



SUCESSÕES – GLOBAL

1. Considera a sucessão u_n em que se sabe os cinco primeiros termos:

$$3, 10, 17, 24, 31, \dots$$

Sabendo que se mantém a lei de formação, qual é o valor de u_{20} ?

- (A) 129 (B) 136 (C) 139 (D) 143

2. Considera as sucessões a_n, b_n, c_n, d_n definidas, respetivamente, por:

$$a_n = \frac{n-3}{2n-9} ; b_n = n^2 - 5n + 5 ; c_n = \frac{(-1)^n}{2n-3} ; d_n = -4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

2.1 Indica qual das sucessões não tem -1 como termo.

- (A) a_n (B) b_n (C) c_n (D) d_n

2.2 Qual das sucessões é monótona?

- (A) a_n (B) b_n (C) c_n (D) d_n

3. Seja x_n a sucessão em que se sabe que:

$$\forall n \in \mathbb{N}, x_{n+1} - x_n = (-1)^n$$

O termo geral da sucessão pode ser dado por:

- (A) $n + 1$ (B) $-n + 2$ (C) $\frac{(-1)^{n+1}}{2} + 1$ (D) $\frac{(-1)^n}{2} + 2$

4. Considera a sucessão definida por:

$$v_n = \begin{cases} 3n + 1 & \text{se } n \text{ é ímpar} \\ 3n - 2 & \text{se } n \text{ é par} \end{cases}$$

Indica qual das seguintes afirmações é verdadeira.

- (A) v_n é monótona e limitada
(B) v_n é monótona e não limitada
(C) v_n é limitada e não monótona
(D) v_n é não monótona e não limitada

5. A pilha de cartas ao lado tem três andares.

Indica o número de cartas da base de uma pilha e o número total de cartas utilizado na construção da pilha, supondo que tem 6 andares e se mantém o mesmo processo de empilhamento, respetivamente:



- (A) 12 e 60 (B) 12 e 57
(C) 18 e 63 (D) 15 e 45

6. Numa ilha isolada do Pacífico Sul, foi efetuado o registo parcial das distâncias percorridas por uma tartaruga.

Verificou-se que esta percorreu 40 m no 1º dia de registo e a cada dia percorria mais cinco metros do que no dia anterior.

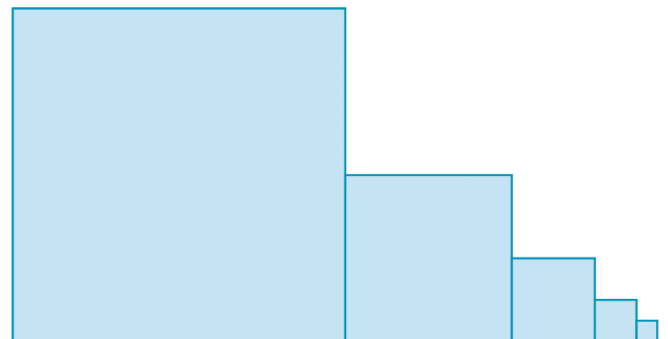
Ficou igualmente registado que a tartaruga percorreu 13 km durante todo o tempo da experiência.



Quantos dias decorreram entre o 1º dia e último dia de registo?

- (A) 55 (B) 60 (C) 65 (D) 70

7. Seja v_n a sucessão das áreas dos quadrados representados na figura. O primeiro quadrado tem lado 3 e o lado de cada quadrado seguinte é metade do lado do quadrado anterior.



8.1 O termo geral da sucessão é:

- (A) $\frac{9}{2n}$ (B) $\frac{4}{n}$
(C) $\frac{9}{2^{2n-2}}$ (D) $\frac{9}{2^{n-2}}$

8.2 A soma das áreas dos dez primeiros quadrados é:

- (A) $\frac{9}{4^9}$ (B) $6 - \frac{3}{2^9}$ (C) $12 - \frac{3}{4^9}$ (D) $18 - \frac{9}{2^9}$

8. Considera as sucessões a_n e b_n definidas, respetivamente, por:

$$a_n = \frac{2n + 1}{1 - 2n} \text{ e } b_n = \frac{n - 2}{n + 2}$$

Sabendo que $A = \lim a_n$ e $B = \lim b_n$, tem-se que:

