Trigonometria e Funções Trigonométricas

1. Considere a função f definida em $\mathbb{R}$ por:

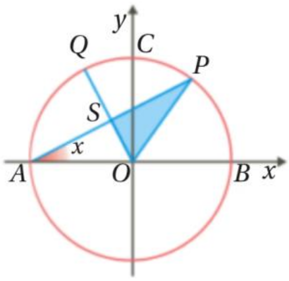
$$f(x) = \frac{1 - \sin(4x)}{2}$$

19.1 Determina o contradomínio de f .

19.2 Mostra que f é periódica de período $\frac{\pi}{2}$.

19.3 Sabendo que $\alpha \in \left]\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right[$ e que $f(\pi + \alpha) \times f(\pi - \alpha) = \frac{4}{25}$, determina $f(\alpha)$.

2. Na Figura 1 está representado um referencial ortonormado *Oxy* e a circunferência trigonométrica que interseta o eixo *Ox* nos pontos *A* e *B* (*B* com abcissa positiva) e o semieixo *Oy* no ponto *C*. O Ponto *P* desloca-se sobre o arco *CA* de tal modo que *OQ* é sempre perpendicular a *AP*.



As semirretas $\dot{A}P$ e $\dot{O}Q$ intersetam-se no ponto S .

2.1 Para cada $x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$, seja $g(x)$ a área do triângulo $[OPS]$.

Mostra que $g(x) = \frac{1}{4}\sin(2x)$

2.2 Determina o contradomínio da função g e indica a área máxima do triângulo $[OPS]$.

2.3 Sabendo que a abcissa do ponto P é $\frac{5}{13}$, determina a área do triângulo $[OPS]$.

3. Considera as funções f e g definidas em $\mathbb{R}$ por:

$$f(x) = 3\cos\left(\frac{x}{2}\right) \quad \text{e} \quad g(x) = \frac{1}{3}\sin(3x)$$

3.1 Prova que f é uma função periódica de período 4π .

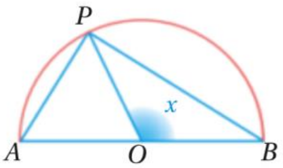
3.2 Prova que g é uma função periódica e indica o período mínimo.

3.3 Sabendo que $f(\pi - 2\alpha) = 1$ e que $\alpha \in \left]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right[$, determina $g\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{3}\right)$.

3.4 Mostra que a função $h = f \times g$ é uma função ímpar.

4. Um ponto P desloca-se sobre uma semicircunferência de diâmetro $[AB]$, centro O e raio 1.

Seja x a amplitude, em radianos, do ângulo BOP $(x \in]0, \pi[)$.



Seja $f(x) = \overline{BP}$ e $g(x) = \overline{AP}$.

4.1 Justifica que o triângulo $[ABP]$ é retângulo em P .

4.2 Justifica que $f(x) = 2\sin\frac{x}{2}$ e $g(x) = 2\cos\frac{x}{2}$.

4.3 Sabendo que $f(\pi - 2\alpha) = 1$ e $\alpha \in]0, \pi[$, determina $\overline{AP}$ para $x = \alpha$.