SUCESSÕES: PROGRESSÃO ARITMÉTICA E PROGRESSÃO GEOMÉTRICA 2 RESOLUÇÃO **MD**

1. Considere a sucessão v_n definida por $\begin{cases} v_1 = 4 \\ v_{n+1} = v_n - 2 \ , \ n \in IN^+ \end{cases}$

   1.1. Determine os três primeiros termos da sucessão.

   1.2. Mostre que v_n é uma progressão aritmética de razão -2

   1.3. Escreva o termo geral de v_n

   1.4. Determine a ordem a partir da qual os termos são inferiores a -500

2. Considere a sucessão u_n definida por $u_n = 3 - 5n$

   2.1. Determine os três primeiros termos da sucessão.

   2.2. Mostre que u_n é uma progressão aritmética e indique a respetiva razão.

   2.3. Quantos termos da progressão pertencem ao intervalo $[-200, -100]$

3. Determine a razão, nos casos em que não é dada, e escreve uma expressão do termo geral da progressão aritmética, u_n, sabendo-se que:

   3.1. $u_1 = 2$ e $r = 5$

   3.2. $u_4 = 8$ e $r = -2$

   3.3. $u_2 = 12$ e $u_4 = 6$

   3.4. $u_5 = 30$ e $u_{20} = 45$

   3.5. $u_8 = 10$ e $u_{12} = -2$

   3.6. $u_3 = 4$ e $u_5 = 0$

4. De uma progressão aritmética, v_n, sabe-se que $v_1 = 12$ e que $v_4 = 24$.

Averigue se 116 é termo da sucessão. Em caso afirmativo, indique a respetiva ordem.

5. De uma progressão aritmética, u_n, sabe-se que $u_3 + u_5 = 218$ e que $u_2 = -10$

Determine o termo geral da sucessão u_n.

6. Seja u_n uma progressão aritmética de razão 10 e termos positivos.

Sabe-se que o produto de dois termos consecutivos dessa progressão é igual a 24.
Determine esses termos.

7. Determine a razão de uma progressão aritmética u_n, sabendo que:

$$u_{n+1} - u_{n-1} = 5 \ , \ \forall n \in IN \setminus \{0,1\}$$

8. Seja u_n uma sucessão que verifica a condição $u_{n+1} - u_n = (k^2 - 9)n + k$, $n \in IN^+$, e em que k representa um número real.
Determine o valor de k para o qual a sucessão u_n é uma progressão aritmética decrescente.

9. Seja a um número real diferente de zero.

Sabe-se que a , a^2 e $10a$ são os três primeiros termos de uma progressão aritmética u_n

Determine u_{10}

10. Considere a progressão aritmética v_n definida por $v_n = 3n + 1$

Determine:

10.1. $v_1 + v_2 + \cdots + v_{50}$

10.2. $v_{12} + v_{13} + \cdots + v_{100}$

11. Considere a progressão aritmética v_n definida por $\begin{cases} v_1 = 1 \\ v_{n+1} = v_n + 4 \ , \ n \in IN^+ \end{cases}$

Determine a soma dos vinte primeiros termos da progressão.

12. Seja u_n uma progressão aritmética em que $u_{15} -51$ e $u_{30} = -111$

12.1. Mostre que, para todo $n \in IN \setminus \{0\}$, $u_n = -4n + 9$

12.2. Calcule a soma dos primeiros 35 termos.

12.3. Calcule a soma dos termos compreendidos entre u_{10} e u_{35}, inclusive.

13. Seja u_n uma progressão aritmética. Sabe-se que $u_5 + u_8 = -15$ e que o primeiro termo é o triplo do terceiro.

Determine a soma dos quinze primeiros termos da progressão.

14. De uma progressão aritmética u_n, sabe-se que $u_5 = 22$ e que a soma dos dez primeiros termos é igual a 250.

Averigue se 3450 é termo da progressão.

