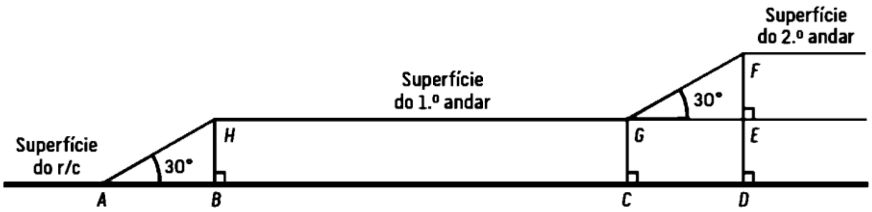
TRIGONOMETRIA – RESOLUÇÃO DE TRIÂNGULOS **RESOLUÇÃO**

1. Considera, em graus, os seguintes Na figura seguinte, apresenta-se o esquema de uma estrutura de três pisos onde serão montadas duas escadas rolantes, uma entre o rés-do-chão e o 1º andar e outra entre o 1º andar e o 2º andar.



A figura não está desenhada à escala.

Sabe-se que:

$\overline{AD} = 23\ m$ $\overline{BC} = 12\ m$ $\overline{AB} = \overline{CD}$ $B\hat{A}G = E\hat{G}F = 30°$

1.1. Determina $\overline{DF}$, ou seja, determina a distância da superfície do rés-do-chão à superfície do 2º andar.

$$\overline{AD} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} \Leftrightarrow \overline{AD} = 2\overline{AB} + \overline{CD} \Leftrightarrow 2\overline{AB} = \overline{AD} - \overline{CD} \Leftrightarrow 2\overline{AB} = 23 - 12 \Leftrightarrow$$

$$\overline{AB}=\overline{CD}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{11}{2}$$

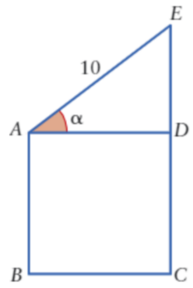
$$\tan 30^o = \frac{\overline{HB}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \overline{HB} = \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{11}{2} \Leftrightarrow \overline{HB} = \frac{11\sqrt{3}}{6}$$

Como $\overline{HB} = \overline{DE} = \overline{EF}$ e $\overline{DF} = \overline{DE} + \overline{EF}$, então $\overline{DF} = 2 \times \frac{11\sqrt{3}}{6} \Leftrightarrow \overline{DF} = \frac{11\sqrt{3}}{3}$

1.2. Determina $\overline{AH}$

$$\cos 30^o = \frac{\frac{11}{2}}{\overline{AH}} \Leftrightarrow \overline{AH} = \frac{\frac{11}{\cancel{2}}}{\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}} \Leftrightarrow \overline{AH} = \frac{11}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \overline{AH} = \frac{11\sqrt{3}}{3}$$

2. Observa a figura ao lado. O ponto D pertence ao segmento de reta $[CE]$ e é tal que o quadrilátero $[ABCD]$ é um quadrado.
α designa a amplitude do ângulo DAE.
Determina a área do trapézio $[ABCE]$, sabendo que o segmento de reta $[AE]$ tem comprimento 10 e que $\sin \alpha = \frac{3}{5}$



$$A_{[ABCE]} = \frac{\overline{CE}+\overline{AB}}{2} \times \overline{AD}$$

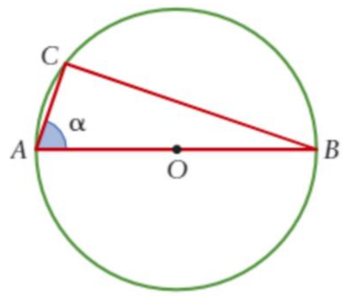
$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{\overline{ED}}{10} \Leftrightarrow \overline{ED} = 10 \times \frac{3}{5} \Leftrightarrow \overline{ED} = 6$$

$$\overline{AD}^2 = \overline{AE}^2 - \overline{ED}^2 \Leftrightarrow \overline{AD}^2 = 100-36 \underset{\overline{AD}>0}{\Leftrightarrow} \overline{AD} = \sqrt{64} \Leftrightarrow \overline{AD} = 8$$

$$\overline{CE} = 8+6 \Leftrightarrow \overline{CE} = 14$$

Assim, $A_{[ABCE]} = \frac{\overline{CE}+\overline{AB}}{2} \times \overline{AD} = \frac{14+8}{2} \times 8 = 88$

3. Na figura ao lado está representada uma circunferência de centro O e raio 6.
Os pontos A e B são extremos de um diâmetro. O ponto C pertence à circunferência.
α designa a amplitude do ângulo BAC.



3.1. Justifica que o ângulo ACB é reto.

A amplitude de um ângulo inscrito numa circunferência é igual a metade da amplitude do arco compreendido entre os seus lados.

