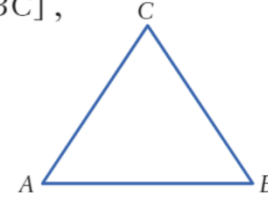


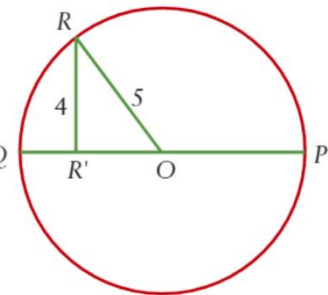


Geometria Analítica – Produto escalar de vetores 1

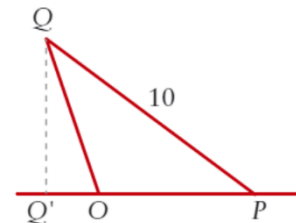
1. Na figura ao lado está representado um triângulo isósceles  $[ABC]$ , em que  $\overline{AC} = \overline{BC}$ .  
Sabe-se que  $\overline{AB} = 6$ .  
Determina o valor de  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ .



2. Na figura ao lado está representada uma circunferência de centro no ponto  $O$  e raio 5.  $[PQ]$  é um diâmetro da circunferência. O ponto  $R$  pertence à circunferência. O ponto  $R'$  é a projeção ortogonal do ponto  $R$  na reta  $PQ$ . Sabe-se que  $\overline{RR'} = 4$ .  
Determina o valor de  $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OR}$ .

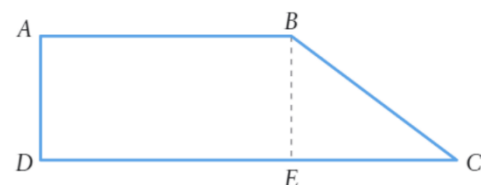


3. Na figura ao lado está representado um triângulo  $[OPQ]$ . Sabe-se que:
- $\overline{PQ} = 10$
  - $\overline{OP} = 3 \overline{OQ'}$
  - $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = -12$



Determina o perímetro do triângulo  $[OPQ]$ .

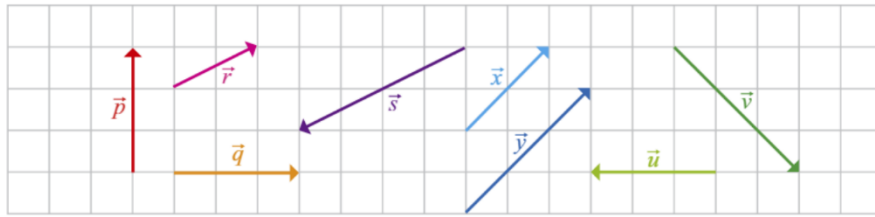
4. Na figura ao lado está representado um trapézio retângulo  $[ABCD]$  de área 24. O ponto  $E$  é a projeção ortogonal do ponto  $B$  na reta  $CD$ . Sabe-se que  $\overline{AB} = 6$  e que  $\overline{AD} = 3$ .



Determina:

- a)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AE}$
- b)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$
- c)  $\overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{EC}$

5. Observa a figura (considera como unidade de comprimento o lado de uma quadrícula).



a) Indica, apresentando as amplitudes em radianos:

a<sub>1</sub>)  $(\vec{p} \wedge \vec{q})$

a<sub>2</sub>)  $(\vec{r} \wedge \vec{s})$

a<sub>3</sub>)  $(\vec{x} \wedge \vec{y})$

a<sub>4</sub>)  $(\vec{u} \wedge \vec{v})$

b) Determina o valor de:

b<sub>1</sub>)  $\vec{p} \cdot \vec{q}$

b<sub>2</sub>)  $\vec{r} \cdot \vec{s}$

b<sub>3</sub>)  $\vec{x} \cdot \vec{y}$

b<sub>4</sub>)  $\vec{u} \cdot \vec{v}$

6. Seja  $[ABC]$  um triângulo equilátero de lado 6.

a) Indica, apresentando as amplitudes em graus:

a<sub>1</sub>)  $(\vec{AB} \wedge \vec{AC})$

a<sub>2</sub>)  $(\vec{AB} \wedge \vec{AB})$

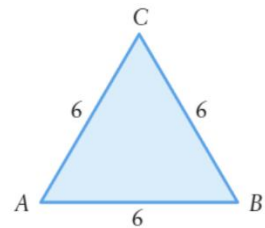
a<sub>3</sub>)  $(\vec{AB} \wedge \vec{BC})$

b) Determina o valor de:

b<sub>1</sub>)  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$

b<sub>2</sub>)  $\vec{AB} \cdot \vec{AB}$

b<sub>3</sub>)  $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$



7. Seja  $[ABCDE]$  um pentágono regular de perímetro 40.

a) Indica, apresentando as amplitudes em graus:

a<sub>1</sub>)  $(\vec{AB} \wedge \vec{AE})$

a<sub>2</sub>)  $(\vec{AB} \wedge \vec{AC})$

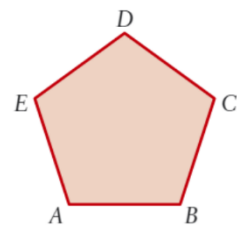
a<sub>3</sub>)  $(\vec{AB} \wedge \vec{AD})$

b) Determina o valor de (apresenta os resultados arredondados às décimas):

