1. Na figura está representado um círculo dividido em oito partes iguais e numeradas, tal como é sugerido.

O círculo está fixo e há uma seta que, a partir da posição 0, pode rodar em torno do centro do círculo, no sentido positivo ou no sentido negativo.

1.1. A seta descreveu um ângulo generalizado e parou no setor 5.
Indica uma, possível, amplitude que corresponda ao referido ângulo?

$360 : 8 = 45$

A amplitude de cada setor é $45°$.

O lado extremidade do ângulo generalizado pertence ao setor 5 se tiver uma das seguintes representações:

$(\alpha\ ,\ n)\ ;\ 225° < \alpha < 270°\ ,\ n \in \mathbb{Z}_0^+$

$(\alpha\ ,\ n)\ ;\ -135° < \alpha < -90°\ ,\ n \in \mathbb{Z}_0^-$

$(-130°\ ,-2)$ por exemplo

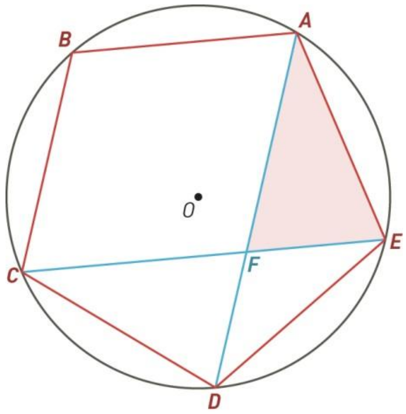
1.2. Identifica o setor indicado pela seta, se esta descrever um ângulo orientado de amplitude $-1750°$.

$$\begin{array}{l|l} 1750 & 360 \\ \hline 310 & 4 \end{array}$$

$-1750° = -310° - 4 \times 360°$

$(-310°\ , -4)$, pertence ao setor 1

2. Na figura está representado um pentágono regular [ABCDE] .



Sabe-se que:

- o perímetro do pentágono é 30 ;
- a interseção das diagonais $[CE]$ e $[AD]$ é o ponto F .

2.1. Determina o perímetro do triângulo $[EAF]$. Apresenta o resultado arredondado às décimas.

Nota: Em eventuais arredondamentos em cálculos intermédios, mantém, no mínimo, três casas decimais.

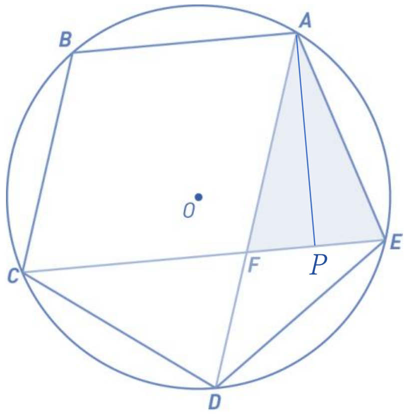
$$\overline{AE}=\frac{30}{5}=6$$

$$ED=\frac{360^{\circ}}{5}=72^{\circ}$$

$$E\hat{A}D=\frac{72^{\circ}}{2}=36^{\circ}$$

$$A\hat{E}C=\frac{2\times72^{\circ}}{2}=72^{\circ}$$

$$A\hat{F}E=180^{\circ}-36^{\circ}-72^{\circ}=72^{\circ}$$



Seja P a projeção ortogonal de A no segmento de reta $[EF]$.

$$\operatorname{sen}72^{\circ}=\frac{\overline{AP}}{\overline{AE}}\Leftrightarrow\overline{AP}=6\operatorname{sen}72^{\circ}$$

$$\operatorname{sen}72^{\circ}=\frac{\overline{AP}}{\overline{AF}}\Leftrightarrow\overline{AF}=\frac{6\operatorname{sen}72^{\circ}}{\operatorname{sen}72^{\circ}}\Leftrightarrow\overline{AF}=6$$

$$\cos72^{\circ}=\frac{\overline{EP}}{\overline{AE}}\Leftrightarrow\overline{EP}=6\cos72^{\circ}$$

Como o triângulo é isósceles, $\overline{FE}=12\cos72^{\circ}$

$$P_{[AEF]}=6+6+12\cos72^{\circ}\approx15{,}7$$

2.2. Considera a rotação $R_{(O\,,\,\alpha)}$.

Determina a imagem do vértice A pela rotação $R_{(O\,,\,\alpha)}$ se:

a) $\alpha = 1224^o$

$$\begin{array}{l|l} 1224^o & 360^o \\ \hline \underline{1080} & 3 \\ \ \ 144 & \end{array}$$

$1224^o = 144^o + 3 \times 360^o$

Então, $R_{(O\,,\,1224^o)}(A) = R_{(O\,,\,144^o)}(A) = C$

b) $\alpha = -792^o$

$$\begin{array}{l|l} 790^o & 360^o \\ \hline \underline{720} & 2 \\ \ \ 72 & \end{array}$$

