Escola Múltipla

1. Considera o intervalo $A = [2\,,10[$. O conjunto dos minorantes e o conjunto dos majorantes de A são, respetivamente:

(A) $]-\infty\,,2]$ e $[9\,,+\infty[$

(B) $]-\infty\,,2]$ e $\{10\}$

(C) $]-\infty\,,2]$ e $[10\,,+\infty[$

(D) $]-\infty\,,2]$ e $]10\,,+\infty[$

2. Seja $A = \{x \in \mathbb{R}: |x| \leq 2\}$. Pode afirmar-se que:

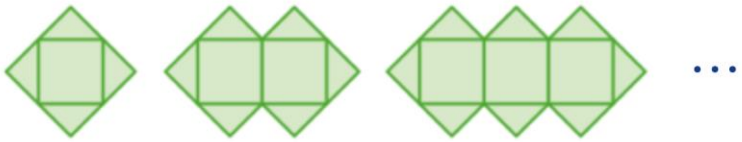
(A) o mínimo de A é –2 e A não tem máximo.

(B) A não tem mínimo e o máximo de A é 2.

(C) A não tem mínimo nem máximo.

(D) o mínimo de A é – 2 e o máximo de A é 2.

3. Considera a sequência de figuras, da qual se apresentam as três primeiras.



Quantos triângulos terá a 10ª figura da sequência, considerando a lei de formação sugerida?

(A) 40 **(B)** 22 **(C)** 20 **(D)** 32

4. Seja (a_n) uma sucessão crescente, tal que $a_4 = 0$. O valor de $a_3 \times a_5$ pode ser:

(A) 4 **(B)** – 4 **(C)** 0 **(D)** 1

5. O termo geral da sucessão 0 , 7 , 26 , 63 , 124 , 215 , … pode ser:

(A) $7n + 1$ **(B)** $n^2 + 6$ **(C)** $2n - 2$ **(D)** $n^3 - 1$

eduardo.pinhao@matematicaparatodos.pt

6. A sucessão de termo geral $(-1)^n + n$ é:

(A) crescente **(B)** decrescente **(C)** não monótona **(D)** crescente em sentido lato

7. Considera a sucessão de termo geral $a_n = \frac{5n-1}{n}$

De entre as afirmações seguintes escolhe a correta.

(A) A sucessão (a_n) é crescente e limitada.

(B) A sucessão (a_n) é decrescente e é não limitada.

(C) A sucessão (a_n) é decrescente e limitada.

(D) A sucessão (a_n) é crescente e é não limitada.

8. Considera a sucessão (u_n) de termo geral $u_n = \frac{n-3}{1+n}$. Pode afirmar-se que:

(A) a sucessão (u_n) tem todos os termos positivos.

(B) a sucessão (u_n) é decrescente.

(C) – 1 é minorante da sucessão (u_n).

(D) o centésimo termo é igual a 97.

Resposta Aberta

9. Considera a sucessão (u_n) cujo termo geral é $u_n = -n^2 + 8n$

9.1 Calcula os cinco primeiros termos da sucessão (u_n).

9.2 Verifica se – 20 é termo da sucessão.

9.3 Determina a ordem a partir da qual os termos de (u_n) são negativos.

9.4 A sucessão (u_n) é monótona? Justifica.

10. Considera a sucessão (v_n) de termo geral $v_n = \frac{n+5}{2n}$.

10.1 Calcula os quatro primeiros termos da sucessão (v_n) .

10.2 Determina a ordem a partir da qual os termos são inferiores a $\frac{3}{4}$.

10.3 Determina o termo de ordem 20 da sucessão (v_n) .

10.4 A sucessão (v_n) é limitada? Justifica.

11. Considera a sucessão de termo geral $u_n = \frac{2n-5}{n+2}$.

11.1 Determina o termo de ordem 10 e o termo de ordem 20.

11.2 Mostra que a sucessão é monótona.

11.3 Mostra que a sucessão é limitada.

12. Considera a sucessão de termo geral $u_n = \frac{5n+5}{3n}$.

12.1 Determina u_1 .

12.2 Determina $u_{n+1} - u_n$.

12.3 O que podes concluir acerca da monotonia da sucessão (u_n) ?

12.4 Determina o termo de ordem 3 da sucessão (u_n).

12.5 A sucessão é limitada? Justifica.

13. Uma sucessão (a_n) satisfaz a seguinte condição:

$$a_{n+1} - a_n = -n^2 + 11n - 30 \, , \forall n \in \mathbb{N}$$

13.1 O que podes concluir acerca da sai monotonia? Justifica.

13.2 Sabe-se que a sucessão (a_n) tem três termos consecutivos iguais. Determina a ordem desses termos.

14. Sabe-se acerca de uma sucessão (v_n), que $\forall\, n \in \mathbb{N}\,,\, v_{n+1} - v_n = \frac{5}{(2n+11)(2n+3)}$.

14.1 O que podes concluir acerca da monotonia da sucessão?

14.2 Indica o valor da afirmação: «v_6 é um dos minorantes da sucessão».

15. Considera a sucessão de termo geral $u_n = \frac{n+1}{1-2n}$.

Mostra que existe um número real positivo L, tal que $\forall\, n \in \mathbb{N}\,,\, |u_n| \leq L$.