$AB = 180^{\circ}$ logo $A\hat{C}B = \frac{AB}{2} = \frac{180^{\circ}}{2} = 90^{\circ}$ c.q.m.

3.2. Determina o perímetro do triângulo $[ABC]$, sabendo que $\cos \alpha = \frac{1}{3}$.

$$\cos \alpha = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \frac{1}{3} = \frac{\overline{AC}}{12} \Leftrightarrow \overline{AC} = 4$$

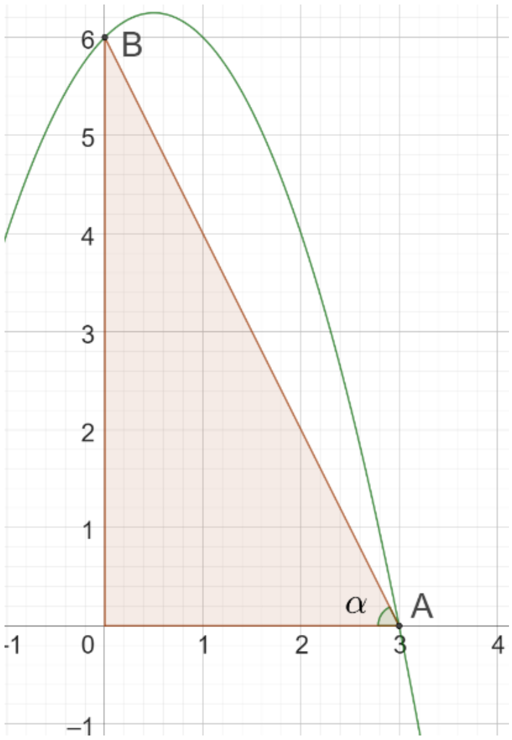
$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{AC}^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 12^2 - 4^2 \underset{\overline{BC}>0}{\Leftrightarrow} \overline{BC} = \sqrt{128} \Leftrightarrow \overline{BC} = 8\sqrt{2}$$

$$P_{[ABC]} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = 12+4+8\sqrt{2} = 16+8\sqrt{2}$$

4. Seja f a função, de domínio $[0,+\infty[$, definida por $f(x) = -x^2 + x + 6$.

Sejam A e B os pontos de interseção do gráfico de f com os semieixos positivos Ox e Oy, respetivamente. Seja O a origem do referencial e seja α a amplitude do ângulo OAB.

Determina os valores de $\sin\alpha$, $\cos\alpha$ e $\tan\alpha$.



O ponto A é do tipo $(x,0)$

$$f(x)=0 \Leftrightarrow -x^2+x+6=0 \Leftrightarrow x=-2 \vee x=3 \underset{x>0}{\Leftrightarrow} x=3$$

O ponto B é do tipo $(0,y)$

$$f(0)=6$$

$$\overline{AB}^2=\overline{OA}^2+\overline{OB}^2 \Leftrightarrow \overline{AB}^2=3^2+6^2 \underset{\overline{AB}>0}{\Leftrightarrow} \overline{AB}=\sqrt{45} \Leftrightarrow \overline{AB}=3\sqrt{5}$$

$$\operatorname{sen}\alpha=\frac{\overline{OB}}{\overline{AB}}=\frac{6}{3\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\cos\alpha=\frac{\overline{OA}}{\overline{AB}}=\frac{3}{3\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\tan\alpha=\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}=\frac{\frac{2\cancel{\sqrt{5}}}{\cancel{5}}}{\frac{\cancel{\sqrt{5}}}{\cancel{5}}}=2$$

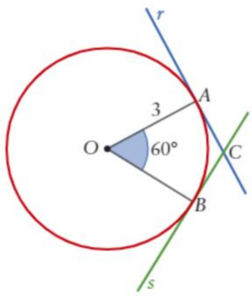
5. Na figura ao lado está representada uma circunferência de centro O e raio 3.

Os pontos A e B pertencem à circunferência.

O ângulo AOB tem 60º de amplitude.

As retas r e s são tangentes à circunferência nos pontos A e B, respetivamente, e intersetam-se no ponto C.

Determina a área do quadrilátero $[OACB]$.



Como as retas r e s são tangentes à circunferência então os ângulos OAC e OBC são retos.

O segmento de reta $[OC]$ decompõe o quadrilátero $[OACB]$ em dois triângulos $[OAC]$ e $[OBC]$ geometricamente iguais, logo $A_{[OACB]}=2\times A_{[OAC]}$ e o ângulo AOC é igual a metade da amplitude do ângulo OAB, isto é, tem 30º de amplitude.

$$\text{Assim, } \tan 30^\circ=\frac{\overline{AC}}{\overline{OA}} \Leftrightarrow \overline{AC}=\frac{\sqrt{3}}{3}\times 3 \Leftrightarrow \overline{AC}=\sqrt{3}$$

$$\text{Portanto, } A_{[OACB]}=2\times A_{[OAC]}=2\times\frac{3\times\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$$