15. De uma progressão aritmética u_n, sabe-se que o sétimo termo é igual ao dobro do segundo e que a soma dos doze primeiros termos é igual a 57.

Sabe-se que 500 é termo da sucessão u_n

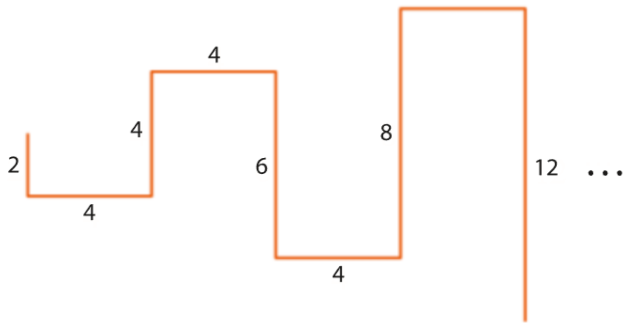
Determine a ordem desse termo.

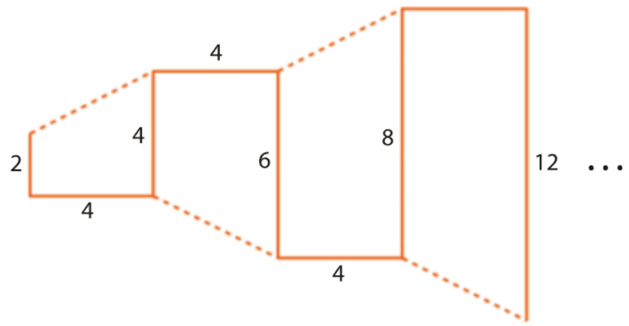
16. Determine a soma dos primeiros 340 número ímpares.

17. Calcule a soma dos múltiplos de 5 maiores que 42 e menores que 448

18. Na figura, está representada parte de uma linha poligonal, com segmentos de reta posicionados, alternadamente, na vertical e na horizontal. Os segmentos de reta posicionados na horizontal medem 4 cm. O primeiro segmento de reta posicionado na vertical mede 2 cm, o segundo mede 4 cm, o terceiro mede 6 cm, e assim sucessivamente.

A partir desta linha poligonal, foi construída uma composição geométrica, constituída por trapézios retângulos, como se ilustra na figura da direita.





Se a área da composição geométrica for igual a 38,40 dm² , quantos serão os trapézios que as constituem?

Justifique a resposta.

19. Seja u_n uma progressão aritmética definida por $u_n = 4 + 3n$.

Determine a soma dos quinze primeiros termos de ordem ímpar da progressão.

20. Seja x um número real diferente de zero.

Sabe-se que $2x$, x^2 e $6x$ são os primeiros termos de uma progressão aritmética, u_n.

Determine $u_{10} + u_{11} + \cdots + u_{25}$

21. De uma progressão aritmética, v_n, sabe-se que $v_3 = 0$ e que a soma dos vinte primeiros termos é igual a 600.

Determine o termo geral de v_n

22. De uma progressão aritmética, v_n, sabe-se que:

- $v_6 = 15$
- a soma dos seus vinte primeiros termos é o triplo da soma dos seus dez primeiros termos.

Averigue se 85 é termo da sucessão. Em caso afirmativo, indique a respetiva ordem.

23. Verifique se a sucessão cujos primeiros termos estão a seguir indicados, pode ser uma progressão geométrica e, em caso afirmativo, escreva a respetiva razão.

