SUCESSÕES – GENERALIDADES SOBRE SUCESSÕES 1 MD

Escola Múltipla

1. Termo geral da sucessão é:

n	1	2	3
$2n$	2	4	6
$2n+2$	4	6	8

Termo geral: $2n+2$

Termo de ordem 10: $2\times10+2=22$

OPÇÃO: B

2. Como a sucessão é crescente e $a_4=0$, então $a_3<0$ e $a_5>0$

Logo, $a_3\times a_5<0$

OPÇÃO: B

3.

(A) $7\times1+1=8$ Falso
(B) $1^2+6=7$ Falso
(C) $2\times1-2=0$; $2\times2-2=2$ Falso
(D) $1^3-1=0$; $2^3-1=7$; $3^3-1=26$, $4^3-1=63$ Verdadeiro

OPÇÃO: D

4. $(-1)^n+1=0$; $(-1)^2+2=3$; $(-1)^3+3=2$

Logo a sucessão é não monónota

OPÇÃO: C

5. $a_{n+1}-a_n=\dfrac{5(n+1)-1}{n+1}-\dfrac{5n-1}{n}=\dfrac{5n+4}{n+1}-\dfrac{5n-1}{n}=$

$=\dfrac{\cancel{5n^2}+\cancel{4n}-\cancel{5n^2}+\cancel{n}-\cancel{n}+1}{n(n+1)}=\dfrac{1}{n(n+1)}>0$

Como, $\forall n\in IN\,,\, a_{n+1}-a_n>0$, a sucessão é crescente

$$\begin{array}{r|l} 5n-1 & n \\ \hline -5n & 5 \\ \hline -1 & \end{array}$$

$a_n=\dfrac{5n-1}{n}=5-\dfrac{1}{n}$

$\dfrac{1}{n}$ é o termo geral de uma sucessão decrescente de termos positivos.

$0<\dfrac{1}{n}<1\Leftrightarrow 0>-\dfrac{1}{n}>-1\Leftrightarrow -1<-\dfrac{1}{n}<0\Leftrightarrow 5-1<5-\dfrac{1}{n}<0+5\Leftrightarrow 4<5-\dfrac{1}{n}<5$

Logo, a sucessão é limitada, $\forall n\in IN\,,\, 4<a_n<5$

OPÇÃO: A

Resposta Aberta

6.

6.1 $u_1=-1^2+8=7$; $u_2=-2^2+16=12$; $u_3=-3^2+24=15$; $u_4=-4^2+32=16$; $u_5=-5_2+40=15$

6.2 $-n^2+8n=-20\Leftrightarrow -n^2+8n+20=0\Leftrightarrow n=-2 \vee n=10$

$-2\notin IN$ e $10\in IN$

-20 é o termo de ordem 10

6.3 $-n^2+8n<0$

C.A.
$-n^2+8n=0 \Leftrightarrow n(-n+8)=0 \Leftrightarrow n=0 \vee n=8$

$n\in]-\infty,0[\cup]8,+\infty[\wedge n\in IN$, então, $n\in]8,+\infty[$

Portanto, os termos são negativos a partir da ordem 9.

6.4 Como, $u_3<u_4$ e $u_4>u_5$, a sucessão não é monótona

7.

7.1 $v_1=\frac{1+5}{2\times 1}=3$; $v_2=\frac{2+5}{2\times 2}=\frac{7}{4}$; $v_3=\frac{3+5}{2\times 3}=\frac{4}{3}$; $v_4=\frac{4+5}{2\times 4}=\frac{9}{8}$

7.2 $\frac{n+5}{2n}<\frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{n+5}{2n}-\frac{3}{4}<0 \Leftrightarrow \frac{2n+10-3n}{4n}<0 \Leftrightarrow \frac{-n+10}{4n}<0 \Leftrightarrow -n+10<0 \quad (4n>0\ ,\forall n\in IN)$

$\Leftrightarrow -n<-10 \Leftrightarrow n>10$

Portanto a sucessão é maior do que $\frac{3}{4}$ a partir do termo de ordem 11

7.3 $v_{20}=\frac{20+5}{2\times 20}=\frac{25}{40}=\frac{5}{8}$

8.

8.1 $u_{10}=\frac{2\times 10-5}{10+2}=\frac{15}{12}=\frac{5}{4}$ e $u_{20}=\frac{2\times 20-5}{20+2}=\frac{35}{22}$

8.2 $u_{n+1}-u_n=\frac{2(n+1)-5}{n+1+2}-\frac{2n-5}{n+2}=\frac{2n-3}{n+3}-\frac{2n-5}{n+2}=\frac{2n^2+4n-3n-6-2n^2+5n-6n+15}{(n+2)(n+3)}=\frac{9}{(n+2)(n+3)}$

$\forall n\in IN$, $u_{n+1}-u_n>0$, logo, u_n é crescente

9.

