1. Lançou-se um dado cúbico, com as faces numeradas de 1 a 6, e um dado octaédrico, com as faces numeradas de 1 a 8, e registaram-se os números das faces que ficaram voltadas para cima.
   Quantos são os resultados possíveis para esta experiência?

   $6 \times 8 = 48$

2. Considera os conjuntos $A = \{2, 3, 5, 7\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ e $C = \{2, 4, 8\}$
   Em referencial o.n. $Oxyz$, considera os pontos tais que as abcissas pertencem ao conjunto A, as ordenadas pertencem ao conjunto B e as cotas pertencem ao conjunto C.
   Quantos são esses pontos?

   $4 \times 5 \times 3 = 60$

3. Seja D o conjunto dos números naturais maiores do que 10 e menores do que 99.
   Determina quantos são os elementos de D em que o produto dos dois algarismos é um número natural par.

   $4 \times 4 \text{ (par, par)} + 4 \times 5 \text{ (par, ímpar)} + 5 \times 4 \text{ (ímpar, par)} = 56$

4. Determina num número de sequências diferentes que se podem formar inserindo quatro missangas num fio, sabendo que estão disponíveis missangas vermelhas, verdes e azuis (para cada uma destas cores, há mais de quatro missangas disponíveis).

   $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

5. Um saco contém sete cartões, numerados de 1 a 7. Extrai-se um cartão do saco, regista-se o algarismo nele inscrito e repõe-se o cartão no saco. Efetua-se este procedimento três vezes. Os três algarismos registados formam um número. A primeira extração corresponde ao algarismo das centenas, a segunda ao das dezenas e a terceira ao das unidades.

   a) Quantos números é possível formar?

      $7 \times 7 \times 7 = 343$

   b) Dos números que é possível formar, determina quantos:

      b₁) têm exatamente dois algarismos pares;

      3 (escolha da posição do algarismo ímpar) $\times\ 3$ (escolha do algarismo par) $\times\ 3$ (escolha do algarismo par) $\times\ 4$ (escolha do algarismo ímpar) $= 108$

      b₂) são ímpares.

      $7 \times 7 \times 4 = 196$

6. Quantos arco-íris se poderiam formar se as suas sete cores pudessem permutar entre si?

   $7! = 5\,040$

7. Seis jovens, a Ana, a Carla, o Frederico, a Beatriz, o Bernardo e a Filipa vão concorrer a um sorteio de seis viagens, a saber, a Barcelona, Berlim, Londres, Madrid, Paris e Roma.
Supondo que cada jovem vai ganhar uma viagem, de quantas maneiras diferentes pode resultar este sorteio?

$$6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 6! = 720$$

8. Num debate participam oito convidados, havendo dois representantes por cada uma das quatro organizações. O debate vai ser moderado por uma pessoa que já se encontra sentada num dos lados de uma mesa retangular. Os oito participantes no debate vão sentar-se nessa mesa, quatro à esquerda do moderador e quatro à sua direita. De quantas maneiras se podem dispor esses oitos participantes, de modo que os elementos da mesma organização fiquem juntos?

$$4! \times 2^4 = 384$$

9. A Lurdes quer arrumar doze livros de aventuras numa prateleira de uma estante, que tem o tamanho exato para o efeito. Desses doze livros, cinco são da coleção *Uma Aventura*, de Ana Maria Magalhães e Isabel Alçada, quatro são da coleção *Os Cinco*, de Enid Blyton, e os restantes três são de uma coleção de Júlio Verne. Determina de quantas maneiras diferentes podem os doze livros ficar dispostos na prateleira, se:

a) não houver restrições;

$$12! = 479\,001\,600$$

b) na extremidade esquerda ficar um livro de Júlio Verne;

$$3 \times 11! = 119\,750\,400$$

c) na extremidade esquerda ficar com um livro de Júlio Verne e na extremidade direita ficar um livro de Enid Blyton;

$$3 \times 4 \times 10! = 43\,545\,600$$

d) os dois livros do meio forem ambos da coleção *Uma Aventura*;

$$5 \times 4 \times 10! = 72\,576\,000$$

e) os quatro livros do meio forem os da coleção *Os Cinco*;

$$4! \times 8! = 967\,680$$

f) os livros de cada coleção ficarem juntos;

$$3! \text{ (ordenação das coleções) } \times 5! \times 4! \times 3! = 103\,680$$

g) os livros de Júlio Verne ficarem juntos;

$$10 \times 9! \times 3! = 10! \times 3! = 21\,772\,800$$

h) o livro *Os Cinco na Ilha do Tesouro* não ficar ao lado do livro *Uma Aventura em Lisboa*;

$$12! - 11 \times 10! \times 2 = 12! - 11! \times 2 = 399\,168\,000$$

i) os dois livros do meio forem de coleções diferentes.

