CÁLCULO COMBINATÓRIO – PROBLEMAS DE CONTAGEM

1. Determina sem recurso à calculadora:

1.1. $\dfrac{6!}{3\times 4!}$ 1.2. $\dfrac{8!}{4!\times 3!}$ 1.3. $\dfrac{9!}{5!+6!}$

1.4. ${}^{7}C_4 \times 3!$ 1.5. ${}^{5}A_2 \times 3!$ 1.6. ${}^{6}C_4 \times {}^{4}A_2$

1.7. $\dfrac{{}^{5}A_3}{4!}$ 1.8. $\dfrac{{}^{5}C_3}{4!}$

2. Resolve as seguintes equações:

2.1. $\dfrac{(n+2)!+(n+1)!}{n!} = 120$ 2.2. ${}^{n}A_2 = 342$

2.3. ${}^{n-1}A_3 = 3\ {}^{n-2}A_2$ 2.4. ${}^{n}C_2 = 136$

2.5. ${}^{n-1}C_3 = 3\ {}^{n-2}C_2$ 2.6. ${}^{n}C_2 + {}^{n}A_2 = 360$

3. Quantos são os divisores naturais de:

3.1. 2310 3.2. 2700

4. De quantos modos distintos se podem arrumar cinco automóveis numa garagem com oito lugares de estacionamento?

5. De quantas formas diferentes se podem escolher três sabores de um gelado numa gelataria com dez sabores disponíveis?

6. A turma da Beatriz tem 28 alunos, dos quais 12 são rapazes. De quantas maneiras diferentes pode resultar a eleição do delegado e do subdelegado de turma se:
   6.1. o delegado for rapariga e o subdelegado for rapaz?
   6.2. o delegado e o subdelegado forem do mesmo sexo?
   6.3. a Beatriz for eleita?

7. Um grupo de três homens e quatro mulheres vai posar para uma fotografia, colocando-se lado a lado. De quantas maneiras se podem colocar:
   7.1. Se não houver restrições?
   7.2. Se os homens ficarem todos juntos?
   7.3. Se os homens ficarem todos juntos e as mulheres também?
   7.4. De forma a não haver duas mulheres juntas?

8. Uma orquestra possui no seu reportório nove sinfonias de Beethoven, vinte sinfonias de Mozart e oito sinfonias de Schubert.
   8.1. Quantas apresentações diferentes se podem fazer se uma apresentação desta orquestra consistir numa sinfonia de Beethoven, seguida de uma de Mozart e, por fim, uma sinfonia de Schubert?
   8.2. Quantas apresentações diferentes se podem fazer se uma apresentação desta orquestra consistir numa sinfonia de cada um dos compositores, por qualquer ordem?
   8.3. Quantas apresentações se podem fazer se puderem ser escolhidas três quaisquer obras?

9. Num congresso há dez professores de Física e Química, doze de Biologia e quinze de Matemática. Quantas comissões de cinco professores se podem formar:
   9.1. se não houver restrições?
   9.2. com dois professores de Matemática, dois de Biologia e um de Física e Química?
   9.3. com exatamente três professores de Matemática?
   9.4. com, no máximo, dois professores de Biologia?

10. Considera o conjunto $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$.
   Quantos número de quatro algarismos diferentes é possível formar que sejam:
   10.1. Superiores a 3000?
   10.2. Pares?
   10.3. Múltiplos de 5?
   10.4. Inferiores a 5840?

11. Quantos são os anagramas da palavra ESCOLA que têm:

11.1. as letras ES juntas por essa ordem?

11.2. as letras ESC juntas por qualquer ordem?

11.3. as vogais e as consoantes intercaladas?

11.4. a letra E no primeiro lugar e a letra A no último lugar?

11.5. a letra E no primeiro lugar ou a letra A no último lugar?

12. Considera todos os números naturais com cinco algarismos.

Quantos desses números:

12.1. têm os algarismos todos diferentes e são pares?

12.2. têm os algarismos todos diferentes e são maiores que 89 000 ?

13. De quantas maneiras se podem sentar n pessoas em n cadeiras se:

13.1. a Alice e o Bruno ficarem juntos?

13.2. a Alice e o Bruno ficarem separados?

13.3. a Alice, o Bruno e a Carla ficarem juntos?

13.4. a Alice, o Bruno e a Carla ficarem juntos e o Daniel e a Elsa ficarem também juntos?

14. De quantos modos se podem sentar quatro casais numa mesa circular se:

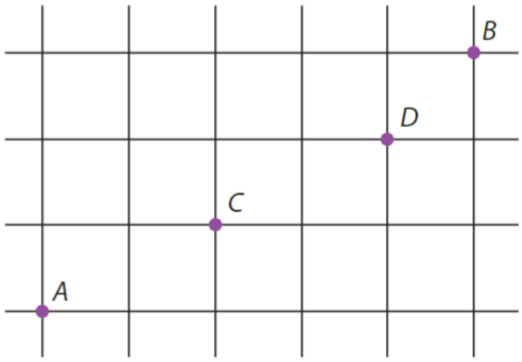
14.1. dois quaisquer homem não ficarem juntos?

