



1. Prova, por definição de limite, as afirmações seguintes.

1.1 $\lim(n - 2) = +\infty$

1.2 $\lim \frac{2}{n+2} = 0$

1.3 $\lim(5 - n) = -\infty$

1.4 $\lim \frac{6n+1}{2n+2} = 3$

2. Determina os limites seguintes.

2.1 $\lim \left(\frac{1}{2} + n\right)$

2.2 $\lim \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - 4\right)$

2.3 $\lim \frac{1}{n+5}$

2.4 $\lim \left(-\frac{1}{2\sqrt{n}}\right)$

2.5 $\lim \left(\frac{2}{n+2}\right)$

2.6 $\lim \frac{2n-3}{n+5}$

3. Considera que as sucessões u_n e v_n definidas pelos termos gerais:

$$u_n = \frac{2n-7}{n} \text{ e } v_n = \frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}$$

3.1 Mostra que a sucessão u_n é limitada, indicando um majorante e um minorante.

3.2 Calcula o limite da sucessão v_n .

3.3 Qual é o valor de $\lim \frac{2n-7}{n\sqrt[3]{n^2}}$? Justifica a tua resposta.

3.4 Determina o limite da sucessão definida por $u_n + v_n = \frac{2n-7}{n} + \frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}$.

4. Determina o limite da sucessão de termo geral $u_n = \frac{n-2\sqrt{n}}{4n}$

5. Considera as sucessões u_n e v_n tais que a primeira é limitada e a segunda está definida pelo termo geral $v_n = \frac{1}{5n-8}$. Indica o valor de $\lim (u_n \times v_n)$ e justifica a tua resposta.

6. Determina:

6.1 $\lim \frac{10}{\sqrt{n}}$

6.2 $\lim \left(-\frac{3}{7\sqrt{n}}\right)$

6.3 $\lim \frac{3}{5n+1}$

6.4 $\lim \left(\frac{2n}{3n-2}\right)^{-2}$

6.5 $\lim n^7$

6.6 $\lim \sqrt{3n-5}$

6.7 $\lim \sqrt{9 - \frac{1}{n}}$

6.8 $\lim \frac{1}{\sqrt{4 - \frac{3}{n}}}$

7. Considera as sucessões de termos gerais $u_n = \frac{1}{2n^2}$ e $v_n = \frac{n+1}{n+2}$.

7.1 Determina $\lim u_n$ e $\lim v_n$.

7.2 O que podes concluir sobre o limite da sucessão de termo geral $w_n = \frac{n+2}{(n+1)2n^2}$?

Justifica a tua resposta.

8. Considera as sucessões de termos gerais $u_n = \frac{4n+1}{n}$ e $v_n = \frac{n^2+3}{n^2}$.

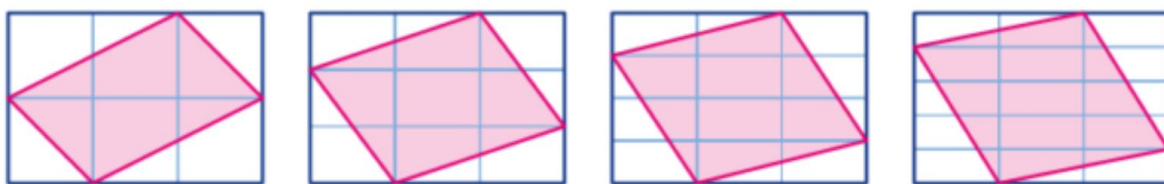
8.1 Determina $\lim u_n$ e $\lim v_n$.

8.2 Determina o termo geral da sucessão $(u_n + v_n)$.

8.3 Determina $\lim (u_n + v_n)$ por dois processos diferentes.

9. Uma sucessão de figuras, das quais se apresentam as quatro primeiras, foi construída tendo como base um retângulo com 1 dm^2 .

Seja a_n a sucessão das áreas, em dm^2 , dos paralelogramos coloridos.



9.1 Mostra que os primeiros termos da sucessão são: $\frac{3}{6}, \frac{5}{9}, \frac{7}{12}, \frac{9}{15}, \dots$

9.2 Determina o termo geral da sucessão.

9.3 Prova que a sucessão é monótona crescente.

9.4 Justifica a seguinte afirmação:

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad \frac{1}{2} \leq a_n < \frac{2}{3}$$

9.5 Prova, aplicando a definição, que a_n converge para $\frac{2}{3}$.

9.6 Determina $\lim (3a_n)$ e $\lim (a_n^2)$

10. Considera as sucessões de termos gerais $u_n = -n^2$ e $v_n = \frac{n+2}{2n}$. Determina:

10.1 $\lim u_n$ e $\lim v_n$

10.2 $\lim (u_n \cdot v_n)$

10.3 $\lim (u_n + v_n)$

10.4 $\lim u_n^2$

16. Considera as sucessões de termos gerais, $u_n = n^2 + 4n$, $v_n = 5 - 4n$, $w_n = -n^3 + 1$ e $z_n = 2 - 3n^2$.

16.1 Justifica que $\lim u_n = +\infty$ e que:

a) $\lim v_n = -\infty$ e $\lim \frac{u_n}{v_n} = -\infty$

b) $\lim w_n = -\infty$ e $\lim \frac{u_n}{w_n} = 0$

c) $\lim z_n = -\infty$ e $\lim \frac{u_n}{z_n} = -\frac{1}{3}$

17.2 Considera as sucessões de termos gerais $a_n = \frac{1}{u_n}$, $b_n = \frac{1}{v_n}$ e $c_n = \frac{1}{z_n}$.

a) Mostra que $\lim a_n = \lim b_n = \lim c_n = 0$.