- (A) $A = 2B$ (B) $A = B$ (C) $A = -B$ (D) $A = B + 1$

9. O valor de $\lim_n \frac{\cos n}{n^2}$ é
- (A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) $+\infty$
10. Dada uma sucessão, em que $\lim_n (u_n) = +\infty$, indica qual seguintes afirmações é necessariamente verdadeira.
- (A) u_n é monótona
- (B) u_n é limitada inferiormente
- (C) u_n é limitada superiormente
- (D) u_n tem todos os termos positivos
11. Considera a sucessão de termo geral $u_n = \frac{3n-1}{n+2}$
- 11.1 Verifica se 2,8 é termo da sucessão.
- 11.2 Mostra que u_n é monótona.
- 11.3 Mostra que u_n é limitada e indica um minorante e um majorante do conjunto dos seus termos.
- 11.4 Justifica que u_n é convergente.
- 11.5 Mostra, recorrendo à definição de sucessão convergente, que $\lim_n u_n = 3$.
12. Um auditório tem 14 cadeiras na primeira fila, 18 na segunda e 22 na terceira, e assim sucessivamente.
- 12.1 Calcula o número de cadeiras na décima segunda fila.
- 12.2 O auditório tem 15 filas. Determina a sua lotação máxima.



13. Calcula a soma dos 25 primeiros termos de uma progressão aritmética, sabendo que $w_2 + w_4 = 28$ e $w_5 + w_7 = 52$.

14. Um carpinteiro pretende construir uma estante de livros como a representada na figura.

Os comprimentos das prateleiras são decrescentes e estão em progressão aritmética.

A primeira prateleira mede 1 metro e a última mede 60 centímetros.

Determina o número de prateleiras da estante sabendo que o carpinteiro gastou exatamente 5,6 m lineares de madeira nas prateleiras.

15. Prova que a soma de duas progressões aritméticas é ainda uma progressão aritmética de razão igual à soma das razões das progressões iniciais.

16. O número de sócios de um clube de ténis, fundado em 2001, pode ser modelado por uma progressão geométrica.

Devido a um problema informático que registava o número de sócios, perderam-se os registos relativos aos anos iniciais do clube.

No entanto, sabe-se o número de sócios relativamente aos anos de 2013, 2014 e 2015, os quais constam na tabela ao lado.

Ano	N.º de sócios
2013	500
2014	600
2015	720

16.1 Determina qual o valor da razão progressão geométrica que determina o número de sócios existentes em cada ano e conclui que o número de sócios aumenta 20% a cada ano que passa.

16.2 Determina:

- a) Quantos sócios fundaram o clube.
- b) Qual é o número de sócios previstos para o ano de 2025.

17. Os três primeiros termos de uma progressão geométrica são dados para um determinado valor de x , respetivamente, por $x - 2$, $x + 1$ e $x + 7$.

Determina o termo geral da sucessão.

18. Seja u_n uma sucessão monótona crescente e de termos todos positivos.

Considera a sucessão v_n definida por $v_n = \frac{1}{u_n}$.

18.1 Justifique que v_n é convergente

18.2 Sabendo que $\lim u_n = 2$, determina o valor de:

- a) $\lim v_n$
- b) $\lim [v_n \times (v_n - 2)]$
- c) $\lim \frac{1}{u_n - 2}$

19. Considera as sucessões:

$$u_n = \frac{2n - 1}{1 + n} ; v_n = 2n^3 - 10 ; w_n = \frac{4}{3n^3 - 2} \text{ e } x_n = 4 - \sqrt{n + 3}$$

19.1 Prova, utilizando a definição de limite, que:

- a) $u_n \rightarrow 2$
- b) $v_n \rightarrow +\infty$
- c) $w_n \rightarrow 0$
- d) $x_n \rightarrow -\infty$

