1. Quantos são os números naturais ímpares de cinco algarismos que têm exatamente dois algarismos iguais a zero?

O algarismo das dezenas de milhar não pode ser 0 e o algarismo das unidades tem de ser 1, 3, 5, 7 ou 9; então, os algarismos 0 têm de ocupar duas de três posições possíveis.

Existem $9\times1\times1\times9\times5+9\times1\times9\times1\times5+9\times9\times1\times1\times5=9\times9\times5\times{}^{3}C_2$ nas condições pedidas.

$$9\times9\times5\times{}^{3}C_2=1215$$

2. Calcula $\frac{{}^{1000}A_{900}}{{}^{1000}C_{100}}$

$$\frac{{}^{1000}A_{900}}{{}^{1000}C_{100}}=\frac{{}^{1000}C_{900}\times900!}{{}^{1000}C_{100}}=\frac{{}^{1000}C_{100}\times900!}{{}^{1000}C_{100}}=900!$$

3. Seja Ω, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos ($A\subset\Omega$ e $B\subset\Omega$).

$P(A)=0{,}4$ $\quad$ $P(B)=0{,}5$ $\quad$ $P(A|\bar{B})=0{,}2$

Qual é o valor de $P(A\cup B)$?

$$P(A|\bar{B})=0{,}2\Leftrightarrow\frac{P(A\cap\bar{B})}{P(\bar{B})}=0{,}2\Leftrightarrow\frac{P(A\cap\bar{B})}{0{,}5}=0{,}2\Leftrightarrow P(A\cap\bar{B})=0{,}1$$

$$P(A\cap B)=P(A)-P(A\cap\bar{B})=0{,}4-0{,}1=0{,}3$$

$$P(AUB)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=0{,}4+0{,}5-0{,}3=0{,}6$$

4. Queremos colocar no tabuleiro representado ao lado seis botões brancos, todos iguais, e quatro botões de cores diferentes (um verde, outro amarelo, outro vermelho e outro azul). Cada botão ocupa uma casa e em cada casa nãos e pode colocar mais do que um botão.

4.1. De quantas maneiras diferentes podem os botões ficar dispostos no tabuleiro?

$${}^{12}C_6\times{}^{6}A_4=332\,640$$

4.2. De quantas maneiras diferentes podem os botões ficar dispostos no tabuleiro, se os botões qua não são brancos ficarem todos numa mesma fila?

$$3\times4!\times{}^{8}C_6=2016$$

5. O casal Rocha tem dois filhos e o casal Costa tem três.

Num certo dia, os dois casais e os respetivos filhos juntam-se num jantar e, no fim, dispõem-se ao acaso, lado a lado, para tirarem uma fotografia.

5.1. De quantas maneiras se podem dispor, de modo que os elementos de cada família fiquem juntos?

$$4!\times 5!\times 2 = 5760$$

5.2. Determina a probabilidade de os dois elementos de cada casal ficarem juntos na fotografia. Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

$$\frac{7!\times 2\times 2}{9!} = \frac{1}{18}$$

6. Os 20 alunos de uma turma do 12º ano, 12 rapazes e 8 raparigas, vão fazer teste de Matemática.

6.1. A professora fez três versões do enunciado do teste: são seis enunciados da versão 1, seis enunciados da versão 2 e oito enunciados da versão 3. Os enunciados vão ser distribuídos ao acaso.

6.1.1. De quantas maneiras podem ser distribuídos os enunciados dos testes da versão 3?

$$^{20}C_6 \times {}^{14}C_6 \times 1 = 116\,396\,280$$

6.1.2. Qual é a probabilidade de todas as raparigas receberem teste da versão 3?

$$\frac{1}{^{20}C_8} = \frac{1}{125\,970}$$

6.2. A «fila da janela» tem seis mesas individuais. De quantas maneiras pode ser ocupada, ficando duas raparigas nos dois primeiros lugares?

$$^{8}A_2 \times {}^{18}A_4 = 4\,112\,640$$