1. Na figura está representada parte de duas linhas consecutivas do Triângulo de Pascal

Indica o valor de $\boldsymbol{a}$ e identifica a propriedade aplicada.

Atendendo à propriedade $^{n}C_{p} + {}^{n}C_{p+1} = {}^{n+1}C_{p+1}$, tem-se:

$a = 455 + 1365$**, ou seja,** $a = 1820$

2. Na figura está representada parte de uma linha do Triângulo de Pascal.

Indica o valor de $\boldsymbol{b}$ e identifica a propriedade aplicada.

Atendendo à propriedade $^{n}C_{p} = {}^{n}C_{n-p}$, tem-se:

$^{n}C_{3} = {}^{n}C_{n-3}$

Como $^{n}C_{3} = b$ e $^{n}C_{n-3} = 816$, então $b = 816$.

3. Em relação a uma linha do Triângulo de Pascal sabe-se que a soma dos dois últimos elementos é 13.

Em relação a essa linha determina:

$$1 + {}^{n}C_{1} = 13 \Leftrightarrow 1 + n = 13 \Leftrightarrow n = 12$$

a) o 5º elemento;

O 5.º elemento dessa linha é $^{12}C_{4} = 495$.

b) a soma de todos os elementos

$\sum_{k=0}^{12} {}^{12}C_{k} = 2^{12} = 4096$

4. Um grupo com mais de 6 jovens, de que faz parte a Carolina, decidiu comprar bilhetes para assistir a um concerto. No entanto, só foi possível arranjar 6 bilhetes.
De quantas formas diferentes podem ser escolhidos os seis elementos do grupo a quem vão ser atribuídos os bilhetes, sabendo que há 84 maneiras diferentes de o fazer se se excluir a Carolina e 126 maneiras se um dos bilhetes for atribuído à Carolina?

Seja n o número de jovens. Pretende-se conhecer o valor de $^{n}C_6$.

Se a Carolina não faz parte, o número de maneiras para distribuir os 6 bilhetes é $^{n-1}C_6 = 84$.

Se a Carolina recebe um bilhete, então o número de maneiras para fazer a distribuição é $^{n-1}C_5 = 126$.

Mas, sabe-se que: $^{n-1}C_5 + {}^{n-1}C_6 = {}^{n}C_6$. Então, $^{n}C_6 = 84 + 126 = 210$.

Há 210 maneiras diferentes de distribuir os bilhetes por 6 elementos do grupo.

5. Considera a expressão $A(x) = (x^2 - x)^6$

Aplicando a fórmula do desenvolvimento do binómio de Newton, representa $A(x)$ na forma de polinómio reduzido.

$$A(x) = (x^2 - x)^6 = \sum_{k=0}^{6} {}^{6}C_k (x^2)^{6-k}(-x)^k = \sum_{k=0}^{6} (-1)^k \, {}^{6}C_k x^{12-k}$$

$$A(x) = x^{12} - 6x^{11} + 15x^{10} - 20x^9 + 15x^8 - 6x^7 + x^6$$

6. No desenvolvimento de $\left(\sqrt{x} + 2x\right)^5$ determina o termo em x^4.

$$\left(\sqrt{x} + 2x\right)^5 = \sum_{k=0}^{5} \left({}^{5}C_k \left(x^{\frac{1}{2}}\right)^{5-k} x^k \right) = \sum_{k=0}^{5} {}^{5}C_k x^{\frac{5+k}{2}}$$

O termo em x^4 corresponde ao valor de k que satisfaz a condição $\frac{5+k}{2} = 4$, ou seja, $k = 3$.

Se $k = 3$, tem-se o termo $^{5}C_3 x^4$, ou seja, $10x^4$.