9.1 $u_1=\dfrac{5\times1+5}{3}=\dfrac{10}{3}$

9.2 $u_{n+1}-u_n=\dfrac{5(n+1)+5}{3(n+1)}-\dfrac{5n+5}{3n}=\dfrac{5n+10}{3(n+1)}-\dfrac{5n+5}{3n}=\dfrac{5n^2+10n-5n^2-5n-5n-5}{3n(n+1)}=\dfrac{-5}{3n(n+1)}$

9.3 $\forall n\in IN$, $u_{n+1}-u_n<0$, logo, u_n é decrescente

9.4 $u_3=\dfrac{5\times3+5}{3\times3}=\dfrac{20}{9}$

10. Vamos estudar o sinal da expressão $-n^2+11n-30$

$-n^2+11n-30=0 \Leftrightarrow n=5 \vee n=6$

A expressão $-n^2+11n-30$ é nula para $n=5$ e $n=6$, como a concavidade da expressão é uma parábola com a cancavidade voltada para baixo, então, temos que tirando os termos de ordem 5 e 6, todos os outros são negativos.

Portanto, $\forall n\in IN$, $-n^2+11n-30\le0$, isto é, a_n é decrescente em sentido lato

11. Como, $\dfrac{5}{(2n+11)(2n+3)}$ é positiva para todo $n\in IN$

Temos que $v_{n+1}-v_n>0$, logo, v_n é crescente

12.

12.1 $a_{n+1}-a_n=\dfrac{1}{n+1+3}-\dfrac{1}{n+3}=\dfrac{1}{n+4}-\dfrac{1}{n+3}=\dfrac{n+3-n-4}{(n+4)(n+3)}=\dfrac{-1}{(n+4)(n+3)}$

Assim, como $a_{n+1}-a_n<0$, $\forall n\in IN$, a sucessão é decrescente

12.2 $b_n=\begin{cases}1+n-5 & \text{se } n-5\geq 0\\ 1-n+5 & \text{se } n-5<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}n-4 & \text{se } n\geq 5\\ -n+6 & \text{se } n<5\end{cases}$

$b_4=2$; $b_5=1$; $b_6=2$

A sucessão não é monotona, pois $b_4>b_5$ e $b_5<b_6$

12.3 $c_1=1+1=2$; $c_2=\frac{1+2\times 2}{2\times 2+6}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$; $c_3=3+1=4$

Como $c_1>c_2$ e $c_2<c_3$ a sucessão não é monótona

12.4. $d_{n+1}-d_n=\frac{2(n+1)-1}{n+1+3}-\frac{2n-1}{n+3}=\frac{2n+2-1}{n+4}-\frac{2n-1}{n+3}=\frac{2n+1}{n+4}-\frac{2n-1}{n+3}=$

$$=\frac{2n^2+n+6n-3-2n^2+n-8n+4}{(n+4)(n+3)}=\frac{1}{(n+4)(n+3)}$$

$d_{n+1}-d_n>0$, $\forall n\in IN$, logo a sucessão é crescente

13.

13.1 $u_n<0\Leftrightarrow n^2+7n-60<0$

C.A.
$n^2+7n-60=0\Leftrightarrow n=-12 \vee n=5$

Como a concavidade está voltada para cima $n>-12 \wedge n<5$, como $n\in IN$, $n=\{1,2,3,4\}$

13.2 $u_n\times v_n=(n^2+7n-60)\times\frac{1}{n+12}=\frac{n^2+7n-60}{n+12}=\frac{(n+12)(n-5)}{n+12}=n-5$

Seja $w_n=u_n\times v_n$

$w_{n+1}-w_n=n+1-5-n+5=1>0$, logo a sucessão é crescente

14.

14.1

14.1.1 $a_1 = 2$, $a_2 = 4$, $a_3 = 6$, $a_4 = 8$, $a_5 = 10$ e $a_6 = 12$

14.1.2 $a_n = 2n$

14.1.3 $a_{n+1} - a_n = 2(n+1) - 2n = 2n + 2 - 2n = 2 > 0$, $\forall n \in IN$, logo a_n é crescente

14.2

14.2.1 $u_1 = \frac{1}{2}$, $u_2 = \frac{1}{4}$, $u_3 = \frac{1}{6}$, $u_4 = \frac{1}{8}$, $u_5 = \frac{1}{10}$ e $u_6 = \frac{1}{12}$

14.2.2 $u_n = \frac{1}{2n}$

14.2.3 $u_{10} = \frac{1}{2 \times 10} = \frac{1}{20}$

14.2.4 $\frac{1}{13}$ não pode ser termo desta sucessão porque os denominadores são pares.

14.2.5 $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2(n+1)} - \frac{1}{2n} = \frac{n-n-1}{2n(n+1)} = \frac{-1}{2n(n+1)} < 0$, $\forall n \in IN$

Portanto a sucessão é monótona decrescente