

COMPLEXOS: FORMA TRIGONOMÉTRICA**COMP**

1. Considere os complexos $z_1 = \frac{5}{13} + \frac{12}{13}i$ e $z_2 = \operatorname{sen} \frac{\pi}{7} + i \cos \frac{\pi}{7}$

Verifique que z_1 e z_2 são complexos unitários.

2. Sejam os números complexos:

$$z_1 = \frac{1+i}{\sqrt{2}} \quad \text{e} \quad z_2 = 2 \cos \frac{7\pi}{12} \left(\cos \frac{7\pi}{12} + i \operatorname{sen} \frac{7\pi}{12} \right) - 1$$

Mostre que:

- 2.1. z_1 é um complexo unitário e indique três argumentos de z_1

- 2.2. z_2 é um complexo unitário e indique o argumento principal de z_2

3. Considere o número complexo:

$$z_1 = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$$

- 3.1. Mostre que z_1 é um complexo unitário

- 3.2. Determine o argumento principal de z_1

4. Escreva na forma trigonométrica os números complexos seguintes:

4.1. $z_1 = 2\sqrt{3} - 2i$

4.2. $z_2 = -1 + \sqrt{3}i$

4.3. $z_3 = -2 - 2i$

4.4. $z_4 = 3 + \sqrt{3}i$

4.5. $z_5 = \frac{\sqrt{3}i - 1}{4}$

4.6. $z_6 = 2 + (1 + i^{43})^2$

5. Represente na forma trigonométrica os números complexos seguintes.

5.1. $z = -\frac{1}{2}i$

5.2. $z = -100$

5.3. $z = 3i^5$

5.4. $z = \frac{2}{i}$

5.5. $z = |1 + i| \times i$

6. Escreva na forma algébrica os números complexos seguintes.

6.1. $z = 12e^{i\frac{\pi}{4}}$

6.2. $z = e^{i\frac{17\pi}{3}}$

6.3. $z = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{2}}$

6.4. $z = 2e^{-i\frac{19\pi}{3}}$

6.5. $z = 2\sqrt{3}e^{i\frac{13\pi}{6}}$

6.6. $z = \sqrt{2}e^{-i\frac{21\pi}{4}}$

7. Mostre que $z_1 = z_2$, sendo $z_1 = 2e^{i\frac{10\pi}{3}}$ e $z_2 = 2e^{-i\frac{2\pi}{3}}$

8. Verifique se são iguais os números complexos $z_1 = 3e^{i\frac{29\pi}{3}}$ e $z_2 = 3e^{i\frac{8\pi}{3}}$

9. Escreva na forma trigonométrica, o simétrico e o conjugado dos números complexos seguintes.

$$z_1 = 2e^{-i\frac{\pi}{6}} \text{ e } z_2 = 3e^{i\frac{2\pi}{3}}$$

10. Calcule

10.1. $(1+i)^6$

10.2. $(\sqrt{3}-i)^6$

10.3. $\frac{(\sqrt{3}+3i)^6}{(2i)^5}$

10.4. $(1+i)^{10} - (1-i)^{10}$

11. Apresente na forma algébrica os números complexos seguintes.

11.1. $z = \frac{(-2i)^3}{(1+i)^6}$

11.2. $z = \frac{(\sqrt{3}-i)^6 - (4i)^3}{(i^{43}+1)^4 \times e^{-i\frac{\pi}{12}}}$

12. Calcule e apresente o resultado na forma trigonométrica

12.1. $z = (\sqrt{3}-i)^2 + 2e^{-i\frac{\pi}{3}}$

12.2. $z = \overline{1+i} + 2\sqrt{2} e^{i\frac{5\pi}{6}} \times e^{-i\frac{\pi}{12}}$

13. Considere os números complexos:

$$z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{4}} \text{ e } z_2 = 4\left(\cos\frac{\pi}{8} + i\sin\frac{\pi}{8}\right)$$

Determine os números complexos apresentando o resultado na forma trigonométrica.

13.1. $z_1 \times \overline{z_2}$

13.2. $-z_1 \times z_2^2$

13.3. $\left(\frac{i z_1^2}{z_2^2}\right)$

14. Determine o módulo e o argumento principal do número complexo $z = \frac{(1-i\sqrt{3})^5}{(-1+i)^4 \times 2i^3}$

15. Considere o número complexo $z = (1+i)\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{3}}$

Determine o menor valor de $n \in \mathbb{N}$ para o qual o número complexo z^n é:

15.1. Um número real negativo.

15.2. Um número imaginário puro.