



### Cálculo combinatório – 2

1. Completa cada uma das seguintes igualdades:

a)  $15! = \_ \times 14!$       b)  $16! \times \_ = 17!$       c)  $\frac{5!}{5} = \_!$   
d)  $\frac{9!}{8!} = \_$       e)  $\frac{7!}{5!} = \_$

2. Resolve, em  $\mathbb{N}$ , as seguintes equações:

a)  $\frac{n^2}{5!} = 1 + \frac{n^2}{6!}$       b)  $\frac{(n+1)! - n!}{(n+1)! + n!} = 0,9$

3. Utilizando o método de indução matemática, prova que, para qualquer número natural  $n$ , se tem:

a)  $\sum_{k=1}^n \frac{k-1}{k!} = 1 - \frac{1}{n!}$       b)  $(n+1)! \geq 2^n$

4. O código de acesso a um determinado serviço de internet é constituído por cinco letras e dois algarismos. Admite que os dois algarismos estão sempre situados nas duas últimas posições.

Admite, ainda, que podem ser usadas as 26 letras do alfabeto e os 10 algarismos.

Determina quantos códigos diferentes se podem formar:

- a) se não houver restrições;
- b) não repetindo letras e não repetindo algarismos;
- c) que não contenham vogais e em que os dois algarismos sejam iguais;
- d) em que as três primeiras letras sejam vogais e apenas possam utilizados os algarismos 3, 5 e 7;
- e) que não contenham consoantes e em que as letras sejam todas diferentes;
- f) em que a soma dos dois algarismos sejam um número ímpar maior do que 12.

5. Seja  $M$  o conjunto dos números naturais maiores do que 1000 e menores do que 5666.

- a) Quantos elementos de  $M$  têm os algarismos todos diferentes?
- b) Quantos elementos de  $M$  não têm dois algarismos consecutivos iguais?
- c) Quantos elementos de  $M$  são capicuas?

6. Numa paragem de um autocarro estão 12 pessoas: seis homens e seis mulheres. Dois dos homens são idosos.

Para um autocarro que apenas tem 10 lugares sentados disponíveis.

Os idosos são as primeiras pessoas a entrar e vão sentar-se. Seguidamente, sentam-se as seis mulheres. Finalmente, sentam-se mais dois homens.

De quantas maneiras diferentes podem ficar ocupados os dez lugares sentados, respeitando estas condições?

7. Sejam  $A$  e  $B$  os conjuntos  $A = \{1, 2, 3\}$  e  $B = \{4, 5, 6, 7\}$ .
- Quantas funções tem o conjunto  $A$  por domínio e o conjunto  $B$  por conjunto de chegada?
  - Quantas funções, de entre as da alínea anterior, são injetivas?
8. Cada equipa de futebol é constituída por doze jogadores: seis efetivos e seis suplentes. O treinador de uma certa equipa vai escolher os seis efetivos para iniciar um jogo. Quantas escolhas diferentes pode fazer?
9. Considera cinco pontos pertencentes a uma circunferência.
- Quantas cordas existem com extremos nestes pontos?
  - Quantos triângulos existem com vértices nestes pontos?
10. A Maria vai organizar um lanche. Para isso, vai a uma pastelaria onde se vendem 14 tipos de diferentes bolos.
- Se a Maria comprar seis bolos diferentes, quantas escolhas pode fazer?
  - A maria optou por comprar seis bolos iguais. Vai dispô-los num prato dividido em dez setores, cada um com a sua cor. De quantas maneiras diferentes pode a Maria dispor os seis bolos no prato?
11. A direção de uma coletividade tem de se fazer representar por três dos seus sete membros, numa cerimónia oficial. Os sete membros da direção são a Ana, a Sofia, a Lurdes, o Mário, o Agostinho, o Paulo e o Artur.
- Quantas comissões diferentes poderão ser constituídas?
  - Quantas comissões diferentes poderão ser constituídas em qua a Ana esteja incluída?
  - Quantas comissões diferentes poderão ser constituídas em qua a Ana e o Artur não estejam simultaneamente?
  - Quantas comissões poderão ser constituídas, de tal modo que os dois sexos estejam representados?
12. O João tem uma caixa para guardar lápis e canetas. A caixa está dividida em dez compartimentos diferentes. Cada compartimento só pode ser ocupado por um único lápis ou por uma única caneta. O João vai guardar cinco lápis, todos iguais, e cinco canetas, todas diferentes. Quantas disposições diferentes poderão ocorrer?
13. Cada chave do Euromilhões é constituída por cinco números (de entre os números naturais de 1 a 50) e por dois números, as estrelas (de entre os números naturais de 1 a 12). Quantas chaves diferentes poderão ocorrer?

## Soluções

1. a) 15                      b) 17                      c) 4                      d) 9                      e) 9                      f) 42
2. a) 12                      b) 18
  
4. a) 1 188 137 600      b) 710 424 000      c) 40 841 010      d) 760 500      e) 12 000      f) 142 576 512
5. a) 2331                      c) 3375                      d) 47
6. 21 772 800
7. a) 64                      b) 24
8. 924
9. a) 10                      b) 10
10. a) 3003                      b) 210
11. a) 35                      b) 15                      c) 30                      d) 30                      e) 30
12. 30 240
13. 139 838 160