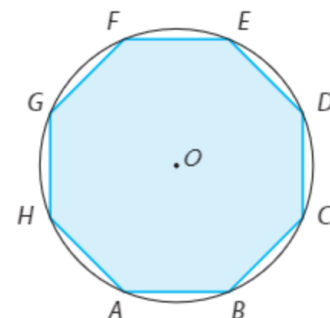




Geometria Analítica – Produto escalar de vetores 3

1. Na figura encontra-se representado um octógono regular  $[ABCDEFGHG]$ , de lado 2, inscrito numa circunferência de centro  $O$ .

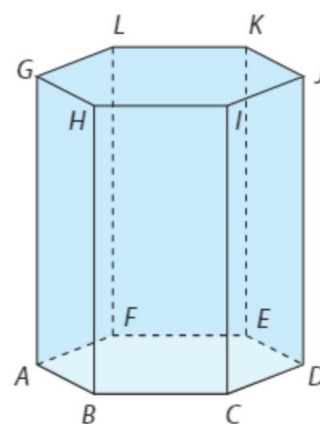


Calcula:

- a)  $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{BF}$                       b)  $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{CD}$   
 c)  $\overrightarrow{AH} \times \overrightarrow{ED}$                       d)  $\overrightarrow{GH} \times \overrightarrow{BC}$

2. A figura representa um prisma hexagonal regular  $[ABCDEFGHijkl]$ .

Sabe-se que  $\overline{AB} = 2$  e  $\overline{AG} = 5$ .



Calcula:

- a)  $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{LI}$                       b)  $\overrightarrow{AF} \times \overrightarrow{EK}$   
 c)  $\overrightarrow{BE} \times \overrightarrow{JG}$                       d)  $\overrightarrow{HI} \times \overrightarrow{CF}$   
 d)  $\overrightarrow{GJ} \times \overrightarrow{LE}$                       e)  $\overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{EL}$

3. Determina a amplitude, em graus, com aproximação às décimas, do ângulo entre as retas  $r$  e  $s$ , sabendo que:

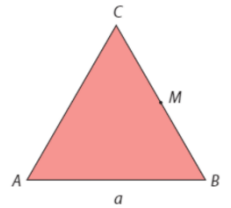
- a)  $r: y = \frac{1}{2}x + 2$  e  $s: 2y - 3x + 4 = 0$   
 b)  $r: (x, y) = (1, 2) + k(2, -1), k \in \mathbb{R}$  e  $s: (x, y) = (1, 2) + k(-3, 1), k \in \mathbb{R}$   
 c)  $r: (x, y) = (1, 2) + k(-1, 2), k \in \mathbb{R}$  e  $s: x = 1$   
 d)  $r: (x, y) = (1, -2) + k(-2, 3), k \in \mathbb{R}$  e  $s: x - y = 1$

4. Considera os vetores  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$  tais que  $\|\vec{u}\| = 5$ ,  $\|\vec{v}\| = 6$ ,  $\vec{u} \times \vec{v} = -2$  e  $\vec{u} \perp \vec{v}$ . Calcula:

- a)  $\vec{u} \times (\vec{v} + \vec{w})$                       b)  $(\vec{u} - \vec{v}) \times (\vec{u} + \vec{v})$   
 c)  $-\vec{v} \times (2\vec{v} - \vec{u})$                       c)  $(\vec{u} + \vec{v}) \times (\vec{v} - \vec{w}) + \vec{v} \times \vec{w}$

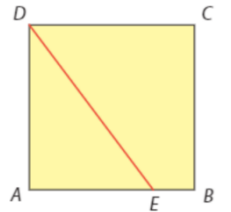
5. Considera os vetores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  tais que  $\vec{u}(\sqrt{2}, -1)$ ,  $\|\vec{v}\| = 6$  e  $(\vec{u} \wedge \vec{v}) = \frac{\pi}{6}$ . Determina:
- $\vec{u} \times \vec{v}$
  - $(\vec{u} - \vec{v}) \times (\vec{u} - \vec{v})$
  - O número real  $m$  tal que o vetor  $\vec{w}(m, m + 2)$  seja perpendicular a  $\vec{u}$
  - Os valores reais  $k$  tais que o ângulo formado pelos vetores  $\vec{u}$  e  $\vec{d}(-\sqrt{8}, 5k + k^2)$  seja agudo

6. Na figura está representado um triângulo equilátero  $[ABC]$ . Sejam  $a$  o comprimento de cada um dos lados do triângulo e  $M$  o ponto médio do lado  $[BC]$ . Mostra que  $\vec{AB} \times \vec{AM} = \frac{3a^2}{4}$ .



7. Na figura está representado um quadrado  $[ABCD]$  de lado igual a 4.

Admite que o ponto  $E$  pertence ao segmento de reta  $[AB]$  e que o triângulo  $[ADE]$  tem área igual a 6. Determina o valor exato de  $\vec{ED} \times \vec{DC}$



8. Determina a equação reduzida da reta que passa no ponto  $A$  de coordenadas  $(2, 1)$  e é perpendicular à reta de equação:

- $2x - 3y + 4 = 0$
- $(x, y) = (1, 2) + k(2, -1), k \in \mathbb{R}$
- $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{3}$
- $\begin{cases} x = k \\ y = 1 - 2k \end{cases}, k \in \mathbb{R}$

9. Calcula o produto escalar dos vetores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  e indica, em cada caso, se o ângulo formado pelos  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  é agudo, reto ou obtuso.

- $\vec{u}(2, 0, 4)$  e  $\vec{v}(0, 3, -2)$
- $\vec{u}(1, 2, \sqrt{5})$  e  $\vec{v}(5, 0, -\sqrt{5})$
- $\vec{u}(2, -3, 1)$  e  $\vec{v}(3, -1, -2)$

**Soluções**

1. a) 4                      b) 0                      c) -4                      d)  $-2\sqrt{2}$
2. a) 8                      b) 0                      c) -4                      d) -4                      d) 8                      e) -4
3. a)  $29,7^\circ$                       b)  $8,1^\circ$                       c)  $43,1^\circ$                       d)  $79,1^\circ$
4. a) -2                      b) 21                      c) -10                      d) 2
5. a) 9                      b) 21                      c)  $m = 2 + 2\sqrt{2}$                       d)  $k \in ]-4, -1[$
7. -12
8. a)  $y = -\frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$                       b)  $y = 2x - 3$                       c)  $y = -\frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$                       d)  $y = \frac{1}{2}x$
9. a) -8 ; obtuso                      b) 0 ; reto                      c) 7 ; agudo