i\right\}$

14. $P = 2\sqrt{11} + 2\sqrt{2}$