1. Considera, fixado um referencial ortonormado do plano, a reta r definida pela equação:

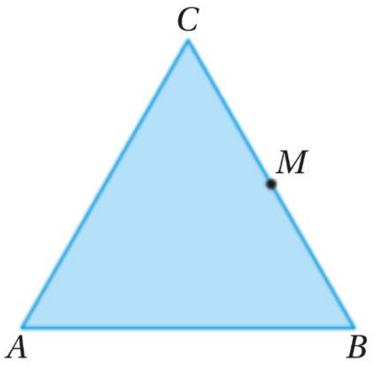
$$5y + 2x - 4 = 0$$

Um valor aproximado à décima do radiano da reta r é:

(A) $-0{,}4$ **(B)** $0{,}4$

(C) $2{,}8$ **(D)** $3{,}5$

2. Na figura está representado o triângulo equilátero $[ABC]$.



Sabe-se que:

- a medida do perímetro do triângulo equilátero $[ABC]$ é $6\sqrt{2}$;
- M é o ponto médio do lado $[BC]$.

Qual é o valor de $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM}$?

(A) 12 **(B)** 6

(C) $\frac{3}{2}$ **(D)** $\frac{\sqrt{6}}{2}$

3. Considera, num plano munido de um referencial ortonormado, o vetor $\vec{u}\left(-3\sqrt{2}, 9\right)$.

Qual dos vetores seguintes não é perpendicular ao vetor $\vec{u}$?

(A) $\vec{a}\left(3, \sqrt{2}\right)$ **(B)** $\vec{b}\left(1, \frac{\sqrt{2}}{3}\right)$

(C) $\vec{c}\left(\sqrt{6}, \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$ **(D)** $\vec{d}\left(-9, 3\sqrt{2}\right)$

eduardo.pinhao@matematicaparatodos.pt

4. Fixado um referencial ortonormado do espaço, considera a reta r e o plano α definidos por:

$r: (x, y, z) = (-4, 2, 1) + k(4, -2, 1), k \in \mathbb{R}$

$\alpha: 2x - y + 2kz = 0, k \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$

Sabe-se que a reta r é paralela ao plano α .

Qual é o valor de k ?

(A) -5 **(B)** $\frac{1}{4}$

(C) 5 **(D)** $-\frac{1}{4}$

5. Fixado um referencial ortonormado do espaço, considera a superfície esférica de equação:

$$(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$$

A interseção do plano α com a superfície esférica é uma circunferência de raio $\sqrt{3}$.

Qual das seguintes opções pode corresponder a uma equação do plano α ?

(A) $x = -1$ **(B)** $x = 2$

(C) $z = 0$ **(D)** $z = 4$

6. Considera, num plano munido de um referencial ortonormado, os pontos $A(1, 2)$, $B(-1, 0)$ e $C(-3, 5)$ e a circunferência de equação $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 10$.

6.1. Verifica que os pontos *A* e *B* pertencem ambos à circunferência.

6.2. Usando o produto escalar, determina:

a) a equação reduzida da reta t tangente à circunferência no ponto *A* ;

b) a equação da circunferência de diâmetro $[AB]$ na forma $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$, onde (a, b) são as coordenadas do centro e r é o raio da circunferência.

6.3. Determina as coordenadas dos vetores de norma 2 perpendiculares ao vetor $\overrightarrow{AC}$.

6.4. Determina a equação reduzida da reta s perpendicular à reta AC e que passa pelo ponto *B* .

7. Considera, num referencial ortonormado do espaço, os pontos:

$$A(2\,,-1\,,1)\,,B(1\,,1\,,1) \text{ e } C(-2\,,0\,,3)$$

7.1. Determina uma equação cartesiana do plano ABC na forma $ax+by+cz+d=0$.

7.2. Determina um sistema de equações paramétricas da reta AB .

7.3. Considera, no mesmo referencial, a reta s definida, para determinado $k \in \mathbb{R}\{0\}$, por:

$$(x\,,y\,,z)=(0\,,0\,,1)+\lambda(1\,,-3k\,,2)\ ,\ \ \lambda \in \mathbb{R}$$

Determina k de modo que a reta s seja paralela ao plano ABC .

8. Considera, num referencial ortonormado do espaço, o plano α definido por $2x-2y+z-1=0$ e o ponto $C(3\,,-1\,,2)$.

8.1. Determina uma equação vetorial da reta r que passa em C e é perpendicular ao plano α .

8.2. Determina uma equação da superfície esférica de centro C que é tangente ao plano α .

9. Resolve, em $\mathbb{R}$, a equação seguinte:

$$\operatorname{sen}\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\cos\left(\frac{x}{4}\right)$$

Soluções

1. C

2. B

3. D

4. A

5. B

6.2.a $y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$

6.2.c $x^2 + (y-1)^2 = 2$

6.3. $\left(-\frac{6}{5}, -\frac{8}{5}\right)$ e $\left(\frac{6}{5}, \frac{8}{5}\right)$

7.1. $4x + 2y + 7z - 13 = 0$

7.2. $\begin{cases} x = 2 - k \\ y = -1 + 2k, k \in \mathbb{R} \\ z = 1 \end{cases}$

7.3. $k = 3$

8.1. $(x, y, z) = (3, -1, 2) + k(2, -2, 1)$

$k \in \mathbb{R}$

8.2. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$

9. $x = \frac{2\pi}{15} + k\frac{8\pi}{5} \vee x = \frac{2\pi}{9} + k\frac{8\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$