

FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS 3

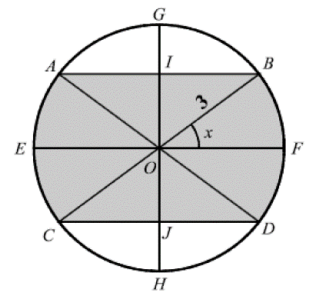
1. O cosseno é negativo e crescente no:
 (A) 1.º quadrante (B) 2.º quadrante (C) 3.º quadrante (D) 4.º quadrante

2. Calcule os valores que o parâmetro p pode tomar de forma que sejam verdadeiras as proposições:

2.1. $\exists \alpha \in \left] \frac{\pi}{2}, \pi \right[: 2p + 3 \operatorname{sen} \alpha = 1 + p$ 2.2. $\exists \alpha \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \right[: \tan \alpha = -9p^2 + 6$

2.3. $\exists \alpha \in [0, \pi] : \cos \alpha = 3 - p$ 2.4. $\exists \alpha \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2} \right[: \operatorname{sen} \alpha = -16p^2 + 8$

3. Na figura está representada uma circunferência com centro no ponto O e raio 3. Os diâmetros $[EF]$ e $[GH]$ são perpendiculares.



Considere que o ponto B se desloca sobre o arco FG .

Os pontos A, C e D acompanham o movimento do ponto B , de tal forma que:

- as cordas $[AB]$ e $[CD]$ permanecem paralelas a $[EF]$;
- $[AD]$ e $[BC]$ são sempre diâmetros da circunferência.

Os pontos I e J também acompanham o mesmo movimento, de tal forma que são sempre os pontos de interseção de $[GH]$ com $[AB]$ e $[CD]$, respetivamente.

Para cada posição do ponto B , seja x a amplitude, em radianos, do ângulo FOB $\left(x \in \left[0, \frac{\pi}{2} \right] \right)$.

Mostre que a área da região sombreada é dada, em função x , por $A(x) = 18(x + \operatorname{sen} x \cos x)$

Sugestão: use a decomposição sugerida na figura.

4. Considere a função real de variável real, definida por $f(x) = 1 - 2 \cos \left(3x + \frac{\pi}{6} \right)$. Determine:

- 4.1. O domínio e o contradomínio de f .
 4.2. O período fundamental da função f .

5. Considere a seguinte função racional, real de variável real, definida por $f(x) = -\sqrt{3} + 2 \operatorname{sen} x$

5.1. Calcule o valor exato de $f\left(\frac{4\pi}{3}\right) - f(\pi) + \sqrt{3} \times f\left(\frac{\pi}{6}\right)$

5.2. Determine o domínio e o contradomínio da função f

5.3. Estude a função quanto à paridade.

5.4. Sabendo que $f(\alpha) = 1 - \sqrt{3}$ e que $\alpha \in \left] \frac{\pi}{2}, \pi \right[$, calcule o valor exato de:

$$\tan(3\pi - \alpha) - \operatorname{sen}(\pi - \alpha)$$

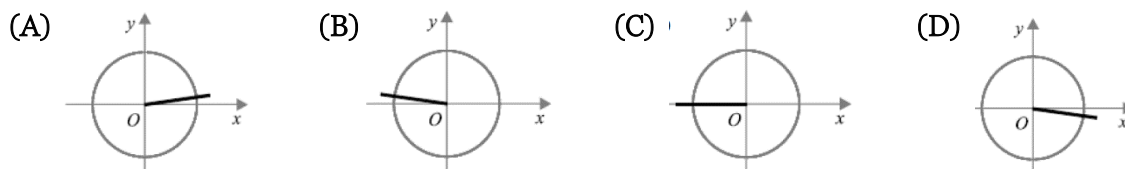
6. Considere a função definida em \mathbb{R} , por $g(x) = \frac{1}{2} - \cos(2x)$
- 6.1. Recorrendo à calculadora para observar o gráfico da função, indique (utilizando, se possível, valores exatos) de:
 - 6.1.1. um intervalo do domínio onde a função seja decrescente e positiva.
 - 6.1.2. um intervalo do domínio em que a função tenha exatamente dois zeros.
 - 6.2. Determine, analiticamente, o contradomínio da função.
 - 6.3. Estude a função quanto à paridade.
 - 6.4. Determine, analiticamente, o período da função.
 - 6.5. Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, resolva o seguinte problema, apresentando o resultado arredondado às centésimas.

«Qual é o número, pertencente ao intervalo $\left] \frac{\pi}{2}, \pi \right[$ cuja imagem é 0,7»

Na resposta deve apresentar o esboço do gráfico, ou gráficos, no qual devem constar todos os elementos relevantes.

7. Em cada uma das figuras seguintes, está representado, no círculo trigonométrico, a traço grosso, o lado extremidade de um ângulo cujo lado origem é o semieixo positivo Ox .

Em qual das figuras esse ângulo pode ter 3 radianos de amplitude?



8. Considere a expressão dada por $A(\alpha) = \frac{\tan^2(\alpha) - 1}{1 + \tan^2 \alpha}$
- 8.1. Mostre que $A(\alpha) = 2 \sin^2(\alpha) - 1$
 - 8.2. Estude a função quanto à paridade
 - 8.3. Determine o valor de $A(\alpha)$ sabendo que $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ e $\alpha \in]\pi, 2\pi[$

9. Num certo rio, existe um ancoradouro para atracagem de barcos. A distância do ancoradouro ao fundo do rio varia com a maré. Admita que, num certo dia, a distância, em metros, do ancoradouro ao fundo do rio, x horas depois das zero horas desse dia, pode ser modelada por uma função do tipo:

$$f(x) = 14 + 6 \operatorname{sen} \left[\frac{\pi(x + 8)}{6} \right]$$

(Considere que o argumento da função seno está expresso em radianos)

Utilizando métodos exclusivamente analíticos, responda às duas alíneas seguintes.

- 9.1. Determine a distância do ancoradouro ao fundo do rio às 10h da noite.
- 9.2. Entre que valores varia a distância do ancoradouro ao fundo do rio ao longo do dia.
- 9.3. **Recorra à calculadora** para determinar graficamente em que instantes a distância do ancoradouro ao fundo do rio foi de 11 metros.

Na resposta deve apresentar o esboço do gráfico, ou gráficos, no qual devem constar todos os elementos relevantes.