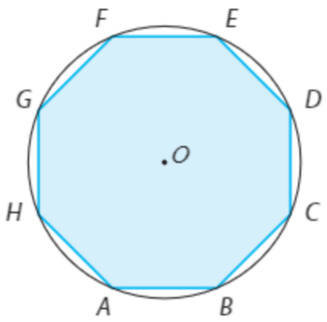
Geometria Analítica – Produto escalar de vetores 3 GA

1. Na figura encontra-se representado um octógono regular [*ABCDEFGHG*], de lado 2, inscrito numa circunferência de centro *O*.

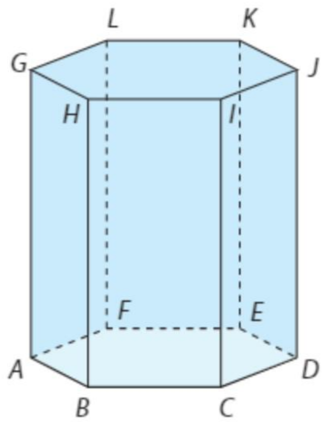


Calcula:

a) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{BF}$ **b)** $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{CD}$

c) $\overrightarrow{AH} \times \overrightarrow{ED}$ **d)** $\overrightarrow{GH} \times \overrightarrow{BC}$

2. A figura representa um prisma hexagonal regular [*ABCDEFGHIJKL*].



Sabe-se que $\overline{AB} = 2$ e $\overline{AG} = 5$.

Calcula:

a) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{LI}$ **b)** $\overrightarrow{AF} \times \overrightarrow{EK}$

c) $\overrightarrow{BE} \times \overrightarrow{JG}$ **d)** $\overrightarrow{HI} \times \overrightarrow{CF}$

d) $\overrightarrow{GJ} \times \overrightarrow{LE}$ **e)** $\overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{EL}$

3. Determina a amplitude, em graus, com aproximação às décimas, do ângulo entre as retas *r* e *s*, sabendo que:

a) $r: y = \frac{1}{2}x + 2$ e $s: 2y - 3x + 4 = 0$

b) $r: (x\,,y) = (1\,,2) + k(2\,,-1)\,, k \in \mathbb{R}$ e $s: (x\,,y) = (1\,,2) + k(-3\,,1)\,, k \in \mathbb{R}$

c) $r: (x\,,y) = (1\,,2) + k(-1\,,2)\,, k \in \mathbb{R}$ e $s: x = 1$

d) $r: (x\,,y) = (1\,,-2) + k(-2\,,3)\,, k \in \mathbb{R}$ e $s: x - y = 1$

4. Considera os vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ tais que $\|\vec{u}\| = 5$, $\|\vec{v}\| = 6$, $\vec{u} \times \vec{v} = -2$ e $\vec{u} \perp \vec{v}$. Calcula:

a) $\vec{u} \times (\vec{v} + \vec{w})$ **b)** $(\vec{u} - \vec{v}) \times (\vec{u} + \vec{v})$

c) $-\vec{v} \times (2\vec{v} - \vec{u})$ **c)** $(\vec{u} + \vec{v}) \times (\vec{v} - \vec{w}) + \vec{v} \times \vec{w}$

5. Considera os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ tais que $\vec{u}\left(\sqrt{2}\,,-1\right)$, $\|\vec{v}\| = 6$ e $(\vec{u}\hat{\ }\vec{v}) = \frac{\pi}{6}$. Determina:

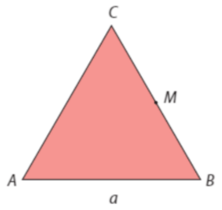
a) $\vec{u} \times \vec{v}$

b) $(\vec{u} - \vec{v}) \times (\vec{u} - \vec{v})$

c) O número real m tal que o vetor $\vec{w}(m\,, m + 2)$ seja perpendicular a $\vec{u}$

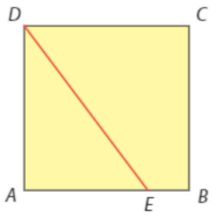
d) Os valores reais k tais que o ângulo formado pelos vetores $\vec{u}$ e $\vec{a}\left(-\sqrt{8}\,, 5k + k^2\right)$ seja agudo

6. Na figura está representado um triângulo equilátero $[ABC]$. Sejam a o comprimento de cada um dos lados do triângulo e M o ponto médio do lado $[BC]$. Mostra que $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AM} = \frac{3a^2}{4}$.



7. Na figura está representado um quadrado $[ABCD]$ de lado igual a 4.

Admite que o ponto E pertence ao segmento de reta $[AB]$ e que o triângulo $[ADE]$ tem área igual a 6. Determina o valor exato de $\overrightarrow{ED} \times \overrightarrow{DC}$



8. Determina a equação reduzida da reta que passa no ponto A de coordenadas $(2\,,\,1)$ e é perpendicular à reta de equação:

a) $2x - 3x + 4 = 0$

b) $(x\,, y) = (1\,, 2) + k(2\,, -1)\,, k \in \mathbb{R}$

c) $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{3}$

d) $\begin{cases} x = k \\ y = 1 - 2k \end{cases}, k \in \mathbb{R}$

9. Calcula o produto escalar dos vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ e indica, em cada caso, se o ângulo formado pelos $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é agudo, reto ou obtuso.

a) $\vec{u}(2\,, 0\,, 4)$ e $\vec{v}(0\,, 3\,, -2)$

b) $\vec{u}\left(1\,, 2\,, \sqrt{5}\right)$ e $\vec{v}\left(5\,, 0\,, -\sqrt{5}\right)$

c) $\vec{u}(2\,, -3\,, 1)$ e $\vec{v}(3\,, -1\,, -2)$

Soluções

1. **a)** 4 **b)** 0 **c)** -4 **d)** $-2\sqrt{2}$

2. **a)** 8 **b)** 0 **c)** -4 **d)** -4 **d)** 8 **e)** -4

3. **a)** 29,7º **b)** 8,1º **c)** 43,1º **d)** 79,1º

4. **a)** -2 **b)** 21 **c)** -10 **d)** 2

5. **a)** 9 **b)** 21 **c)** $m = 2 + 2\sqrt{2}$ **d)** $k \in \left]-4\,,-1\right[$

7. -12

8. **a)** $y = -\frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$ **b)** $y = 2x - 3$ **c)** $y = -\frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$ **d)** $y = \frac{1}{2}x$

9. **a)** -8 ; obtuso **b)** 0 ; reto **c)** 7 ; agudo