



### Contagem 3

MD

- Completa cada uma das seguintes igualdades:
  - $15! = \_ \times 14!$
  - $16! \times \_ = 17!$
  - $\frac{5!}{5} = \_!$
  - $\frac{9!}{8!} = \_$
  - $\frac{7!}{5!} = \_$
- Resolve, em  $\mathbb{N}$ , as seguintes equações:
  - $\frac{n^2}{5!} = 1 + \frac{n^2}{6!}$
  - $\frac{(n+1)! - n!}{(n+1)! + n!} = 0,9$
- O código de acesso a um determinado serviço de internet é constituído por cinco letras e dois algarismos. Admite que os dois algarismos estão sempre situados nas duas últimas posições. Admite, ainda, que podem ser usadas as 26 letras do alfabeto e os 10 algarismos. Determina quantos códigos diferentes se podem formar:
  - se não houver restrições;
  - não repetindo letras e não repetindo algarismos;
  - que não contenham vogais e em que os dois algarismos sejam iguais;
  - em que as três primeiras letras sejam vogais e apenas possam utilizados os algarismos 3, 5 e 7;
  - que não contenham consoantes e em que as letras sejam todas diferentes;
  - em que a soma dos dois algarismos sejam um número ímpar maior do que 12.
- Seja  $M$  o conjunto dos números naturais maiores do que 1000 e menores do que 5666.
  - Quantos elementos de  $M$  têm os algarismos todos diferentes?
  - Quantos elementos de  $M$  não têm dois algarismos consecutivos iguais?
  - Quantos elementos de  $M$  são capicuas?
- Numa paragem de um autocarro estão 12 pessoas: seis homens e seis mulheres. Dois dos homens são idosos. Para um autocarro que apenas tem 10 lugares sentados disponíveis. Os idosos são as primeiras pessoas a entrar e vão sentar-se. Seguidamente, sentam-se as seis mulheres. Finalmente, sentam-se mais dois homens. De quantas maneiras diferentes podem ficar ocupados os dez lugares sentados, respeitando estas condições?
- Cada equipa de futebol é constituída por doze jogadores: seis efetivos e seis suplentes. O treinador de uma certa equipa vai escolher os seis efetivos para iniciar um jogo. Quantas escolhas diferentes pode fazer?
- Quantos são os números naturais ímpares de cinco algarismos que têm exatamente dois algarismos iguais a zero?

8. Considera cinco pontos pertencentes a uma circunferência.
- Quantas cordas existem com extremos nestes pontos?
  - Quantos triângulos existem com vértices nestes pontos?
9. A Maria vai organizar um lanche. Para isso, vai a uma pastelaria onde se vendem 14 tipos de diferentes bolos.
- Se a Maria comprar seis bolos diferentes, quantas escolhas pode fazer?
  - A maria optou por comprar seis bolos iguais. Vai dispô-los num prato dividido em dez setores, cada um com a sua cor. De quantas maneiras diferentes pode a Maria dispor os seis bolos no prato?
10. A direção de uma coletividade tem de se fazer representar por três dos seus sete membros, numa cerimónia oficial. Os sete membros da direção são a Ana, a Sofia, a Lurdes, o Mário, o Agostinho, o Paulo e o Artur.
- Quantas comissões diferentes poderão ser constituídas?
  - Quantas comissões diferentes poderão ser constituídas em qua a Ana esteja incluída?
  - Quantas comissões diferentes poderão ser constituídas em qua a Ana e o Artur não estejam simultaneamente?
  - Quantas comissões poderão ser constituídas, de tal modo que os dois sexos estejam representados?
11. O João tem uma caixa para guardar lápis e canetas. A caixa está dividida em dez compartimentos diferentes. Cada compartimento só pode ser ocupado por um único lápis ou por uma única caneta. O João vai guardar cinco lápis, todos iguais, e cinco canetas, todas diferentes. Quantas disposições diferentes poderão ocorrer?
12. Cada chave do Euromilhões é constituída por cinco números (de entre os números naturais de 1 a 50) e por dois números, as estrelas (de entre os números naturais de 1 a 12). Quantas chaves diferentes poderão ocorrer?
13. Queremos colocar no tabuleiro representado ao lado seis botões brancos, todos iguais, e quatro botões de cores diferentes (um verde, outro amarelo, outro vermelho e outro azul). Cada botão ocupa uma casa e em cada casa não se pode colocar mais do que um botão.
- De quantas maneiras diferentes podem os botões ficar dispostos no tabuleiro?
  - De quantas maneiras diferentes podem os botões ficar dispostos no tabuleiro, se os botões que não são brancos ficarem todos numa mesma fila?
14. O casal Rocha tem dois filhos e o casal Costa tem três. Num certo dia, os dois casais e os respetivos filhos juntam-se num jantar e, no fim, dispõem-se ao acaso, lado a lado, para tirarem uma fotografia. De quantas maneiras se podem dispor, de modo que os elementos de cada família fiquem juntos?