16. Estuda, quanto à monotonia, cada uma das sucessões de termo geral:

16.1 $a_n = \frac{1}{n+3}$

16.2 $b_n = 1 + |n - 5|$

16.3 $c_n = \begin{cases} \frac{1+2n}{2n+6} & \text{se} \quad n \text{ é par} \\ n+1 & \text{se} \quad n \text{ é ímpar} \end{cases}$

17. Mostra que as sucessões (u_n) e (v_n) de termos gerais, respetivamente,

$$u_n = \begin{cases} -\frac{1}{n} & \text{se } n > 5 \\ 3 & \text{se } n \leq 5 \end{cases} \quad \text{e} \quad v_n = \begin{cases} \frac{n-1}{n} & \text{se} \quad n \text{ é ímpar} \\ 2 + \frac{1}{n} & \text{se} \quad n \text{ é par} \end{cases}$$

são limitadas.

18. Considera a sucessão (u_n) definida pelo seu termo geral, $u_n = \frac{2n-1}{n+3}$.

18.1 Estuda a sucessão quanto à monotonia.

18.2 Mostra que a sucessão é limitada.

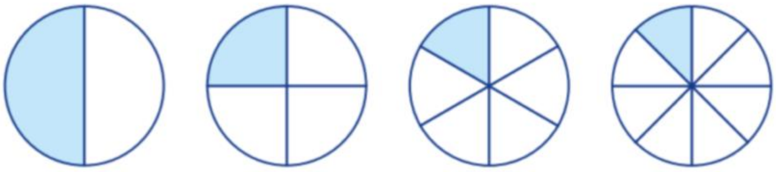
19. Considera as sucessões (u_n) e (v_n) definidas da seguinte forma:

$$u_n = n^2 + 7n - 60 \quad \text{e} \quad v_n = \frac{1}{n+12}$$

19.1 Indica os termos da sucessão (u_n) que verificam a condição $u_n < 0$.

19.2 Estuda a sucessão $(u_n \times v_v)$ quanto à monotonia.

20. Considera uma sequência de figuras, obtida por decomposições sucessivas de um círculo, da qual se representam as quatro primeiras.



20.1 Seja (a_n) a sucessão do número de setores circulares em que fica dividido cada um dos círculos.

20.1.1 Escreve os seis primeiros termos da sucessão.

20.1.2 Indica o termo geral da sucessão (a_n).

20.1.3 Prova que a sucessão (a_n) é crescente.

20.2 Relativamente aos círculos representados em cada figura, sabe-se que:

- a área de cada círculo é igual a 1 ;
- cada círculo está decomposto em regiões com a mesma área.

Seja (u_n) a sucessão das áreas coloridas na sucessão anterior.

20.2.1 Escreve os seis primeiros termos da sucessão (u_n) .

20.2.2 Indica o termo geral das sucessão (u_n) .

20.2.3 Determina o termo de ordem 10 da sucessão (u_n) .

20.2.4 Poderá o termo $\frac{1}{13}$ ser um termo desta sucessão? Justifica.

20.2.5 A sucessão (u_n) é monótona? Justifica.

Soluções

1. C **2.** D **3.** B **4.** B **5.** D **6.** C **7.** A **8.** C

9.1 $u_1 = 7$; $u_2 = 12$; $u_3 = 15$; $u_4 = 16$; $u_5 = 15$ **9.2** Sim, termo de ordem 10 **9.3** $n = 9$

9.4 A sucessão é não monótona, pois $u_3 < u_4$ mas $u_4 > u_5$

10.1 $v_1 = 3$; $v_2 = \frac{7}{4}$; $v_3 = \frac{4}{3}$; $v_4 = \frac{9}{8}$ **10.2** $n = 11$ **10.3** $v_{20} = \frac{5}{8}$ **10.4** (v_n) é limitada, pois $0 < v_n < 3, \forall \in \mathbb{N}$

11.1 $u_{10} = \frac{5}{4}$ e $u_{20} = \frac{35}{22}$

12.1 $u_1 = \frac{10}{3}$ **12.2** $u_{n+1} - u_n = -\frac{5}{3n(n+1)}$ **12.3** (u_n) é decrescente **12.4** $u_3 = \frac{20}{9}$

12.5 Sim, porque $\forall \in \mathbb{N}, \frac{5}{3} < u_n < \frac{10}{3}$

13.1 A sucessão é decrescente em sentido lato pois, $\forall \in \mathbb{N}, a_{n+1} \leq a_n$ **13.2** Ordens 5 , 6 e 7

14.1 A sucessão é crescente pois $\forall \in \mathbb{N}, v_{n+1} - v_n > 0$

14.2 Falsa, pois sendo a sucessão crescente, o conjunto dos minorantes é $]-\infty, v_1]$, em que v_1 é o primeiro termo da sucessão

16.1 (a_n) é decrescente pois $\forall \in \mathbb{N}, a_{n+1} - a_n < 0$ **16.2** (b_n) é não monótona pois $b_4 > b_5$ mas $b_5 < b_6$

16.3 (c_n) é não monótona pois $c_1 > c_2$ mas $c_2 < c_3$

17. $-\frac{1}{6} \leq u_n \leq 3, \forall \in \mathbb{N}$; $0 \leq v_n \leq 3, \forall \in \mathbb{N}$

18.1 (u_n) é crescente **18.2** $\frac{1}{4} \leq u_n < 2, \forall \in \mathbb{N}$

19.1 1º, 2º, 3º e 4º termos **19.2** $(u_n \times v_n)$ é crescente

20.1.1 2 , 4 , 6 , 8 , 10 , 12 **20.1.2** $a_n = 2n$

20.2.1 $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{10}$; $\frac{1}{12}$ **20.2.2** $u_n = \frac{1}{2n}$ **20.2.3** $u_{10} = \frac{1}{20}$

20.2.4 $\frac{1}{13}$ não é termo da sucessão, porque a sucessão só admite termos com denominador par.

20.2.5 Sim, (u_n) é decrescente porque $u_{n+1} - u_n < 0$, $\forall \in \mathbb{N}$