

1. Utilizando os algarismos do conjunto  $A = \{0, 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ , quantos são os números naturais:

1.1. de cinco algarismos diferentes que têm algarismos 1 e 2?

**R: 6216**

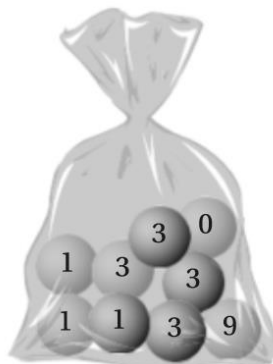
1.2. de cinco algarismos diferentes que têm os algarismos 1 e 2 juntos?

**R: 2436**

1.3. pares, sem algarismos iguais, inferiores a 2000?

**R: 653**

2. Considera nove bolas, três numeradas com o número 1, quatro com o número 3, uma com o número 9 e outra com o número 0.



2.1. Colocam-se nove bolas, que são indistinguíveis ao tato, num saco vazio. Em seguida, retiram-se, simultaneamente e ao acaso, duas bolas desse saco.

De quantas maneiras diferentes se podem retirar essas duas bolas de modo que o produto dos número das duas bolas retiradas seja igual a 9?

**R: 9**

2.2. Considera agora que se colocam nove bolas lado a lado, de modo a formar um número com nove algarismos. Quantos números ímpares se podem obter?

**R: 1960**

3. Uma turma de uma escola secundária tem 28 alunos: 16 raparigas e 12 rapazes. Nessa turma, vai ser escolhida uma comissão para organizar uma viagem. A comissão será formada por três pessoas: um **presidente**, um **tesoureiro** e um **responsável pelas relações públicas**.

Quantas comissões mistas podem ser formadas?

$3 \times 12 \times {}^{16}A_2 + 3 \times 16 \times {}^{12}A_2$  e  ${}^{28}A_3 - ({}^{16}A_3 + {}^{12}A_3)$  são duas respostas corretas.

Numa pequena composição explica o raciocínio que conduziu a cada uma das respostas.

**R:**

**1ª resposta**

**1ª hipótese: um rapaz e duas raparigas -  $3 \times 12 \times {}^{16}A_2$**

**3 é o número de maneiras de escolher o cargo que será ocupado pelo rapaz; para cada uma destas formas, 12 é o número de opções para escolha do rapaz e  ${}^{16}A_2$  é o número de maneiras de escolher ordenadamente duas das raparigas para preencherem os cargos não ocupados pelo rapaz.**

**2ª hipótese: uma rapariga e dois rapazes -  $3 \times 16 \times {}^{12}A_2$**

**3 é o número de formas de escolher o cargo ocupado pela rapariga; para cada uma destas formas, 16 é número de opções para a escolha da rapariga e  ${}^{12}A_2$  é o número de maneiras de escolher ordenadamente dois dos rapazes para preencherem os cargos não ocupados pela rapariga.**

**Portanto o número pedido é  $3 \times 12 \times {}^{16}A_2 + 3 \times 16 \times {}^{12}A_2$**

**2ª resposta**

**A expressão  ${}^{28}A_3$  é o número de comissões diferentes que se podem formar (escolher 3 dos 28 alunos).**

**A expressão  ${}^{16}A_3$  é o número de maneiras de escolher 3 das 16 raparigas.**

**A expressão  ${}^{12}A_3$  é o número de formas de escolher 3 dos 12 rapazes.**

**Portanto a expressão  ${}^{28}A_3 - ({}^{16}A_3 + {}^{12}A_3)$  sendo a diferença entre o número total de comissões e o número total de comissões só com raparigas e só com rapazes, representa o número de comissões mistas distintas que se podem formar.**

4. A soma de todos os elementos de uma certa linha do Triângulo de Pascal é 1 048 576.

4.1. Determina o terceiro elemento da linha seguinte.

**R:  ${}^{21}C_2 = 210$**

4.2. Escolhendo, ao acaso, dois elementos dessa linha, qual é a probabilidade de obter números iguais?

Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

**R:  $\frac{1}{21}$**

5. Considera a seguinte expressão  $A(x) = \left(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4}\right)^{33}$ ,  $x > 0$ .

Determina, recorrendo à fórmula do Binómio de Newton, o termo independente de  $x$ .

**R: Termo independente de  $x$  é  ${}^{33}C_9 = 38\,567\,100$**

6. O Bernardo tem na estante do seu quarto cinco livros de Valter Hugo Mãe, quatro livros de José Saramago e três livros de Luís Miguel Rocha.

Quando chegou a altura de ir passar férias à sua casa em Monte-Gordo, decidiu escolher metade desses livros, para ler durante este período de lazer.

6.1. De quantas maneiras pode fazer a sua escolha de modo a levar, pelo menos, três livros de José Saramago.

**R: 252**

6.2. Admite agora que o Bernardo já selecionou a metade dos livros que irá ler.

Supondo que vai levar três livros de José Saramago, dois de Luís Miguel Rocha e um de Valter Hugo Mãe e que a ordem pela qual os vai ler é estabelecida ao acaso, qual é a probabilidade de os livros de Luís Miguel Rocha serem lidos um a seguir ao outro?

Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

**R:  $\frac{1}{3}$**

7. Um baralho de cartas completo é constituído por 52 cartas, repartidas por quatro naipes de 13 cartas cada um: espadas, copas, ouros e paus.

Cada naipe tem um ás, três figuras (rei, dama e valete) e mais nove cartas (do dois ao dez).

Admite que se escolhe um grupo de cartas em que:

- a quarta parte é de paus;
- a terça parte são cartas pretas;
- das cartas pretas, metade são de paus.

Escolhendo aleatoriamente uma carta deste grupo, qual é a probabilidade de não ser preta nem ser de paus?

Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

**R:**  $\frac{7}{12}$