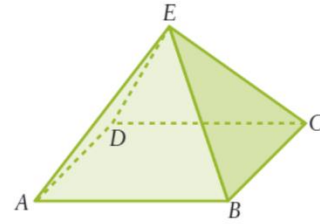
b<sub>1</sub>)  $\vec{AB} \cdot \vec{AE}$

b<sub>2</sub>)  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$

b<sub>3</sub>)  $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$



8. Na figura ao lado está representada uma pirâmide quadrangular regular  $[ABCDE]$ , em que a medida do comprimento de todas as arestas é 4.



a) Indica, apresentando as amplitudes em graus:

$a_1) (\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AD})$        $a_2) (\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{DC})$        $a_3) (\overrightarrow{AD} \wedge \overrightarrow{CB})$   
 $a_4) (\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC})$        $a_5) (\overrightarrow{EA} \wedge \overrightarrow{EB})$        $a_6) (\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{AE})$

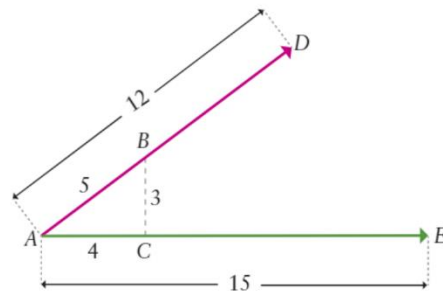
b) Determina o valor de:

$b_1) \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$        $b_2) \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC}$        $b_3) \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CB}$   
 $b_4) \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$        $b_5) \overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{EB}$        $b_6) \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AE}$

9. Seja  $[AB]$  um diâmetro de uma superfície esférica de centro  $C$  e raio 5.

- a) Qual é o valor do produto escalar  $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$  ?
- b) Seja  $D$  um ponto da superfície esférica distinto de  $A$  e de  $B$ . Qual é o valor do produto escalar  $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DB}$  ?

10. Na figura ao lado estão representados dois vetores,  $\overrightarrow{AD}$  e  $\overrightarrow{AE}$ , de normas 12 e 15, respetivamente. No segmento de reta  $[AD]$  está assinalado um ponto  $B$ . No segmento de reta  $[AE]$  está assinalado um ponto  $C$ . O triângulo  $[ABC]$  é retângulo e os seus lados têm 3, 4 e 5 unidades de comprimento. Qual é o valor do produto escalar  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE}$  ?



11. Sejam  $P$  e  $Q$  dois pontos pertencentes a uma circunferência de centro num ponto  $O$ . Sabe-se que:

- $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = -24$
- $\cos(\overrightarrow{OP} \wedge \overrightarrow{OQ}) = -\frac{2}{3}$

Determina o raio da circunferência.

12. Sejam  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  vetores não nulos e seja  $\alpha = (\vec{u} \wedge \vec{v})$ .

Mostra que  $\text{sen } \alpha = \frac{\sqrt{\|\vec{u}\|^2 \times \|\vec{v}\|^2 - (\vec{u} \cdot \vec{v})^2}}{\|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\|}$ .

**Soluções**

- 1.** 18      **2.** -15      **3.**  $P_{[OPQ]} = 16 + 2\sqrt{10}$       **4. a)** 36      **4. b)** 60      **4. c)** -24      **5. a<sub>1</sub>)**  $\frac{\pi}{2}$       **5. a<sub>2</sub>)**  $\pi$   
**5. a<sub>3</sub>)** 0      **5. a<sub>4</sub>)**  $\frac{3\pi}{4}$       **5. b<sub>1</sub>)** 0      **5. b<sub>2</sub>)** -10      **5. b<sub>3</sub>)** 12      **5. b<sub>4</sub>)** -9      **6. a<sub>1</sub>)** 60°      **6. a<sub>2</sub>)** 0°      **6. a<sub>3</sub>)** 120°  
**6. b<sub>1</sub>)** 18      **6. b<sub>2</sub>)** 36      **6. b<sub>3</sub>)** -18      **7. a<sub>1</sub>)** 108°      **7. a<sub>2</sub>)** 36°      **7. a<sub>3</sub>)** 72°      **7. b<sub>1</sub>)** -19,8°      **7. b<sub>2</sub>)** 83,8°      **7. b<sub>3</sub>)** 32°  
**8. a<sub>1</sub>)** 90°      **8. a<sub>2</sub>)** 0°      **8. a<sub>3</sub>)** 180°      **8. a<sub>4</sub>)** 45°      **8. a<sub>5</sub>)** 60°      **8. a<sub>6</sub>)** 45°      **8. b<sub>1</sub>)** 0      **8. b<sub>2</sub>)** 16      **8. b<sub>3</sub>)** -16  
**8. b<sub>4</sub>)** 16      **8. b<sub>5</sub>)** 8      **8. b<sub>6</sub>)** 16      **9. a)** -25      **9. b)** 0      **10.** 144      **11.** 6