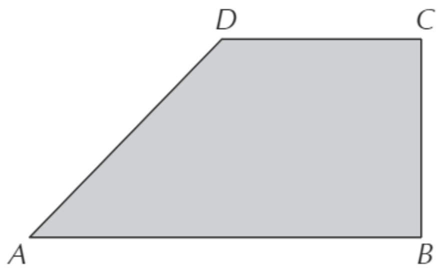
1. Na figura está representado um trapézio retângulo $[ABCD]$.



Sabe-se que:

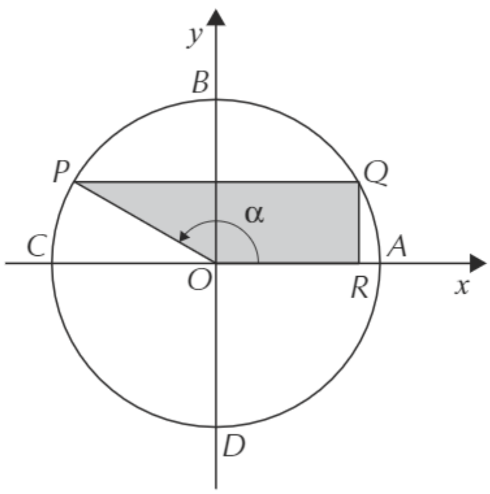
- $\overline{BC} = 1$;
- $\overline{CD} = 1$;
- α é a amplitude, em radianos, do ângulo ADC ;
- $\alpha \in \left]\frac{\pi}{2}, \pi\right[$.

Resolve os itens seguintes, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

1.1. Mostra que o perímetro do trapézio $[ABCD]$ é dado, em função de α, por $P(x) = 3 + \frac{1-\cos x}{\sin x}$.

1.2. Para um certo número real θ , tem-se que $\tan\theta = -\sqrt{8}$, com $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$. Determina o valor exato de $P(\theta)$.

2. Na figura está representado, num referencial o.n. xOy , o círculo trigonométrico. Os pontos *A*, *B*, *C* e *D* são os pontos de interseção da circunferência com os eixos do referencial.



Considera que o ponto *P* se desloca ao longo do arco *BC*, nunca coincidindo com *B* nem com *C*. Para cada posição do ponto *P* , seja *Q* o ponto do arco *AB* que ter ordenada igual à ordenada do ponto *P* e seja *R* o ponto do eixo *Ox* que tem abcissa igual à abcissa do ponto *Q*.

Seja α a amplitude, em radianos, do ângulo orientado que tem por lado origem o semieixo positivo *Ox* e por lado extremidade a semirreta $\dot{O}P$ $\left(\alpha \in \left]\frac{\pi}{2}, \pi\right[\right)$.

Resolve os itens seguintes, sem recorrer à calculadora.

2.1. Mostra que a área do trapézio $[OPQR]$ é dada por $-\frac{3}{2}\sin\alpha\cos\alpha$.

2.2. Para uma certa posição do ponto P , a reta OP interseta a reta de equação $x = 1$ num ponto de ordenada $-\frac{7}{24}$.

Determina, para essa posição do ponto P, a área do trapézio $[OPQR]$. Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

Soluções

1.

1.2. $3+\sqrt{2}$

2.

2.2. $\frac{252}{625}$