

Lugares Geométricos

1. $A(2, 1)$ $B(0, 3)$

M é o ponto médio de $[AB]$

$$M\left(\frac{2+0}{2}, \frac{1+3}{2}\right) = (1, 2)$$

$\vec{AB} \cdot \vec{MP} = 0$, $P(x, y)$ é um ponto
desse mediatriz

$$\vec{AB} = B - A = (0, 3) - (2, 1) = (-2, 2)$$

$$\vec{MP} = P - M = (x, y) - (1, 2) = (x-1, y-2)$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{MP} = 0 \Leftrightarrow (-2, 2)(x-1, y-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow -2x + 2 + 2y - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2y = 2x + 2$$

$$\Leftrightarrow y = x + 1$$

$$2. \quad (x+4)^2 + (y-3)^2 = 25$$

$$C(-4, 3) \quad T(-1, 7)$$

Seja $P(x, y)$ um ponto da reta tangente

$$\text{e } \vec{CT} \cdot \vec{TP} = 0$$

$$\vec{CT} = T - C = (-1, 7) - (-4, 3) = (3, 4)$$

$$\vec{TP} = P - T = (x, y) - (-1, 7) = (x+1, y-7)$$

$$\vec{CT} \cdot \vec{TP} = 0 \Leftrightarrow (3, 4) \cdot (x+1, y-7) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x+3 + 4y - 28 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4y = -3x + 25$$

$$\Leftrightarrow y = -\frac{3}{4}x + \frac{25}{4}$$

$$3. \quad A(1, -2) \quad B(-3, 1)$$

3.1 Seja M o ponto médio de

$$[AB], \quad M\left(\frac{1-3}{2}, \frac{-2+1}{2}\right) = \left(-1, -\frac{1}{2}\right)$$

$P(x, y)$ é um ponto da mediatriz de $[AB]$ e $\vec{AB} \cdot \vec{MP} = 0$

$$\vec{AB} = B - A = (-3, 1) - (1, -2) = (-4, 3)$$

$$\vec{MP} = P - M = (x, y) - \left(-1, -\frac{1}{2}\right) = \left(x+1, y+\frac{1}{2}\right)$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AP} = 0 \Leftrightarrow (-4, 3) \cdot (x+1, y+\frac{1}{2}) = 0$$

$$\Leftrightarrow -4x - 4 + 3y + \frac{3}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow 3y = 4x - \frac{3}{2} + 4$$

$$\Leftrightarrow 3y = 4x + \frac{5}{2}$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{4}{3}x + \frac{5}{6}$$

3.2 Seja $P(x, y)$ um ponto da circunferência de diâmetro $[AB]$

$$\vec{AP} \cdot \vec{BP} = 0$$

$$\vec{AP} = P - A = (x, y) - (1, -2) = (x-1, y+2)$$

$$\vec{BP} = P - B = (x, y) - (-3, 1) = (x+3, y-1)$$

$$\vec{AP} \cdot \vec{BP} = 0 \Leftrightarrow (x-1, y+2) \cdot (x+3, y-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - x - 3 + y^2 - y + 2y - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x + y^2 + y = 5$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+\frac{1}{2})^2 = 5 + 1 + \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+\frac{1}{2})^2 = \frac{25}{4}$$

o. 4.

$$x^2 + 2x + (\frac{2}{2})^2 = (\frac{2}{2})^2$$

$$(x+1)^2 = 1$$

$$y^2 + y + (\frac{1}{2})^2 = (\frac{1}{2})^2$$

$$(y+\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$$

3.3 $P(x, y)$ um ponto da reta tangente à circunferência de diâmetro $[AB]$ no ponto A , e

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AP} = 0$$

$$\overrightarrow{AB} = (-4, 3)$$

$$\overrightarrow{AP} = P - A = (x, y) - (1, -2) = (x-1, y+2)$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AP} = 0 \Leftrightarrow (-4, 3)(x-1, y+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow -4x + 4 + 3y + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3y = 4x - 10$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{4}{3}x - \frac{10}{3}$$

4. $(x-1)^2 + (y+4)^2 = 25$

4.1 $C(1, -4)$

4.2 $A(x, 0)$, $x > 0$

$$(x-1)^2 + (0+4)^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + 16 = 25$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 17 - 25 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2 \pm 6}{2} \begin{cases} \frac{2+6}{2} = 4 \\ \frac{2-6}{2} = -2 \end{cases}$$

$$x = -2 \vee x = 4, \text{ como } x > 0$$

$$A(4, 0)$$

4.3 $P(x, y)$ é um ponto da reta tangente à circunferência em A

$$\vec{CA} \cdot \vec{AP} = 0$$

$$\vec{CA} = A - C = (4, 0) - (1, -4) = (3, 4)$$

$$\vec{AP} = P - A = (x, y) - (4, 0) = (x - 4, y)$$

$$\vec{CA} \cdot \vec{AP} = 0 \Leftrightarrow (3, 4) \cdot (x - 4, y) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x - 12 + 4y = 0$$

$$\Leftrightarrow 4y = -3x + 12$$

$$\Leftrightarrow y = -\frac{3}{4}x + 3$$