



1. Considere as funções  $f$  e  $g$ , definidas por  $f(x) = 2(x-1)(x+1)(x-3)$  e  $g(x) = x^4 - 1$

Resolva graficamente as inequações:

1.1.  $f(x) \geq 0$

1.2.  $f(x) < g(x)$

2. Estude, sem usar a calculadora, o sinal das funções a seguir definidas.

2.1.  $f(x) = x(x+2)^2(x-2)$

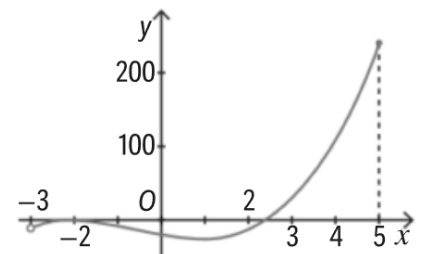
2.2.  $g(x) = 3x^3 - x^2 - 2x$

2.3.  $h(x) = -x^4 - 2x^3 + 3x^2$

2.4.  $i(x) = -x^3 + x^2 - 3x + 3$

3. Seja  $f$  a função definida, em  $]-3, 5]$ , por  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + k$ , com  $k \in \mathbb{R}$ , representada graficamente na figura.

Sabe-se que  $f(1)$  é um mínimo absoluto de  $f$  e que  $-2$  é um zero duplo.



3.1. Mostre que  $k = -20$

3.2. Fatorize  $f(x)$

3.3. Construa a tabela de sinal da função.

3.4. Construa a tabela de variação da função e indique os intervalos de monotonia e extremos.

3.5. Indique o contradomínio da função.

4. Considere a função definida, em  $[-2, 2]$ , por  $f(x) = x^4 - x^2 - 2$

Sabe-se que a  $f(0)$  é um máximo relativo,  $f\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$  é um mínimo relativo e o gráfico é

simétrico relativamente ao eixo  $Oy$ .

4.1. Fatorize  $f(x)$

4.2. Indique os intervalos de monotonia, os extremos e o contradomínio de  $f$

5. Determine o domínio de cada uma das seguintes funções racionais.

5.1.  $f(x) = \frac{1}{x-3}$

5.2.  $f(x) = \frac{2x}{x^2-4}$

5.3.  $f(x) = \frac{4x-5}{x^2+2x+1}$

5.4.  $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1}$

5.5.  $f(x) = \frac{2x}{x^3-2x^2+x}$

6. Determina o domínio e os zeros e estuda o sinal de cada uma das funções definidas pelas seguintes expressões analíticas:

6.1.  $f(x) = \frac{x}{x-5}$

6.2.  $f(x) = \frac{x+1}{x^2+4x+3}$

6.3.  $f(x) = \frac{x-1}{2x+1} + \frac{1}{x+1}$

6.4.  $f(x) = \frac{x^2+2x+1}{x-2} \times \frac{x-3}{x^2-3x+2}$

6.5.  $f(x) = \frac{-x^3+x^2+2x-2}{x^2-3}$

6.6.  $f(x) = \frac{x^2-7}{x-2} - \frac{6}{x}$

6.7.  $f(x) = \frac{3x^2-2x}{9x^3+9x^2-4x-4}$

6.8.  $f(x) = \frac{x^3+x}{x^3-2x^2+x}$

7. Determine as equações das assíntotas verticais e horizontais, dos gráficos de cada uma das seguintes funções racionais.

7.1.  $f(x) = \frac{5}{x-2}$

7.2.  $g(x) = 2 - \frac{5}{x+4}$

7.3.  $h(x) = \frac{x-1}{x-3}$

7.4.  $j(x) = \frac{3+2x}{2-3x}$

8. Resolva, em  $\mathbb{R}$ , as equações, apresentando o seu conjunto-solução.

8.1.  $\frac{x^2 - x - 2}{x^2 + 2x} = 0$

8.2.  $\frac{x}{x^2 - 4} = \frac{1}{2 - x}$

8.3.  $\frac{x+2}{2x-x^2} + \frac{x}{x-2} = 2$

9. Resolva, em  $\mathbb{R}$ , as seguintes inequações.

Apresente o conjunto-solução na forma de intervalo ou união de intervalos disjuntos de números reais.

9.1.  $\frac{4-x^2}{x^2-2x} \geq \frac{1}{x}$

9.2.  $2x < \frac{x+2}{x-1}$

9.3.  $\frac{(3-x)^3}{x^2(x+1)^3} > 0$

9.4.  $\frac{1}{x+1} + \frac{2x^2-x-1}{1-x^2} \leq 0$

9.5.  $\frac{x-5}{x^2-x-2} \leq \frac{2}{x+1}$

9.6.  $\frac{x^2-2}{x^2+3x} \geq \frac{2}{x}$

9.7.  $\frac{x^3-x^2}{x^2-1} > \frac{5}{x+1}$

9.8.  $1 - \frac{1}{x+1} \geq \frac{4}{x^2+x}$

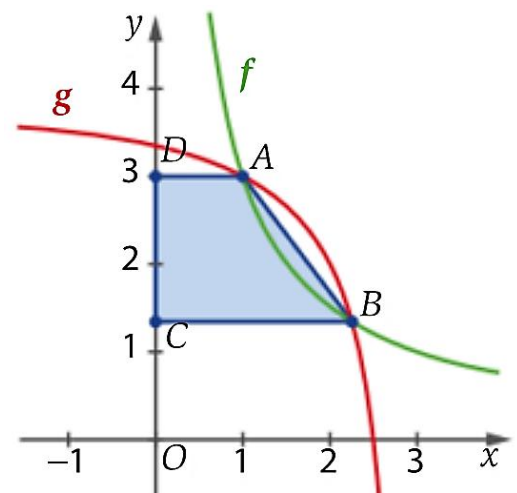
10. Na figura estão representadas partes dos gráficos das funções  $f$  e  $g$  definidas por:

$$f(x) = \frac{3}{x} \quad \text{e} \quad g(x) = \frac{4x-10}{x-3}$$

Do trapézio  $[ABCD]$ , sabe-se que:

- $A$  e  $B$  são os pontos de interseção dos gráficos das funções  $f$  e  $g$ ;
- $C$  e  $D$  pertencem ao eixo  $Oy$ ;
- $A$  e  $D$  têm a mesma ordenada;
- $B$  e  $C$  têm a mesma ordenada.

Determine a área e o perímetro de  $[ABCD]$ .



11. Na figura estão representados, num referencial o.n.  $Oxy$ , a função  $f$  de domínio  $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ , definida por  $f(x) = \frac{3x+6}{x+3}$ , as retas  $r$  e  $s$  de equações  $y=3$  e  $x=-3$ , respetivamente, e o quadrilátero  $[ABCD]$ .

Os pontos  $C$  e  $D$  são pontos de interseção do gráfico de  $f$  com os eixos coordenados.

- $A$  é o ponto de interseção das retas  $r$  e  $s$ ;
- $B$  é o ponto de interseção da reta  $r$  como eixo  $Oy$ .

11.1. Determine a área do quadrilátero  $[ABCD]$ .

11.2. Determine o conjunto dos números reais que são solução da inequação  $f_{]-3, +\infty[}(x) \geq 1$ .

Apresente a solução utilizando intervalos de números reais.