23.1. $2\ ,\ 8\ ,\ 32\ ,\ 128\ ,\ \ldots$

23.2. $-1\ ,\ 3\ ,\ -9\ ,\ 12\ ,\ \ldots$

23.3. $\frac{1}{2}\ ,\ \frac{1}{3}\ ,\ \frac{2}{9}\ ,\ \frac{4}{27}\ ,\ \ldots$

23.4. $1\ ,\ \sqrt{2}\ ,\ 2\ ,\ \sqrt{8}\ ,\ \ldots$

24. Das sucessões seguintes, definidas pelo respetivo termo geral, identifique as que são progressões geométricas.

24.1. $u_n = \frac{4^n}{3}$

24.2. $v_n = \frac{3^n}{5^{n+1}}$

24.3. $w_n = n \times 3^n$

25. Considere a sucessão (v_n) definida por $v_n = \begin{cases} v_1 = 4 \\ v_{n+1} = \frac{v_n}{2} \end{cases}\ ,\ n \in IN^+$

25.1. Determine os três primeiros termos da sucessão.

25.2. Mostre que (v_n) é uma progressão geométrica de razão $\frac{1}{2}$

25.3. Escreva o termo geral de (v_n)

25.4. Determine, recorrendo à calculadora gráfica, a ordem a partir da qual os termos são inferiores a 2^{-10}

26. Considere a sucessão (u_n) definida por $u_n = 2\times 3^{-n}$

26.1. Determine os três primeiros termos da sucessão.

26.2. Mostre que (u_n) é uma progressão geométrica e indique a respetiva razão.

27. Determine a razão, nos casos em que não é dada, e escreva uma expressão do termo geral da progressão geométrica (u_n), sabendo que:

27.1. $u_1 = -1$ e $r = 2$

27.2. $u_4 = 8$ e $r = -2$

27.3. $u_2 = 2$, $u_4 = 18$ e a razão é positiva

27.4. $u_3 = 4$, $u_5 = 1$ e a razão é negativa

28. De uma progressão geométrica, (v_n), sabe-se que $v_2 = 40$ e $v_5 = 135$

Determine o sétimo termo da sucessão.

29. Considere uma progressão geométrica, de razão positiva. Sabe-se que a soma de dois termos consecutivos dessa progressão é igual a 120 e que a sua diferença é igual a 40.
Determine esses termos e a razão da progressão.

30. Três termos consecutivos de uma progressão geométrica são dados, para um determinado valor de x, respetivamente, por $x-2$, $x+1$ e $x+7$

Determine os valores desses termos.

31. De uma progressão, (v_n), sabe-se que $v_4 = 96$ e que $v_3 = 9v_1$.

Determine v_6

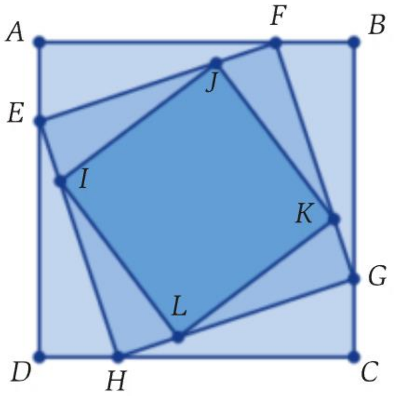
32. De uma progressão geométrica, (u_n), sabe-se que $u_5 = 27u_8$ e que $u_3 = 1$.

Determine o termo geral de (u_n)

Apresente a resposta na forma $a \times b^n$, em que a e b não números reais.

33. A medida do lado, o perímetro e a área de um quadrado estão, nesta ordem, em progressão geométrica. Qual é a área do quadrado?

34. Na figura está representado um quadrado $[ABCD]$ cujo lado mede 16 unidades.
Os quadrados que se construíram a partir deste, obtiveram-se, dividindo cada lado em quatro partes iguais.



34.1. Indique a medida do lado de cada um dos quadrados desenhados.

34.2. Considere a sucessão (l_n) das medidas dos lados dos quadrados que se podem formar utilizando este processo repetidamente.

a) Prove que esta sucessão é uma progressão geométrica e indique a respetiva razão.

b) Prove que, para todo o número natural n, $l_n = 2^{\frac{11-3n}{2}} \times 5^{\frac{n-1}{2}}$

34.3. Considere a sucessão (A_n) das áreas destes quadrados. Justifique que se trata de uma progressão geométrica, indicando a razão e escrevendo uma expressão do termo geral.

