GEOMETRIA ANALÍTICA – CÁLCULO VETORIAL
EXERCÍCIOS DE EXAMES (ADAPTADOS)

GA

1. Considera, num referencial o.n. $Oxyz$, o plano α, definido por $4x - z + 1 = 0$. Seja r uma reta perpendicular ao plano α.

Qual das condições seguintes pode definir a reta r ?

(A) $(x, y, z) = (0, 0, -1) + k(4, 1, 0), k \in \mathbb{R}$

(B) $x = 4 \wedge z = -1$

(C) $(x, y, z) = (3, 0, 0) + k(1, 0, 4), k \in \mathbb{R}$

(D) $(x, y, z) = (3, 1, 0) + k(4, 0, -1), k \in \mathbb{R}$

Se a reta r é perpendicular ao plano α, então um vetor diretor de r é colinear ao vetor normal de α, ou seja, $(4, 0, -1)$.
Assim, uma equação vetorial de r é:
$(x, y, z) = (a_1, a_2, a_3) + k(4, 0, -1), k \in \mathbb{R}$
Assim, a opção correta é a (D).

2. Considera, num referencial o.n. $Oxyz$, o ponto A, de coordenadas $(1, 0, 3)$, e o plano α, definido por $3x + 2y - 4 = 0$. Seja β um plano perpendicular ao plano α e que passa em A.

Qual das condições seguintes pode definir o plano β ?

(A) $2x + 2y - 3 = 0$

(B) $2x - 3y - z + 1 = 0$

(C) $2x - 3y + z = 0$

(D) $3x + 2y = 0$

Um vetor normal a α é $\vec{u}(3, 2, 0)$, pelo que as alternativas (A) e (D) ficam descartadas (já que os vetores normais a esses planos são colineares a $\vec{u}$).
Um vetor perpendicular a $\vec{u}$ é $(2, -3, 0)$ (vetor normal aos planos de (B) e de (C) mas o ponto A pertence ao plano de (B) $(2 \times 1 - 0 - 3 + 1 = 0)$ e não pertence ao plano de (C) $(2 \times 1 - 0 + 3 = 5 \neq 0)$).
Assim, a opção correta é a (B).

eduardo.pinhao@matematicaparatodos.pt

3. Considera, num referencial o.n. $Oxyz$, o ponto A, de coordenadas $(2,0,3)$, e o plano α, definido por $x-y-2z=3$. Seja r a reta ao perpendicular ao plano α e que passa em A.

Qual das condições pode definir a reta r?

(A) $(x,y,z)=(-2,0,-1)+k(1,0,1),\, k\in\mathbb{R}$

(B) $(x,y,z)=(5,-3,-3)+k(-1,1,2),\, k\in\mathbb{R}$

(C) $(x,y,z)=(1,-1,-2)+k(2,0,3),\, k\in\mathbb{R}$

(D) $(x,y,z)=(2,0,3)+k(1,-1,1),\, k\in\mathbb{R}$

O vetor $\vec{u}(1, -1, -2)$, normal a α, e o vetor diretor da reta têm de ser colineares. Assim, as outras opções ficam descartadas (a reta de (A) apresenta o vetor (1, 0, 1), a reta de (C) apresenta o vetor (2, 0, 3) e a de (D) apresenta o vetor (1, −1, 1)).

Observação: o ponto $A(2, 0, 3)$ pertence a r, pois

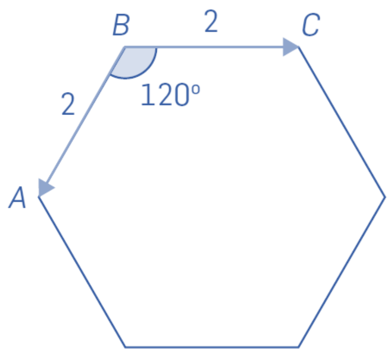
$$-2+5=0+3=\frac{3+3}{2}.$$

Assim, a opção correta é a (B).

Os segmentos de reta $[AB]$ e $[BC]$ são lados consecutivos de um hexágono regular de perímetro 12.

Qual é o valor do produto escalar $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$?

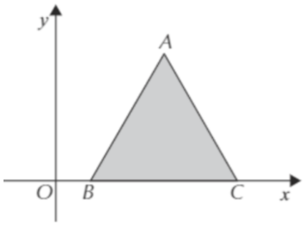
(A) -3 **(B)** -2 **(C)** 2 **(D)** 3



$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=2\times 2\times\cos 120^{\circ}=-2$

Assim, a opção correta é a (B).

4. Na figura está representado, num referencial o.n. xOy, um triângulo equilátero $[ABC]$.



Sabe-se que:

- o ponto A tem ordenada positiva;
- os pontos B e C pertencem ao eixo Ox;
- o ponto B tem abcissa 1 e o ponto C tem abcissa maior do que 1.

Qual é a equação reduzida da reta AB?

(A) $y = \sqrt{2}x - \sqrt{2}$

(B) $y = \sqrt{2}x + \sqrt{2}$

(C) $y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}$

(D) $y = \sqrt{3}x - \sqrt{3}$

A ordenada na origem da reta AB é negativa e, como $[AB]$ é um dos lados de um triângulo equilátero, o declive é $\text{tg}60^\circ = \sqrt{3}$.
Assim, a opção correta é a (D).

5. Considera, num referencial xOy , a circunferência definida pela equação $x^2 + (y-1)^2 = 2$.

Esta circunferência interseta o eixo Ox em dois pontos. Destes dois pontos, seja A o que tem abcissa positiva.

Seja r a reta tangente à circunferência no ponto A.

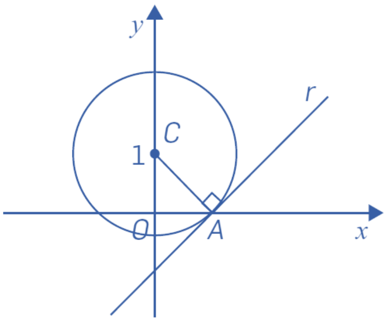
Qual é a equação reduzida da reta r ?

(A) $y = x + 1$

(B) $y = x - 1$

(C) $y = 2x + 2$

(D) $y = 2x - 2$



Seja a a abcissa de A. Então:

$a^2 + (0-1)^2 = 2 \Leftrightarrow a^2 = 1 \rightarrow a = 1 \rightarrow A(1, 0)$

As retas AC e r são perpendiculares, logo

$m_r = -\dfrac{1}{m_{AC}}$.

Ora, $\overrightarrow{AC} = (-1, 1)$, pelo que $m_{AC} = -1$, logo $m_r = 1$.

Atendendo a que a A pertence a r, tem-se:

$y - 0 = 1(x-1) \Leftrightarrow y = x - 1$

Assim, a opção correta é a (B).