- 15.** Os 20 alunos de uma turma do 12º ano, 12 rapazes e 8 raparigas, vão fazer teste de Matemática.
- 15.1.** A professora fez três versões do enunciado do teste: são seis enunciados da versão 1, seis enunciados da versão 2 e oito enunciados da versão 3. Os enunciados vão ser distribuídos ao acaso.
- De quantas maneiras podem ser distribuídos os enunciados dos testes da versão 3?
- 15.2.** A «fila da janela» tem seis mesas individuais. De quantas maneiras pode ser ocupada, ficando duas raparigas nos dois primeiros lugares?
- 16.** O alfabeto Morse usa os símbolos “•” (ponto) e “—” (traço) para codificar mensagens.
- 16.1.** Quantas sequências de cinco símbolos é possível escrever?
- 16.2.** Sabendo que determinada sequência tem seis símbolos e começa e acaba com um traço, quantas sequências é possível escrever nestas condições?
- 16.3.** Qual é o número de sequências que é possível escrever com o número máximo de quatro símbolos?
- 16.4.** Quantas sequências de seis símbolos é possível escrever que tenham os dois símbolos do meio iguais?
- 16.5.** Quantas sequências de seis símbolos é possível escrever que tenham pelo menos dois pontos?
- 17.** Para um determinado jogo da Seleção Nacional de futebol, o selecionador convocou 23 jogadores: três guarda-redes, seis defesas, oito médios e seis avançados.
- De quantas maneiras o selecionador pode formar a equipa sabendo que:
- 17.1.** pretende jogar com um guarda-redes, quatro defesas, três médios e três avançados?
- 17.2.** pretende jogar com um guarda-redes, quatro defesas, quatro médios e dois avançados?
- 18.** Num saco estão seis bolas azuis, numeradas de 1 a 6, e sete bolas verdes, numeradas de 1 a 7.
- Retiram-se todas as bolas do saco, uma a uma, sem reposição, e alinham-se sobre uma mesa.
- Quantas sequências diferentes é possível formar com as 13 bolas desde que:
- 18.1.** não haja qualquer restrição?
- 18.2.** as bolas da mesma cor fiquem seguidas?
- 18.3.** as bolas azuis fiquem seguidas?
- 18.4.** as bolas verdes fiquem seguidas e por ordem crescente?
- 18.5.** não haja bolas verdes seguidas

## Soluções

1. a) 15                      b) 17                      c) 4                      d) 9                      e) 9                      f) 42
2. a) 12                      b) 18
3. a) 1 188 137 600      b) 710 424 000      c) 40 841 010      d) 760 500      e) 12 000      f) 142 576 512
4. a) 2331                      c) 3375                      d) 47
5. 21 772 800
6. 924
7. 1215
8. a) 10                      b) 10
9. a) 3003                      b) 210
10. a) 35                      b) 15                      c) 30                      d) 30
11. 30 240
12. 139 838 160
13. 13.1. 332 640                      13.2. 2016
14. 5760
15. 15.2. 116 396 280      15.2. 411 640
16. 16.1. 32                      16.2. 16                      16.3. 30                      16.4. 32                      16.5. 57
17. 17.1. 50 400                      17.2. 47 250
18. 18.1. 6 227 020 800      18.2. 7 257 600      18.3. 29 030 400      18.4. 5040                      18.5. 3 268 800