35. Considere a progressão geométrica, (u_n), definida por $u_n = 4\times 2^{n-1}$

Determine:

35.1. $u_1 + u_2 + \cdots + u_{10}$

35.2. $u_{11} + u_{12} + \cdots + u_{20}$

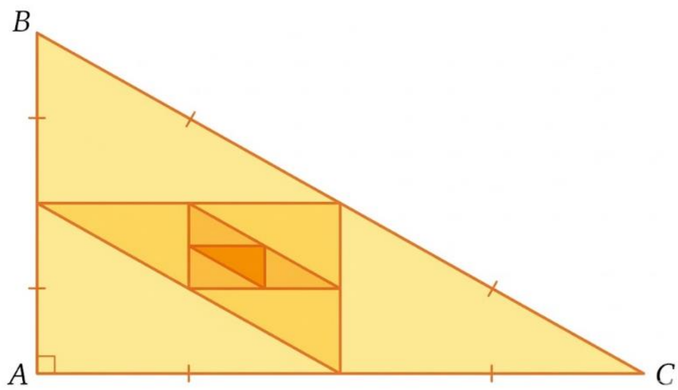
36. Considere a progressão geométrica, (u_n), definida por $u_n = \begin{cases} u_1 = 1000 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{2} \end{cases}, \; n \in IN^+$

Determine a soma dos trinta e cinco primeiros termos da progressão.

37. Considere um triângulo $[ABC]$, retângulo em A, com 12 unidades de perímetro.

Unindo os pontos médios dos lados desse triângulo, obtém-se um segundo triângulo; unindo os pontos médios dos lados do segundo triângulo, obtém-se um terceiro triângulo.

Continuando a proceder deste modo, obtém-se uma sequência de n triângulos, sendo $n > 4$.



Na figura, estão representados os primeiros quatro triângulos da sequência.

37.1. Qual é o perímetro do 4.º triângulo da sequência?

37.2. Determine a soma dos perímetros dos 20 primeiros triângulos da sequência.
Apresente o resultado arredondado às unidades.

37.3. Sabe-se que o triângulo $[ABC]$ tem 6 unidades de área.
Determine a soma das áreas dos primeiros 10 triângulos da sequência.
Apresente o resultado arredondado às unidades.

38. Seja b um número real.

Sabe-se que $b, b+12$ e $b+36$ são termos consecutivos de uma progressão geométrica.

Determine a soma dos sete primeiros termos consecutivos da progressão geométrica a partir do termo igual a b, incluindo-o.

39. Relativamente a uma progressão geométrica, sabe-se que 32 e 8 são dois termos consecutivos da mesma e que a soma dos cinco primeiros termos é igual a 682.
Determine o primeiro termo dessa progressão geométrica.

40. Relativamente a uma progressão geométrica, de razão negativa, sabe-se que o sétimo termo da progressão é 12 e que a soma dos três primeiros termos consecutivos a partir do sétimo (inclusive) é igual a 14,88.
Determine o oitavo termo da progressão geométrica.

41. A Ana resolveu pôr de lado algum dinheiro das suas mesadas para comprar uma prancha de *surf*.
Para isso, pensou em dois métodos diferentes de o fazer.:
Método A: começar por colocar de lado 2€ no primeiro mês e, a partir daí, duplicar o montante que mensalmente colocará de lado.
Método B: todos os meses colocar de lado 20€.

41.1. Para cada método, escreve o termos geral da sucessão do dinheiro que, em cada mês, a Ana coloca de lado.

41.2. A fim de quatro meses, quanto dinheiro terá a Ana poupado, no total, em cada um dos métodos de poupança?

41.3. Sabendo que a prancha de *surf* que a Ana quer comprar custa 250€, por qual dos métodos deve optar, de forma a comprá-la o mais rapidamente possível?