$-792^o = -72^o - 2 \times 360^o$

Então, $R_{(O\,,\,-792^o)}(A) = R_{(O\,,\,-72^o)}(A) = E$

3. Em cada um dos seguintes casos, representa a amplitude do ângulo generalizado na forma $\alpha + k \times 360°$, $k \in \mathbb{Z}$, com $-360° < \alpha < 360°$ e determina as respetivas razões trigonométricas.

a) 1125^o

$$\begin{array}{l|l} 1125^o & 360^o \\ \hline \underline{1080} & 3 \\ \ \ \ 45 & \end{array}$$

$1125^o = 45^o + 3 \times 360^o$

$\operatorname{sen}(1125^o) = \operatorname{sen}(45^o) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$; $\cos(1125^o) = \cos(45^o) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$; $\tan(1125^o) = \tan(45^o) = 1$

b) -1830°

$$\begin{array}{l|l} 1830^\circ & 360^\circ \\ \underline{1800} & 5 \\ \quad 30 & \end{array}$$

$-1830^\circ = -30^\circ - 5 \times 360^\circ$

$\text{sen}(-1830^\circ) = \text{sen}(-30^\circ) = -\dfrac{1}{2}$; $\cos(-1830^\circ) = \cos(-30^\circ) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan(-1830^\circ) = \tan(-30^\circ) = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

c) 2580°

$$\begin{array}{l|l} 2580^\circ & 360^\circ \\ \underline{2520} & 7 \\ \quad 60 & \end{array}$$

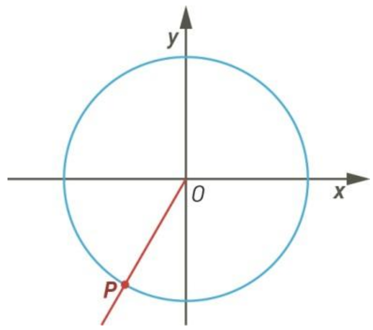
$2580^\circ = 60^\circ + 7 \times 360^\circ$

$\text{sen}(2580^\circ) = \text{sen}(60^\circ) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$; $\cos(2580^\circ) = \cos(60^\circ) = \dfrac{1}{2}$; $\tan(2580^\circ) = \tan(60^\circ) = \sqrt{3}$

4. Na figura do referencial o.n. Oxy, está representada uma circunferência trigonométrica.

O ponto P pertence à referida circunferência e a semirreta $\dot{O}P$ é o lado extremidade do ângulo generalizado de amplitude 2040°.

Determine as coordenadas do ponto P.



$$\begin{array}{l|l} 2040^\circ & 360^\circ \\ \underline{1800} & 5 \\ \ 240 & \end{array}$$

$2040^\circ = 240^\circ + 5 \times 360^\circ$

$P(\cos(2040^\circ), \text{sen}(2040^\circ)) = P(\cos(240^\circ), \text{sen}(240^\circ)) = P(\cos(180^\circ + 60^\circ), \text{sen}(180^\circ + 60^\circ)) =$

$= P(-\cos(60^\circ), -\text{sen}(60^\circ)) = P\left(-\dfrac{1}{2}, -\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$

5. Considere, em graus, os seguintes ângulos orientados:

193° 269° 302° 45° -200° 1450° 2633° -1080°

5.1. Indique o quadrante a que pertence o lado extremidade de cada um dos ângulos indicados, considerando como lado origem o semieixo positivo *Ox*.

$193^\circ \in 3.^\circ$ Q	$269^\circ \in 3.^\circ$ Q	$302^\circ \in 4.^\circ$ Q	$45^\circ \in 1.^\circ$ Q
$-200^\circ \in 2.^\circ$ Q	$1450 \mid \underline{360}$ $\underline{1440}$ 4 10 $10^\circ \in 1.^\circ$ Q	$2633 \mid \underline{360}$ $\underline{2520}$ 7 133 $133^\circ \in 2.^\circ$ Q	$1080 \mid \underline{360}$ $\underline{1080}$ 3 0 0° não pertence a nenhum quadrante

5.2. Para cada um dos ângulos citados, indique o sinal do **seno** e do **cosseno**. De seguida, identifique aqueles em que a **tangente** é positiva.

$193^\circ \rightarrow \text{sen} < 0, \cos < 0 \text{ e } \tan > 0$
$269^\circ \rightarrow \text{sen} < 0, \cos < 0 \text{ e } \tan > 0$
$302^\circ \rightarrow \text{sen} < 0 \text{ e } \cos > 0$
$45^\circ \rightarrow \text{sen} > 0, \cos > 0 \text{ e } \tan > 0$
$-200^\circ \rightarrow \text{sen} > 0 \text{ e } \cos < 0$
$1450^\circ \rightarrow \text{sen} > 0, \cos > 0 \text{ e } \tan > 0$
$2633^\circ \rightarrow \text{sen} > 0 \text{ e } \cos < 0$
$1080^\circ \rightarrow \text{sen} = 0 \text{ e } \cos < 0$