19.2 Determine a ordem p a partir da qual se tem:

- a) $|u_n - 2| < 0,01$
- b) $w_n \in V_{0,1}(0)$

19.3. Calcule:

a) $\lim(u_n w_n)$ b) $\lim(v_n w_n)$ c) $\lim \frac{x_n}{\sqrt{n}}$

20. Considera a sucessão definida por:

$$a_n = 5 - \frac{1 - 4n}{2}$$

20.1 Mostra que a_n é uma progressão aritmética e indica a razão.

20.2 A sucessão é limitada? Justifica a tua resposta.

20.3 Prova, usando a definição de limite, que $a_n \mapsto +\infty$.

20.4 Calcula o valor de $a_{20} + a_{21} + \dots + a_{30}$.

20.5 Determina:

a) $\lim(a_n)^2$ b) $\lim \frac{a_{2n} - a_n}{n}$

21. Considera a sucessão:

$$b_n = (-1)^n - n$$

21.1 Justifica que a sucessão não é monótona.

21.2 Prova, utilizando a definição de limite, que $b_n \rightarrow -\infty$

21.3 Calcula:

b) $\lim (b_n)^2$ b) $\lim \frac{b_{n+1}}{b_n}$

22. Calcula o limite das sucessões cujo termo geral se indica, identificando as indeterminações encontradas:

a) $a_n = \frac{3n-1}{1-2n}$ b) $b_n = \frac{n^2+2}{3+n}$ c) $c_n = \frac{n^3+2n}{n^2+n+1}$

d) $d_n = \sqrt{\frac{4n+1}{n+1}}$ e) $e_n = \frac{1-4n}{\sqrt{n^2+5}}$ f) $f_n = \frac{n+3}{\sqrt{n}+\sqrt{n^2+1}}$ g) $g_n = \sqrt{n^2+2} - n$

h) $h_n = \frac{3^n-4}{1-3^{n+1}}$ i) $i_n = 3^{n-4} \times 2^{2n}$ j) $j_n = \frac{n - \text{sen } n}{n^2+2}$ k) $k_n = 4^{-n}(3^n - 2)$

l) $l_n = \frac{\frac{2}{n} + \frac{\cos n}{n^2}}{\frac{2}{n^2} - \frac{3}{n}}$

23. Considera a sucessão cujos primeiros termos são:

$$2, 20, 200, \dots$$

23.1 Escreve o termos geral da sucessão, admitindo que se trata de uma progressão geométrica.

23.2 Justifica que $u_n \rightarrow +\infty$

23.3 Determina a soma: $20\ 000 + 200\ 000 + \dots + 20\ 000\ 000\ 000$

24. Em janeiro de 2020 o Frederico decidiu começar uma poupança, depositando no banco 1000 euros. No mês seguinte pôs menos 10% do que tinha posto no mês anterior e assim sucessivamente.

24.1 Justifica que o dinheiro que o André deposita no banco, em cada mês é dado pela sucessão definida por

$$b_n = \begin{cases} b_1 = 1000 \\ b_{n+1} = 0,9 \cdot b_n \end{cases}, \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

24.2 Determina um termo geral da sucessão e indica o dinheiro que foi colocado no banco em março de 2022.

24.3 Para $p \in \mathbb{N}$, determina uma expressão algébrica para a soma S_p dos p primeiros termos desta sucessão.

24.4 Determina $\lim s_n$ e interpreta o valor obtido no contexto da situação apresentada.

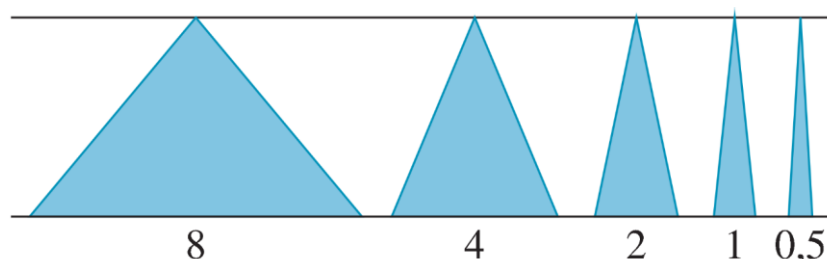
25. A soma S_n dos n primeiros termos da sucessão v_n é dada por $S_n = 2n^2$, $\forall n \in \mathbb{N}$

25.1 Justifica que v_n é uma progressão aritmética de razão 4.

25.2 Determina o termo geral.

25.3 Calcula $\lim \frac{S_n}{(v_n)^2}$

26. Considera a sucessão de triângulos isósceles, de altura h , em que a base do primeiro triângulo mede 8, a do segundo mede 4, a do terceiro mede 2, e assim sucessivamente.



26.1 Prova que a sucessão das áreas dos triângulos tem de termo geral $a_n = h \cdot 2^{3-n}$

26.2 Determina h se $a_8 = \frac{13}{80}$.

26.3 Sabendo que $h = 16$, determina a soma de todas as áreas dos triângulos, ou seja, $\lim S_n$, em que S_n é a soma das áreas dos n primeiros triângulos.