$12! - 5 \times 4 \times 10!$ (os dois do meio serem da coleção *Uma Aventura*) $-$
$- 4 \times 3 \times 10!$ (os dois do meio serem da coleção *Os Cinco*) $-$
$- 3 \times 2 \times 10!$ (os dois do meio serem da coleção de Júlio Verne) $=$
$= 341\,107\,200$

10. Uma seleção de hóquei em patins é constituída por dez jogadores.

Admite que, na seleção de hóquei em patins de um certo país, estão quatro jogadores do clube A, três jogadores do clube B e os restantes três jogadores pertencem a outros tantos clubes.

Os dez jogadores vão posar para uma fotografia, colocando-se uns ao lado dos outros.

Indica quantas fotografias diferentes se podem tirar, se:

a) os quatro jogadores do clube A ficaram no meio;

$$4! \times 6! = 17\,280$$

b) os quatro jogadores do clube A ficaram juntos, bem como os três jogadores do clube B;

$5!$ (ordenação de cinco blocos: clube A, clube B e cada um dos outros três jogadores) $\times 4! \times 3! = 17\,280$

c) os sete jogadores dos clubes A e B ficarem juntos, ficando cada jogador do clube B entre dois do clube A.

$4!$ (ordenação de quatro blocos: clubes e cada um dos outros três jogadores) $\times 4!$ (ordenação dos jogadores do clube A) $\times 3!$ (ordenação dos jogadores do clube B) $= 3456$

Nota: os sete jogadores dos clubes A e B terão de ficar dispostos da seguinte forma: Jogador do clube A ; Jogador do clube B ; Jogador do clube A ; Jogador do clube B ; Jogador do clube A ; Jogador do clube B ; Jogador do clube A.

11. Oito atletas vão fazer uma corrida.

De quantas maneiras diferentes se poderão colocar três deles no pódio?

$$8 \times 7 \times 6 = {}^{8}A_3 = 336$$

12. Uma empresa fabrica dois tipos de pratos para colocar aperitivos. Num dos tipos, os pratos estão divididos em três setores diferentes e, no outro tipo, em quatro setores diferentes.

Em ambos os tipos, cada setor é pintado de uma cor, não se repetindo cores num mesmo prato.

As cores utilizadas para os pratos do primeiro tipo são azul, o branco, o castanho, o preto e o verde e para os pratos do segundo tipo são amarelo, o branco, o preto, o roxo, o verde e o vermelho.

Determina o número de pratos diferentes que esta empresa pode fabricar.

$${}^{5}A_3 + {}^{6}A_4 = 420$$

13. Seja $P = \{2, 3, 5, 7\}$. Considera o conjunto A dos números naturais compreendidos entre 10 a 1000 cujos algarismos pertencem ao conjunto P.

a) Determina o cardinal de A.

4^2 (números de dois algarismos) $+ 4^3$ (números de três algarismos) $= 80$

b) Determina quantos elementos de A têm os algarismos todos diferentes.

$${}^4A_2 + {}^4A_3 = 36$$

c) De entre os elementos de A considerados na alínea anterior, determina quantos são múltiplos de 2 ou de 5.

$$2 \times (3 \times 1 + 3 \times 2 \times 1) = 18$$

d) Determina quantos elementos do conjunto A têm dois ou três algarismos iguais.

$$(4^2 + 4^3) - ({}^4A_2 + {}^4A_3) = 44$$

14. Um saco contém sete cartões, numerados de 1 a 7. Extraem-se, sem reposição, três cartões e dispõem-se da esquerda para a direita pela ordem de saída, formando um número.

a) Quantos números é possível formar?

$$7 \times 6 \times 5 = {}^7A_3 = 210$$

b) Dos números que é possível formar, determina quantos:

b_1) têm exatamente dois algarismos pares;

3 (posição do algarismo ímpar) $\times 3 \times 2 \times 4 = 72$

b_2) são ímpares.

4 (algarismo das unidades) $\times 6 \times 5 = 120$

15. Seja $A = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Considera o conjunto B dos números naturais compreendidos entre 5000 e 10000 cujos algarismos pertencem ao conjunto A.

a) Determina o cardinal de B.

5 (o primeiro algarismo tem que ser maior ou igual a 5) $\times 7^3 = 1\,715$

b) Dos elementos de B, quantos têm algarismos todos diferentes?

$$5 \times {}^6A_3 = 600$$

c) Dos elementos de B, quantos têm pelo menos dois algarismos iguais?

$$5 \times 7^3 - 5 \times {}^6A_3 = 1\,115$$

16. Com os algarismos 2, 3, 5 e 7, quantos números naturais se podem escrever que tenham no máximo quatro algarismos, nunca repetindo algarismos em cada número?

4 (números com um algarismo) $+ {}^4A_2$ (números com dois algarismos) $+ {}^4A_3$ (números com três algarismos) $+ 4!$ (números com quatro algarismos) $= 64$