6. Determine o quadrante a que pertence o lado extremidade de cada um dos ângulos generalizados indicados.

6.1. $(30^\circ, 2)$

1º Q

6.2. $(120^\circ, 5)$

2º Q

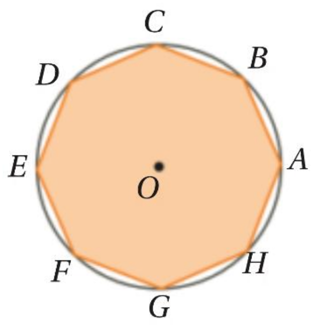
6.3. $(-120^\circ, -5)$

3º Q

6.4. $(-45^\circ, -2)$

4º Q

7. Considere o octógono regular $[ABCDEFGH]$, inscrito numa circunferência de centro O.



Sendo $\dot{O}A$ o lado origem, indique o lado extremidade dos ângulos generalizados:

7.1. Definidos por:

a) $(225^\circ, 2)$

$360 \div 8 = 45^\circ$

$225^\circ \div 45^\circ = 5$

Lado extremidade: $\dot{O}F$

b) $(-135^\circ, -3)$

$135^\circ \div 45^\circ = 3$

Lado extremidade: $\dot{O}D$

7.2. De amplitudes:

a) 1575°

$1575 \ \underline{|360^\circ}$
$\ \ 135 \quad 4$

$1575^\circ = 135^\circ + 4 \times 360^\circ$

Lado extremidade: $\dot{O}D$

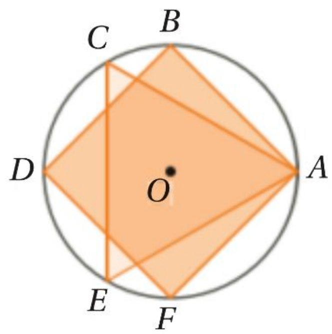
b) -1170°

$1170 \ \underline{|360^\circ}$
$\quad 90 \quad 3$

$1170^\circ = 90^\circ + 3 \times 360^\circ$

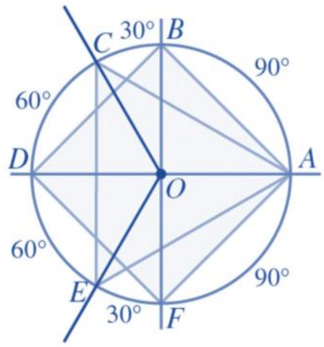
Lado extremidade: $\dot{O}G$

8. Na figura, $[ACE]$ é um triângulo e $[ABDF]$ é um quadrado.
O triângulo e o quadrado estão inscritos numa circunferência de centro O .



Determine o transformado do ponto A pela rotação de centro O e ângulo:

$120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$



8.1. 1170°

$1170 \,|\underline{360^\circ}$
$\quad 90 \quad 3$

$1575^\circ = 90^\circ + 3 \times 360^\circ$

O transformado do ponto A é o ponto B

8.2. 900°

$900 \,|\underline{360^\circ}$
$180 \quad 2$

$900^\circ = 180^\circ + 2 \times 360^\circ$

O transformado do ponto A é o ponto D

8.3. 600°

$600 \,|\underline{360^\circ}$
$240 \quad 1$

$600^\circ = 240^\circ + 1 \times 360^\circ$

O transformado do ponto A é o ponto E

8.4. -1530°

$1540 \,|\underline{360^\circ}$
$\quad 90 \quad 4$

$-1540^\circ = -90^\circ - 4 \times 360^\circ$

O transformado do ponto A é o ponto F

8.5. -840°

$$\begin{array}{l|l} 840 & 360^{\circ} \\ \hline 120 & 2 \end{array}$$

$-840^{\circ} = -120^{\circ} - 2\times 360^{\circ}$

O transformado do ponto A é o ponto E

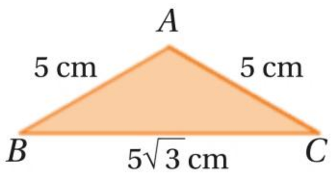
8.6. -1080°

$$\begin{array}{l|l} 1080 & 360^{\circ} \\ \hline 0 & 3 \end{array}$$

$-1080^{\circ} = -3\times 360^{\circ}$

O transformado do ponto A é o ponto A

9. Seja $[ABC]$ um triângulo em que $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$ cm e $\overline{BC} = 5\sqrt{3}$ cm



Considere a rotação de centro A e ângulo generalizado (α, n) que transforma C em B.

Indique, em graus, dois possíveis valores para a amplitude do ângulo orientado α.

$\alpha = B\hat{A}C$

$$\cos\alpha = \frac{5^2 + 5^2 - \left(5\sqrt{3}\right)^2}{2\times 5\times 5} = -\frac{1}{2}$$

$$\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = 180^{\circ} - 60^{\circ} = 120^{\circ}$$

$360^{\circ} - 120^{\circ} = 240^{\circ}$

$\alpha = -120^{\circ}$ e $\alpha = 240^{\circ}$