



FUNÇÕES – INVERSA E RACIONAIS

1. Considere a função g , contínua em \mathbb{R} , definida por:

$$g(x) = \begin{cases} kx^3 - k^4 & \text{se } x \geq k \\ x^2 - k^2 & \\ x^2 + x & \text{se } x < k \end{cases}, \text{ com } k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

- 1.1. Mostre que $k = 2$

1.2. Determine $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{3x}$

1.3. Determine $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{g(x)} + x)$

2. Considere a função f definida por $f(x) = \frac{2 - \sqrt{x}}{4 - x}$

- 2.1. Determine o domínio de f

2.2. Calcule $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

- 2.3. Determine o valor de k para o qual a função h é contínua, sendo h definida por:

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & \text{se } x > 4 \\ x - 6k & \text{se } x \leq 4 \end{cases}$$

3. Considere a função g de domínio $[a, +\infty[$, com $a \in \mathbb{R}$, definida por:

$$g(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2+x}}{x^2 + 2x - 3} & \text{se } x \neq 1 \\ 1 & \text{se } x = 1 \end{cases}$$

- 3.1. Determine o menor valor possível que a pode tomar.

- 3.2. Verifique se a função g é contínua em $x = 1$

4. Considere as funções f e g definidas por:

$$f(x) = \frac{2x-1}{2} \quad \text{e} \quad g(x) = \frac{1}{x^2}$$

- 4.1. Justifique que f é bijetiva

- 4.2. Caracterize a inversa da função f

- 4.3. Justifique que g não admite inversa

5. Caracterize a inversa da função:

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R}_0^+ &\longrightarrow \mathbb{R}_0^+ \\ x &\longrightarrow \sqrt{x} \end{aligned}$$

6. Sabe-se que f e g são funções reais de variável real bijetivas tais que $f(1) = -2$ e $g^{-1}(-4) = -5$

Resolva as equações

6.1. $3 + f^{-1}(x-1) = 4$

6.2. $g(1-2x) = -4$

7. Considere as funções f e g definidas por $f(x) = \sqrt{2x+1}$ e $g(x) = \sqrt{x} + 1$

7.1. Determine o domínio da função $h = f - g$ e os zeros de h

7.2. Determine o domínio de $j = \frac{f}{g}$

7.3. Verifique a existência de assíntotas ao gráfico de j

8. Determine o domínio da função definida por $f(x) = \sqrt{|x^2 - 1|} - 1$