b) Calcula $\lim \frac{a_n}{b_n}$ e $\lim \frac{c_n}{a_n}$.

17. Calcula os seguintes limites:

17.1 $\lim \frac{n^3 - n^2}{3n^4 - 1}$

17.2 $\lim \frac{n^2 - 4}{n + 4}$

17.3 $\lim \frac{n}{\sqrt{n}}$

17.4 $\lim \frac{n^3 - 1}{n - 1}$

17.4 $\lim \frac{2n + 1}{4n^2 - 1}$

17.5 $\lim (\sqrt{4n + 3} - 2\sqrt{n})$

18. Considera as sucessões de termos gerais, $u_n = n^2 + 2n + 1$, $v_n = 2 + 4n$, $w_n = -3n^3 + 1$ e $z_n = 1 - n^2$

Determina:

18.1 $\lim u_n$, $\lim v_n$, $\lim w_n$ e $\lim z_n$

18.2 $\lim \frac{u_n}{z_n}$

18.3 $\lim \frac{u_n}{v_n}$

18.4 $\lim \frac{v_n}{w_n}$

18.5 $\lim \frac{w_n}{z_n}$

19. Calcula, caso existam, os limites das seguintes sucessões:

19.1 $u_n = (-1)^n \cdot \frac{n}{n^2 + 3}$

19.2 $u_n = \begin{cases} \frac{2n+3}{n} & \text{se } n \text{ é par} \\ \frac{2n^2+n}{n^2} & \text{se } n \text{ é ímpar} \end{cases}$

19.3 $u_n = \begin{cases} -1 & \text{se } n \text{ é par} \\ \frac{3n^3+1}{3n^3} & \text{se } n \text{ é ímpar} \end{cases}$

19.4 $u_n = \begin{cases} \frac{n-1}{n^3+2} & \text{se } n \text{ é par} \\ \frac{n^4+1}{2+n^3} & \text{se } n \text{ é ímpar} \end{cases}$

20. Determina:

20.1 $\lim (3 + 2n^2 + 5n^4)$

20.2 $\lim (7n^2 - n^4)$

20.3 $\lim \left(\frac{3}{2}n^2 - \frac{1}{2}n \right)$

20.4 $\lim (n^2 - \sqrt{2})$

20.5 $\lim \frac{n^2-3}{(n-\sqrt{3})(n+\sqrt{3})}$

20.6 $\lim \frac{-n^4+n^5}{n^3-5}$

20.7 $\lim \frac{\frac{1}{2}n^2+5n^3}{\frac{3}{4}n^3-5}$

20.8 $\lim \left(\frac{1}{\frac{1}{2}n^2+5n} (n-1)(-n-2) \right)$

21. Determina $\lim \left(\frac{2^{n+1}}{n\sqrt{5}} - \frac{2^{n+2}}{3^{n+2}} \right)$

22. Considera as sucessões de termos gerais, $u_n = 2^{n+1}$, $v_n = 8^n$, $w_n = n^{+1}\sqrt{2}$ e $z_n = \frac{1}{n^3}$.

Determina:

22.1 $\lim u_n$, $\lim v_n$, $\lim w_n$ e $\lim z_n$

22.2 $\lim \frac{u_n}{v_n}$

22.3 $\lim \frac{1}{w_n}$

22.4 $\lim \frac{1}{z_n}$

22.5 $\lim (z_n - w_n)$

23. Determina, caso existam, os limites das sucessões de termo geral:

23.1 $u_n = (-1)^n \cdot \frac{1}{4\sqrt{n}}$

23.2 $u_n = \begin{cases} \frac{3}{\sqrt{n+1}} & \text{se } n \text{ é ímpar} \\ 2 - \frac{1}{\sqrt{n}} & \text{se } n \text{ é par} \end{cases}$

24. Determina:

24.1 $\lim \sqrt{\frac{n^2+3}{4n^2+1}}$

24.2 $\lim \frac{2^n}{4^{n+1}}$

24.3 $\lim \frac{6^n}{4^{n+1}}$

24.4 $\lim \frac{2^n}{1+5^{n+1}}$

24.5 $\lim \frac{2^n+3}{4^n+8}$

24.6 $\lim \frac{3^{n+1}+7}{3^n-1}$

24.7 $\lim \frac{2^n-3^n}{6^n}$

24.8 $\lim \frac{2^{n+1}+3^n}{2^n+5^{n+1}}$