14.2. cada homem ficar ao lado da sua namorada?

14.3. dois quaisquer homens não ficarem juntos e cada homem ficar ao lado da namorada?

15. A figura representa dez ruas que se cortam perpendicularmente, das quais seis são verticais. Só são possíveis deslocações para este e para norte.

Quantos caminhos existem entre A e B que:



15.1. não têm qualquer restrição?

15.2. passam por C ?

15.3. não passam por C ?

15.4. passam por C e por D ?

15.5. não passam por C ou não passam por D ?

15.6. passam por C ou por D ?

15.7. não passam por C nem por D ?

eduardo.pinhao@matematicaparatodos.pt

16. Lançou-se um dado cúbico, com as faces numeradas de 1 a 6, e um dado octaédrico, com as faces numeradas de 1 a 8, e registaram-se os números das faces que ficaram voltadas para cima.
Quantos são os resultados possíveis para esta experiência?

17. Considera os conjuntos $A = \{2, 3, 5, 7\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ e $C = \{2, 4, 8\}$
Em referencial o.n. $Oxyz$, considera os pontos tais que as abcissas pertencem ao conjunto A, as ordenadas pertencem ao conjunto B e as cotas pertencem ao conjunto C

Quantos são esses pontos?

18. Um saco contém sete cartões, numerados de 1 a 7. Extrai-se um cartão do saco, regista-se o algarismo nele inscrito e repõe-se o cartão no saco. Efetua-se este procedimento três vezes. Os três algarismos registados formam um número. A primeira extração corresponde ao algarismo das centenas, a segunda ao das dezenas e a terceira ao das unidades.

18.1. Quantos números é possível formar?

18.2. Dos números que é possível formar, determina quantos:

18.2.1. têm exatamente dois algarismos pares;

18.2.2. são ímpares.

19. Seis jovens, a Ana, a Carla, o Frederico, a Beatriz, o Bernardo e a Filipa vão concorrer a um sorteio de seis viagens, a saber, a Barcelona, Berlim, Londres, Madrid, Paris e Roma.
Supondo que cada jovem vai ganhar uma viagem, de quantas maneiras diferentes pode resultar este sorteio?

20. Oito atletas vão fazer uma corrida.
De quantas maneiras diferentes se poderão colocar três deles no pódio

21. Com os algarismos 2, 3, 5 e 7, quantos números naturais se podem escrever que tenham no máximo quatro algarismos, nunca repetindo algarismos em cada número?

22. A Lurdes quer arrumar doze livros de aventuras numa prateleira de uma estante, que tem o tamanho exato para o efeito. Desses doze livros, cinco são da coleção *Uma Aventura*, de Ana Maria Magalhães e Isabel Alçada, quatro são da coleção *Os Cinco*, de Enid Blyton, e os restantes três são de uma coleção de Júlio Verne. Determina de quantas maneiras diferentes podem os doze livros ficar dispostos na prateleira, se:

22.1. não houver restrições;

22.2 na extremidade esquerda ficar um livro de Júlio Verne;

22.3. na extremidade esquerda ficar com um livro de Júlio Verne e na extremidade direita ficar um livro de Enid Blyton;

22.4. os dois livros do meio forem ambos da coleção *Uma Aventura*;

22.5. os quatro livros do meio forem os da coleção *Os Cinco*;

22.6. os livros de cada coleção ficarem juntos;

22.7. os livros de Júlio Verne ficarem juntos;

22.8. o livro *Os Cinco na Ilha do Tesouro* não ficar ao lado do livro *Uma Aventura em Lisboa*;

22.9. os dois livros do meio forem de coleções diferentes

23. Seja $P = \{2 , 3 , 5 , 7\}$. Considera o conjunto A dos números naturais compreendidos entre 10 a 1000 cujos algarismos pertencem ao conjunto P .

23.1. Determina o cardinal de A .

23.2. Determina quantos elementos de A têm os algarismos todos diferentes.

23.3. De entre os elementos de A considerados na alínea anterior, determina quantos são múltiplos de 2 ou de 5.

23.4. Determina quantos elementos do conjunto A têm dois ou três algarismos iguais

24. Um saco contém sete cartões, numerados de 1 a 7. Extraem-se, sem reposição, três cartões e dispõem-se da esquerda para a direita pela ordem de saída, formando um número.

24.1. Quantos números é possível formar?

24.2. Dos números que é possível formar, determina quantos:

24.2.1. têm exatamente dois algarismos pares;

24.2.2. são ímpares.